

В.В.Домбровский, В.М.Зайчик

# АСИНХРОННЫЕ МАШИНЫ



Теория,  
расчет,  
элементы  
проектирования

В.В.Домбровский  
В.М.Зайчик

# АСИНХРОННЫЕ МАШИНЫ

Теория,  
расчет,  
элементы  
проектирования



Ленинград  
ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ  
Ленинградское отделение  
1990

Рецензент Я. Б. Данилевич

Редактор Ю. В. Долгополова

Д66 Домбровский В. В., Зайчик В. М.  
Асинхронные машины: Теория, расчет, элементы проектирования. — Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. — 368 с.: ил.

ISBN 5-283-04434-3

Изложены новые методы расчета и проектирования асинхронных машин. На базе решения задачи расчета электромагнитного поля разработаны методы учета насыщения магнитной цепи и вытеснения тока. Большое внимание уделено решению сложных задач с помощью ЭВМ.

Для инженеров-проектировщиков, научных работников, аспирантов и студентов старших курсов электромеханических специальностей.

Д 2202701000—128  
051 (01)—00 76—90

ББК 31.261

ISBN 5-283-04434-3

© В. В. Домбровский,  
В. М. Зайчик, 1990

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемая вниманию читателей книга является пособием по расчету и проектированию асинхронных машин и адресована в первую очередь инженерам, занимающимся проектированием электрических машин и устройств электропривода, преподавателям вузов, студентам старших курсов электромеханических специальностей, а также специалистам, работающим в области программного обеспечения проектирования и расчетов электромеханического оборудования. Основой для создания книги послужил личный опыт авторов в области расчета и проектирования электрических машин, накопленный за многие годы практической работы и частично нашедший отражение в научной периодике за последние двадцать лет. Работая над книгой, авторы преследовали две главные цели. Первой из них было уточнение методов расчета и учет некоторых явлений, недостаточно учитывавшихся ранее в практике проектирования. Эта работа, по-видимому, будет продолжаться и далее, так как расширяющаяся область применения асинхронных машин и увеличивающееся разнообразие допустимых режимов их работы будут постоянно требовать дополнительных теоретических обобщений. Вследствие этого авторы стремились не только внести некоторые конкретные уточнения в методы расчета, но и указать пути внесения дальнейших уточнений.

Второй целью была демонстрация возможностей применения современных методов программирования к проектированию асинхронных машин и расчету режимов их работы. В настоящее время широкое внедрение персональных компьютеров и мини-ЭВМ в эксплуатацию непосредственно на рабочих местах конструкторов и технологов позволяет привлечь их к программированию научных и технических задач. Тем самым увеличивается в тысячи раз число разработчиков программ.

Кроме того, что еще важнее, специалисты получают возможность некоторого обобщения и закрепления своего неформального опыта в виде баз данных и правил экспертных оценок. Такое направление требует знакомства будущих конструкторов и технологов с элементами программирования задач проектирования электрических машин, усвоения некоторых приемов организации математического



обеспечения прикладных технических задач. На изложенном в книге материале авторы попытались продемонстрировать преимущества современного математического обеспечения перед теми программами, которые они разрабатывали еще десятилетие тому назад. Естественно, что для реальных программ, полностью реализующих процесс разработки электрической машины, в данной книге не могло хватить места. Однако приведенные в книге типовые программы решения некоторых задач проектирования могут быть использованы читателями для разработки программ практического проектирования как методическая основа, а кроме того, могут облегчить начинающему проектировщику разработку собственного математического обеспечения, ориентированного на специфику конкретного производства.

В ближайшие годы, по-видимому, удастся раздвинуть границы сегодняшнего применения вычислительной техники в процессе проектирования, однако авторы надеются, что изложенный материал сохранит свое дидактическое значение.

Главы 1, 2, 5 и 6 написаны авторами совместно, главы 3 и 4 написаны В. В. Домбровским, главы 7 и 8 — В. М. Зайчиком. Примеры программ расчетов составлены В. М. Зайчиком.

Все отзывы и пожелания просим направлять по адресу: 191065, Ленинград, Д-65, Марсово поле, 1, Ленинградское отделение Энергоатомиздата.

*Авторы*

## Глава первая

# ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ И КОНСТРУКЦИЯ АСИНХРОННОЙ МАШИНЫ

### 1-1. Принцип действия

Принцип асинхронного вращения металлического диска в магнитном поле, перемещающемся по окружности, был открыт в 1879 г. В. Бейли, а первый двухфазный асинхронный двигатель с медной болванкой в качестве ротора был построен и подробно исследован в 1885 г. Г. Феррарисом, сделавшим, однако, из результатов опытов неверный вывод о низком коэффициенте полезного действия такой машины. Применение асинхронного двигателя осложнялось еще тем, что по сравнению с машиной постоянного тока увеличивалось число проводов, питающих двигатель: для двухфазной машины нужно было четыре провода. Поэтому практическое применение асинхронного двигателя началось лишь после изобретения М. О. Доливо-Добровольским в 1888 г. трехфазной системы электропередачи переменного тока без нулевого провода и трехфазного асинхронного двигателя с шихтованным стальным сердечником и медной короткозамкнутой клеткой ротора, развивавшего номинальную мощность при низком скольжении и высоком КПД. Постройка, испытание и эксплуатация в 1891 г. трехфазной линии электропередачи из Лауффена во Франкфурт-на-Майне длиной 175 км, питавшей асинхронный двигатель мощностью 100 л. с. (73,6 кВт), окончательно доказала технико-экономические преимущества как системы трехфазного тока, так и асинхронного двигателя в области передачи, распределения и применения электроэнергии.

Все вращающиеся электрические машины, преобразующие механическую энергию в электрическую (генераторы) или электрическую энергию в механическую (двигатели), обладают некоторыми общими свойствами. Одним из таких свойств является взаимная неподвижность полей, образованных обмотками статора и ротора, в установившемся режиме работы. В машине постоянного тока поле индуктора неподвижно в пространстве, а протекающий в обмотке якоря и выпрямляемый коллектором переменный ток, частота которого  $f$  соответствует частоте вращения якоря  $n$  и числу пар полюсов  $p$  ( $f = pn/60$ ), образует вращающееся относительно якоря в обратную сторону с частотой  $\omega = -2\pi f$  магнитное поле реакции якоря, максимум которого ориентирован под углом  $\psi$



к оси индуктора. При установке щеток на нейтрали между полюсами  $\psi = \pi/2$ . Поле реакции якоря, следовательно, неподвижно относительно поля индуктора в установившемся режиме. Вращающееся поле индуктора в синхронной машине и поле реакции обмотки статора, образованное многофазной системой токов, также взаимно неподвижны, и оба вращаются с синхронной скоростью, а расположение их максимумов зависит от режима нагрузки.

В асинхронной машине обмотка статора создает магнитное поле, вращающееся с синхронной частотой  $\omega_1$ . Если ротор вращается с такой же синхронной круговой частотой, то в его обмотке при установившемся режиме не наводится никакой ЭДС, так как амплитуда магнитного поля в установившемся режиме не меняется, а скорость поля относительно ротора равна нулю. Если же ротор вращается с частотой  $\omega_2$ , меньшей или большей синхронной, то скорость поля статора относительно ротора будет  $\omega_1 - \omega_2 = s\omega_1$ . Величина  $s = 1 - \omega_2/\omega_1$  называется скольжением и может теоретически принимать значения от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Частота ЭДС, наводимой полем статора в обмотке ротора, составляет  $s\omega_1$ . Токи частоты  $s\omega_1$ , протекающие в обмотке ротора, создают поле, вращающееся относительно ротора с частотой  $s\omega_1$ , и, стало быть, с частотой  $\omega_1(1-s) + \omega_2 s = \omega_1$  относительно статора, т. е. с синхронной частотой. Следовательно, поля статора и ротора асинхронной машины в пространстве взаимно неподвижны, как и в любой другой электрической машине.

Мощность, передаваемая электромагнитным полем со статора на ротор,  $P_{эм}$  меньше мощности  $P_1$ , подводимой к статору, на величину потерь в статоре:  $P_{эм} = P_1 - p_1$ . Мощность, передаваемая на вал двигателя,  $P_2$ , в свою очередь, меньше  $P_{эм}$  на потери в обмотке ротора  $p_2$  ( $P_2 = P_{эм} - p_2$ ). Она равна сумме полезной мощности  $P_2$  и механических потерь в подшипниках и на вентиляцию, включая потери на трение ротора о газ или жидкость, заполняющую корпус машины. Условие баланса мощностей может быть записано в следующем виде:

$$P_{эм} = \omega_1 M_{эм} = (1-s) \omega_1 M_{эм} + p_0. \quad (1-1)$$

Отсюда следует, что, во-первых,  $p_2 = s\omega_1 M_{эм} = sP_{эм}$  и, во-вторых,  $M_{эм} = p_2/(\omega_1 s)$ . Иначе говоря, чем больше скольжение, тем выше потери в обмотке ротора  $p_2$  в долях передаваемой мощности  $P_{эм}$ . Если учесть, что номинальный момент на валу  $M_n$  и полезная мощность  $P_n = (1-s) \omega_1 M_{эм} - p_{мх}$  незначительно отличаются от момента  $M_{эм}$  и мощности  $P_2$ , то можно считать, что полезный момент на валу асинхронной машины является функцией скольжения.

Асинхронная машина может работать как двигателем, так и генератором. Физические соображения показывают, что при нулевом скольжении на ротор не передается мощность, потери в нем равны нулю, а следовательно, и полезная мощность равна нулю. Такой

режим может существовать, если механические и вентиляционные потери покрываются с вала машины, т. е. идеальный холостой ход ( $s = 0$ ) может быть только в режиме генератора. При реальном холостом ходе в режиме двигателя ( $s = s_0 \ll 1$ ) вся мощность, передаваемая на ротор, равна механическим и вентиляционным потерям. При скольжении, равном единице (ротор заторможен), полезная мощность также равна нулю, т. е. вся передаваемая на ротор мощность выделяется в виде потерь в его обмотке.

В генераторном режиме ротор асинхронной машины может приводиться во вращение первичным двигателем. Поскольку мощность в этом случае поступает в сеть, т. е. меняет знак, так же как и момент, то ясно, что скольжение тоже должно поменять знак:  $M_{эм} = p_2/(\omega_1 s)$ , т. е. стать отрицательным, так как потери знака не меняют, а частота вращения ротора должна превысить синхронную частоту вращения. Если же ротор асинхронной машины вращается в обратную сторону, то скольжение не меняет знака, однако становится больше единицы и двигатель, продолжая потреблять энергию из сети, тормозится. Такой режим называется режимом электромагнитного тормоза и имеет место при реверсах противовключением. Диапазон скольжений, соответствующих различным режимам работы, показан на рис. 1-1.

Во всех установившихся режимах работы асинхронной машины — двигателем, генератором или электромагнитным тормозом — при постоянной частоте питающей сети активная мощность, потребляемая из сети или отдаваемая в сеть, и мощность, потребляемая с вала или отдаваемая на вал, реактивная мощность, потребляемая из сети, коэффициент мощности, потери и коэффициент полезного действия, ток статора и ротора, вращающий момент на валу — все эти величины являются функциями скольжения. Зная эти зависимости, можно рассчитать рабочие характеристики двигателя или генератора в любом установившемся режиме. Кроме установившихся, при эксплуатации асинхронной машины могут иметь место и переходные режимы: резкие изменения амплитуды и фазы напряжения питающей сети, внезапные короткие замыкания и их отключения, пуски, реверсы и т. п. Возможна также работа асинхронной машины при несимметрии питающего напряжения или его несинусоидальной форме, более или менее длительные перегрузки и другие аномальные режимы. Расчет переходных и аномальных режимов работы требуется для определения надежности асинхронной машины в заданных условиях эксплуатации.

Как следует из уравнения (1-1) и вытекающих из него формул, чем выше скольжение, тем выше потери в роторе; следовательно, изменяя потери в роторе, можно регулировать скольжение, т. е. частоту вращения ротора. Простейший способ — это включить в цепь ротора внешнее сопротивление, которое можно регулировать. Если момент на валу ротора постоянный, а потери в роторе возросли, то скольжение должно возрасти, т. е. частота вращения



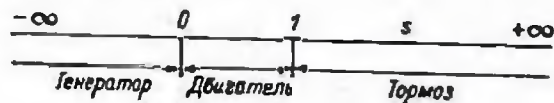


Рис. 1-1. Диапазон изменения скольжения асинхронной машины в различных режимах ее работы

ротора должна уменьшиться. При уменьшении внешнего сопротивления в цепи ротора частота вращения будет возрастать. Однако этот способ регулирования неэкономичен из-за относительно высоких потерь, выделяющихся в добавочном сопротивлении, и применяется главным образом при пуске двигателей механизмов с высоким пусковым моментом. Вместо этого можно подать на зажимы ротора напряжение частоты скольжения. Если его значение  $\dot{U}_2$ , это равносильно включению в цепь ротора сопротивления, падение напряжения на котором составляет  $-\dot{U}_2$ . Машина, на зажимы обмотки ротора которой подается напряжение с некоторой частотой  $f_2$  и амплитудой  $\dot{U}_2$ , называется машиной двойного питания. Так как поля статора и ротора взаимно неподвижны, то, подав на зажимы обмотки ротора напряжение прямой последовательности, создающее поле, вращающееся в ту же сторону, что и поле статора, мы получим, что при изменении частоты тока в роторе от нуля до  $f_1$  частота вращения ротора изменится от  $\omega_1$  до нуля. Если частота тока в роторе в этом случае превысит частоту тока в статоре, сам ротор начнет вращаться в обратную сторону. При токе обратной последовательности в роторе мы получим, что скорость ротора меняется от синхронной до сколь угодно большой (теоретически). В машине двойного питания требуется конструкция ротора с кольцами. Наконец, можно регулировать частоту вращения ротора, изменяя частоту питания статора, т. е. подавая на статор напряжение от устройства, позволяющего регулировать частоту. Этот способ выгоден энергетически и не требует скользящих контактов в роторе, а также иных усложнений конструкции асинхронной машины.

Важнейшим конструктивным преимуществом асинхронной машины является простота исполнения ротора: его обмотка не соединяется с сетью или с независимым источником питания и в подавляющем большинстве случаев может быть выполнена в виде короткозамкнутой неизолированной клетки — «беличьего колеса». Это преимущество обусловило широкое применение асинхронной машины в качестве двигателя.

Перечислить все области применения асинхронных машин в наше время затруднительно. Диапазон мощности асинхронных двигателей составляет величину от долей ватта до десятков тысяч киловатт, частоты вращения — от нескольких оборотов в минуту до десятков тысяч, частоты питания — от нескольких герц до кило-

герц, напряжения — от 6 В до 10 кВ. Их изготовляют для самых различных условий работы: в нормальных помещениях, на открытом воздухе, в шахтах, под водой, в атмосфере вредных паров и газов, в буровых скважинах, для установки внутри различных механизмов или на движущихся их частях и т. п. Условия эксплуатации и режимы работы в существенной степени определяют конструкцию асинхронной машины; кроме них на конструкцию влияют номинальные данные машины: ее мощность и частота вращения, определяющие габаритные размеры и, следовательно, конструкцию и технологию изготовления.

## 1-2. Основные конструктивные элементы асинхронной машины

В электрической машине условно различают так называемые активные части, в которых протекают электромагнитные процессы, и конструктивные части, которые служат для крепления или взаимного перемещения активных частей, для их охлаждения и т. п. К активным частям относится электрическая (обмотки) и магнитная цепь (сердечники статора и ротора); к конструктивным — корпус статора, щиты, подшипники, вал и осто́в ротора, вентиляторы и т. п. Если через корпус или вал замыкается магнитный поток, то они относятся к активным частям.

Магнитная цепь асинхронной машины обычно имеет цилиндрическую форму, хотя в специальных случаях может иметь и дисковую форму, которую мы не будем рассматривать. Вдоль образующих цилиндров параллельно оси сердечников или под некоторым углом к ней располагаются пазы для размещения обмотки. Для уменьшения потерь в сердечниках статоров их делают шихтованными из тонких листов электротехнической стали, вырубленных штампами. При наружном диаметре сердечника менее 1000 мм он изготавливается в виде цельной вырубki (рис. 1-2), при больших диаметрах сердечник собирается вперекрой из отдельных листов, имеющих форму кругового сектора (рис. 1-3); в технической литературе их часто называют сегментами. Лист каждого слоя сдвинут относительно листа ближайших слоев на величину перекроя, обычно составляющую от  $1/3$  до  $1/2$  его хорды. Хотя частота переменного тока и поля в роторе при номинальном режиме составляет обычно не более 2—3 % частоты поля в статоре, сердечники роторов также в большинстве случаев делают шихтованными, во-первых, для уменьшения поверхностных потерь и, во-вторых, из-за простоты и относительной дешевизны такой конструкции.

Сборка сердечников — шихтовка — производится либо непосредственно в корпусе статора или на осто́ве ротора, либо в специальном приспособлении, не вынимая из которого собранный сердечник, можно затем поместить его в корпус статора или на вал ротора. Для сборки и крепления к корпусу в каждом листе статора



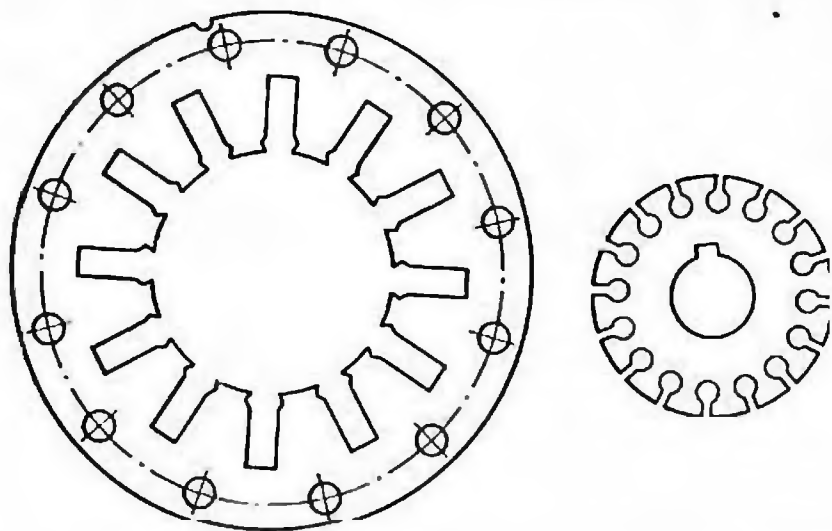


Рис. 1-2. Листы сердечников асинхронных двигателей при сплошной вырубке

делаются пазы под элементы крепления: шпильки, ласточкины хвосты и т. п. (см. рис. 1-2, 1-3).

Форма пазов, вырубленных в листах сердечников, зависит от типа применяемой обмотки и, следовательно, от ее напряжения и тока. Различные применяемые в асинхронных машинах формы пазов статора и ротора будут показаны ниже (см. § 4-1). Размеры закруглений в углах и скосов в клинковой части паза, так же как и размеры пазов для крепления листов на корпусе статора или остова ротора, обычно стандартизованы, другие размеры паза, как правило, изменяются дискретно, что позволяет ограничить разнообразие инструмента при штамповке и сборке стали. При сборке сердечника в пазы его закладываются сборочные калибры, точно соответствующие размерам паза.

Когда объем производства электрических машин вообще и асинхронных в частности был относительно невелик, широко применялись закрытые пазы в сердечниках, обмотка в которые укладывалась «впротыжку». Машины с закрытыми пазами имели хороший КПД и коэффициент мощности, однако механизировать обмоточные работы при этом было невозможно, вследствие чего от протяжных обмоток и закрытых пазов статоров пришлось отказаться.

В процессе сборки шихтованного сердечника его в зависимости от длины один или несколько раз прессуют для уплотнения и повышения коэффициента заполнения сердечника сталью, а в спрессованном состоянии сердечник удерживается нажимными устройствами, представляющими собой кольцевые плиты. В машинах

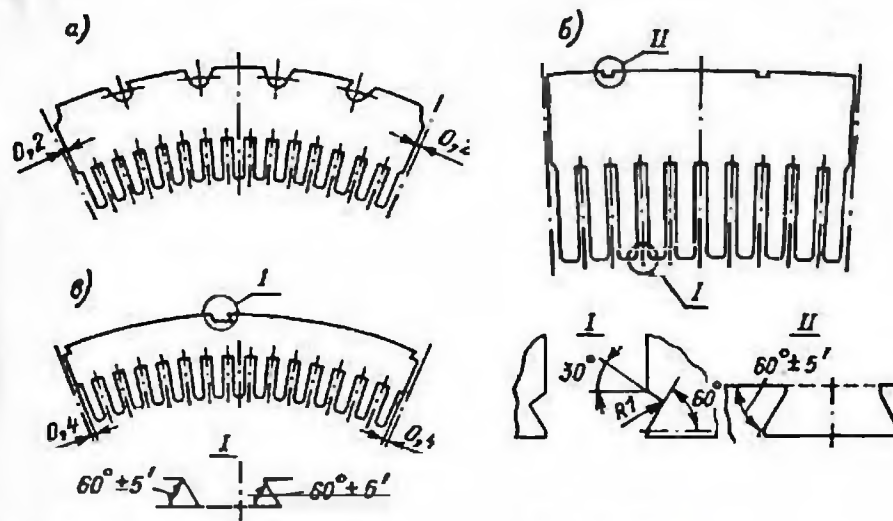


Рис. 1-3. Листы сердечников статоров асинхронных двигателей при сборке вперекрой: на шпильках (а); на клиньях различной формы (б) и (в)

небольшого размера достаточно только этих плит, а чтобы зубцы сердечника не «распушались», крайние листы с обеих сторон выполняются из более толстой стали. С ростом размеров этого становится недостаточно и плиты снабжаются пальцами, сжимающими сердечник в зубцовой зоне; пальцы можно изготовить, профрезеровав в плите пазы, как в сердечнике, но несколько шире и глубже, или приварив отдельные пальцы к плите, а потом обработав всю конструкцию напильником. В особо крупных по размеру машинах вместо цельных плит устанавливаются отдельные плиты в виде секторов.

Сами нажимные устройства стягиваются сквозными шпильками или закрепляются кольцевыми шпонками. Для улучшения качества прессовки зубцового слоя в крупных машинах устанавливаются отжимные болты.

Различные конструкции крепления сердечников показаны на общих видах синхронных машин, приведенных на рис. 1-4.

Шихтованный сердечник статора или ротора в большинстве асинхронных машин общепромышленного назначения охлаждается воздухом. Как известно, потери в стали при постоянной индукции магнитного поля пропорциональны кубу линейных размеров, а поверхность охлаждения — квадрату линейных размеров. Поэтому только в машинах относительно небольшой мощности потери отводятся с внутренней и с наружной поверхностей сердечника (рис. 1-4, а). Начиная с определенных размеров сердечник делится по длине на отдельные пакеты шириной 40—50 мм, между которыми устраиваются каналы шириной чаще всего 10 мм, хотя в не-



которых случаях целесообразно уменьшить их ширину. Для формирования каналов применяются дистанционные распорки, привариваемые с помощью точечной сварки к крайним листам в каждом из пакетов сердечника: сами эти листы делаются с несколько большими пазы по сравнению с остальными листами и чаще всего изготавливаются из стали, к которой легче приварить распорку. Сама распорка в сечении имеет прямоугольную или двутавровую форму, причем делать ее из немагнитной стали (для уменьшения потерь) выгодно в достаточно мощных машинах.

Если по условиям работы машины радиальное движение воздуха по каналам в сердечнике невозможно или нецелесообразно, то применяют аксиальную систему вентиляции, поверхность при этом увеличивается за счет осевых каналов в зубцах и ярмах сердечников. Естественно, что чем длиннее сердечник и чем больше требуемый расход газа через него, тем труднее реализовать аксиальную систему вентиляции так, чтобы она оказалась равноценной радиальной системе. Иногда оба вида вентиляции сочетают друг с другом (рис. 1-4, б, в).

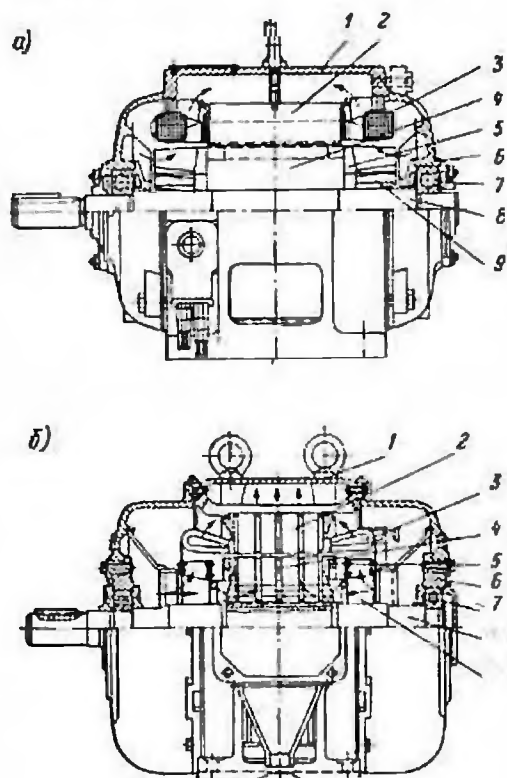


Рис. 1-4.

Асинхронные двигатели, предназначенные для работы при высокой частоте вращения (3000 об/мин и более), иногда приходится выполнять с массивным ротором, изготовленным из поковки особо прочной стали, иначе не обеспечить требуемую прочность ротора.

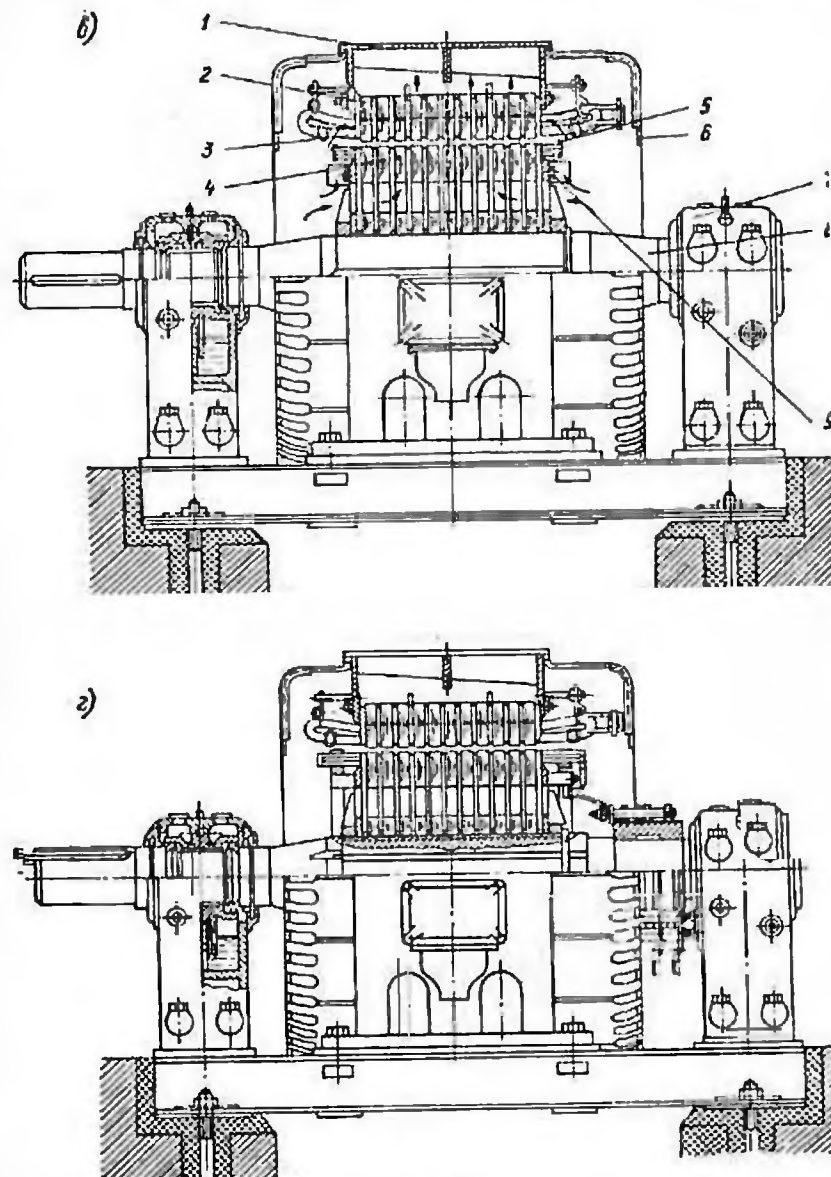


Рис. 1-4.

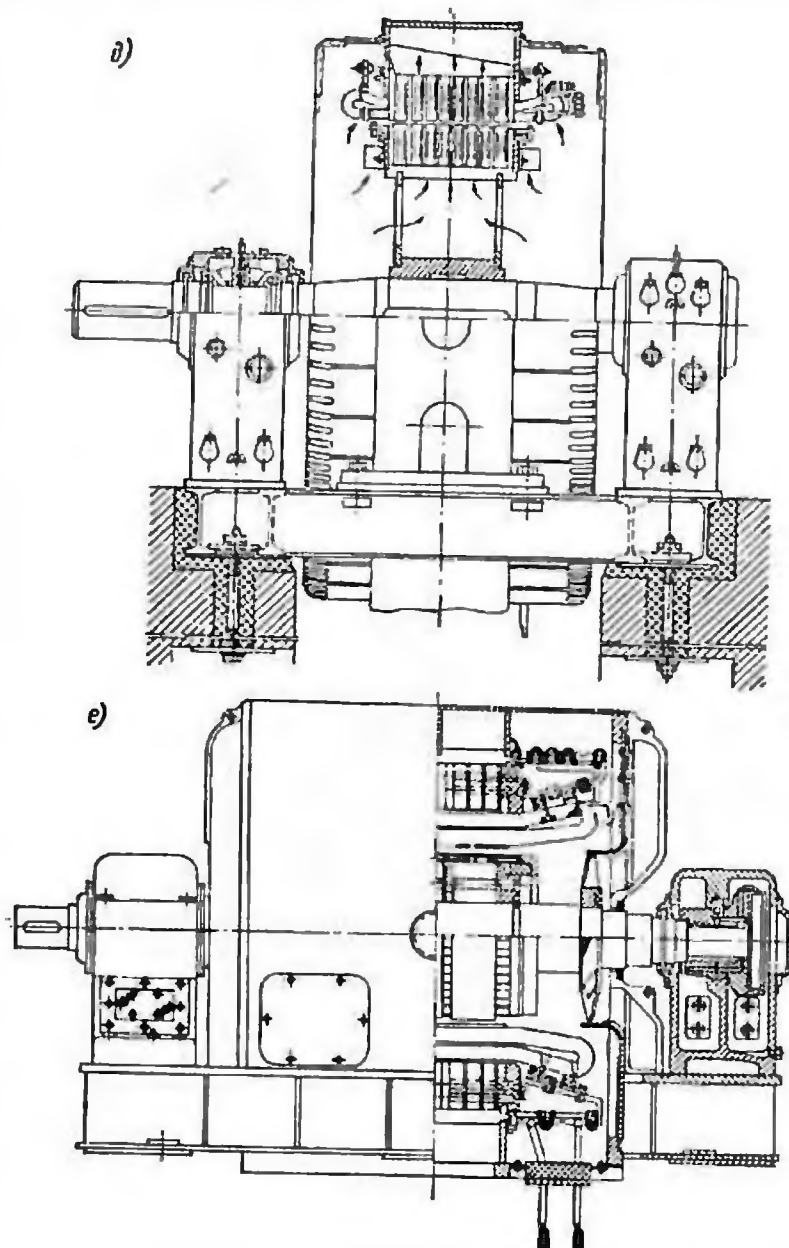


Рис. 1-4. Примеры исполнений асинхронных двигателей различной мощности и частоты вращения

1 — корпус статора; 2 — сердечник статора; 3 — обмотка статора; 4 — сердечник ротора; 5 — обмотка ротора; 6 — торцевой щит; 7 — подшипник; 8 — вал; 9 — вентилятор

**а** — двигатель мощностью несколько киловатт с синхронной частотой вращения 1500 об/мин, с сердечником, не разделенным на пакеты, литым корпусом статора и литыми торцевыми щитами, с «мягкой», сыпной однослойной обмоткой статора, с литой алюминиевой клеткой ротора, литыми заодно с клеткой вентиляторными лопатками, с шарикоподшипниками и разомкнутой схемой вентиляции

**б** — двигатель мощностью до 100 кВт с частотой вращения 1000 об/мин, с сердечником, разделенным на пакеты, с литым корпусом и литыми торцевыми щитами, с катушечной шаблонной «жесткой» обмоткой статора, с клеткой ротора, изготовленной из медных шин, приваренных к короткозамыкающим кольцам, с двумя центробежными вентиляторами, снабженными конфузорами, с радиально-осевой разомкнутой схемой вентиляции и с подшипниками качения;

**в** — двигатель мощностью около 1000 кВт с частотой вращения 600 об/мин, со сварным корпусом статора и стойковыми подшипниками скольжения без принудительной смазки, установленными на общей раме, с двойной короткозамкнутой клеткой ротора, с радиально-осевой разомкнутой системой вентиляции;

**г** — тот же двигатель, что на рис. 1-4, в, но с фазной обмоткой ротора и с контактными кольцами;

**д** — двигатель, по параметрам и номинальной мощности близкий к двигателям, показанным на рис. 1-4, в и г, но более тихоходный (375 об/мин), что потребовало другой конструкции ротора — с остовом в виде втулки, к которой приварены два диска, соединенные друг с другом осевыми ребрами, на которых собирается сердечник ротора с помощью стяжных шпилек;

**е** — двигатель мощностью 400 кВт с высокой частотой вращения (3000 об/мин), со сварным корпусом и сварными торцевыми щитами, со стойковыми подшипниками с принудительной смазкой, с сердечником ротора, насаженным на вал, с медной клеткой ротора из стержней специального сечения, сваренных с медными кольцами, усиленными с помощью бандажных колец, с осевыми вентиляторами и замкнутой системой вентиляции

В таких роторах, если они содержат обмотку, пазы для последней сверлятся, а магнитный сердечник ротора представляет одно целое с валом.

Обмотки статоров асинхронных машин относительно небольшой мощности и размеров, составляющих основную массу применяемых в промышленности, в сельском хозяйстве, в бытовой технике асинхронных двигателей, выполняются по типу сыпных. Такие обмотки (рис. 1-4, а) укладываются в полузакрытые пазы, открытие которых значительно уже средней ширины паза. Обычно через открытие такого паза может пройти только один проводник. Катушка сыпной обмотки (их еще называют обмотками с мягкими секциями) изготавливается из круглого провода, собственная изоляция которого является витковой изоляцией. Такой провод при ручном или полумеханизированном изготовлении обмотки наматывается на шаблон, затем катушка (секция) снимается с шаблона и каждый виток опускается по очереди в паз (всыпается) через от-



носителем узкую верхнюю часть паза. В паз предварительно укладывается мягкая гильза из изоляционного материала (коробочка), служащая корпусной изоляцией. Иногда роль корпусной изоляции выполняет слой изоляционного покрытия сердечника. После укладки всех катушек в пазы их лобовые части стягиваются шнуром или лентой, а затем весь статор может подвергнуться пропитке в лаке или изоляционном компаунде, которые, застывая или полимеризуясь, придадут обмотке необходимую дополнительную прочность. При массовом производстве намотка и укладка в сердечник обмотки такого типа производится одновременно на специальных автоматизированных намоточно-укладочных станках.

В более мощных машинах, а также в машинах с напряжением выше 1000 В и при относительно небольшой мощности применяются обмотки с жесткими секциями. Катушка такой обмотки состоит из нескольких (не менее двух) витков, изолированных друг от друга, каждый из которых содержит один или несколько (редко больше четырех) параллельно включенных проводников. Число параллельно включенных проводников зависит от тока витка: при большом сечении одного проводника виток трудно наматывать. После намотки заготовки катушки («лодочки») на специальном станке ее растягивают и формируют на шаблоне. Затем накладывается витковая изоляция (если ею не служит собственная изоляция провода, из которого намотана катушка) и корпусная изоляция, после чего катушка подвергается термообработке. Типичная готовая катушка обмотки статора показана на рис. 1-5. Изоляция таких катушек выполняется из нескольких слоев стеклослюдинитовых лент, пропитанных связующим составом. За последние годы практически во всем мире изоляция на высокие напряжения пропитывается связующими, основу которых составляют полиэфирные и эпоксидные смолы. Смолы эти, полимеризуясь, становятся весьма прочными и жесткими, что затрудняет укладку обмотки в пазы, так как при укладке необходимо в большей или меньшей степени (тем в меньшей, чем больше число пар полюсов и диаметр) деформировать катушку в ее головке. Чтобы избежать этого, применяют различные технологии: изолируют головки катушки после укладки; выполняют изоляцию лобовых частей из материала с повышенной эластичностью, проводят предварительную полимеризацию катушки в пресс-форме или пресс-планках, а окончательно — уже после укладки обмотки в машину. Наибольшее распространение получила технология, называемая в нашей стране «монолит». При этой технологии катушки обмотки изолируются сухими стеклослюдинитовыми лентами, после чего испытываются на электрическую прочность и помещаются в статор. После испытания собранной обмотки в статоре или в промежуточном корпусе с сердечником он весь целиком погружается в автоклав с изоляционным компаундом, вакуумируется для удаления газов из изоляции обмотки и про-

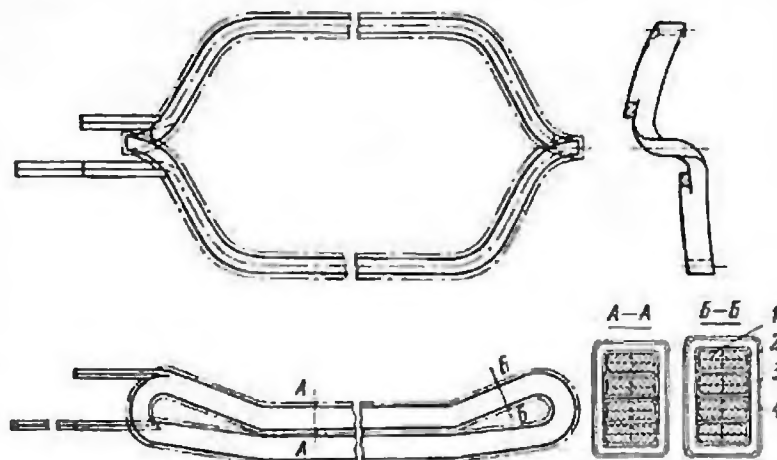


Рис. 1-5. Катушка многовитковой обмотки статора асинхронного двигателя на напряжение 3000—10 000 В

1 — обмоточный провод; 2 — витковая изоляция; 3 — корпусная изоляция; 4 — покрывная лента

питывается под давлением, а потом либо помещается в специальный подогреваемый сосуд для окончательной полимеризации изоляции, либо сам превращается в такой сосуд, для чего статор с торцов закрывают навесными кожухами со встроенными подогревателями и вентиляторами. Механическая прочность и теплопроводность такой изоляции весьма высокая. Чтобы избежать трудностей с ремонтом обмотки, полость пазов статора покрывают специальной обмазкой или пленкой, уменьшающей адгезию связующего к металлу. При высокой культуре производства срок службы обмотки, изолированной по технологии «монолит», достаточно велик и при повреждении обмотки выгоднее заменить целый статор, нежели ремонтировать такую обмотку на месте. Применение «монолита» ограничивается только габаритами и объемом выпуска машин: для небольшого числа машин крупных размеров невыгодно строить автоклав.

В весьма мощных машинах, где ток в одной параллельной ветви обмотки статора составляет не менее 1000 А, становится выгодным применение стержневых (одноветковых) обмоток, однако в асинхронных машинах их применение настолько редко, что мы отсылаем читателя к литературе по синхронным машинам [1—3]. Обмотка статора в пазах удерживается клиньями, изготовленными обычно из изоляционного материала. Клинья выдерживают усилие заклиновки, которое необходимо, чтобы обмотка не вибрировала в пазах и изоляция ее не изнашивалась. Для более плотного крепления обмотки в пазах применяются в весьма крупных машинах прокладки из волнистого полупроводящего материала, с по-



мощью которых обеспечивается равномерное уплотнение в общем неровной стороны катушки в неровном пазу. Кроме того, клинья должны выдерживать усилия, действующие на обмотку при внутривнутренних коротких замыканиях. Так как в настоящее время протяжные обмотки и закрытые пазы в крупных машинах не применяются из-за их нетехнологичности, то для уменьшения пульсаций индукции в зазоре и вызванных этими пульсациями потерь применяют магнитные клинья в пазах статора. Эти клинья изготовляют из магнитоэлектрика с магнитной проницаемостью от 5 до 15  $\mu_0$ . Магнитные клинья должны очень надежно крепиться в пазах, так как на них постоянно действуют знакопеременные силы, вызванные переменным магнитным полем. Такое крепление, как и уплотнение обмотки в пазах, лучше всего достигается при технологии изолировки статора по типу «моноклит». В принципе при этой технологии возможно и бесклиновое крепление обмотки за счет склеивания ее изоляции с сердечником статора.

Конструкции сердечников роторов практически аналогичны конструкциям сердечников статоров за исключением некоторых особенностей крепления. Ядро сердечника ротора асинхронного двигателя, как правило, относительно шире, чем сердечника статора, так как должно выдерживать центробежные силы при вращении. Кроме того, сквозь ядро шихтованного сердечника ротора часто проходят стяжные шпильки, обеспечивающие его прессовку (см. например, рис. 1-6, б), или в нем устраиваются аксиальные отверстия для подачи воздуха (см. рис. 1-4, в) при общей радиальной схеме вентиляции. Как правило, шихтованный сердечник ротора, собранный непосредственно на его остова или в отдельном приспособлении, устанавливается на вал или на остова ротора с натягом, который обеспечивает надежное соединение сердечника и вала ротора при разгоне до максимальной частоты вращения. Предварительный натяг достигается либо предварительным разогревом сердечника, либо его расклиновкой на остова, либо расклиновкой после нагрева. Различные конструкции остовов роторов и способы крепления сердечников крупных машин показаны на рис. 1-6. Для облегчения ротора и упрощения его обработки а также для улучшения условий вентиляции применяются различной формы оребренные валы, показанные на рис. 1-7.

Обмотки роторов асинхронных машин выполняются двух типов: многофазные и короткозамкнутые. Первые представляют собой изолированные от корпуса обмотки, чаще всего трехфазные (хотя в начале нашего века применялись и двухфазные) обмотки, концы фаз которых выведены на контактные кольца, расположенные на роторе (см. рис. 1-4, а).

Эти обмотки выполняются обычно стержневыми (одновитковыми) волновыми (рис. 1-8). К контактным кольцам через щетки подводятся зажимы пусковых реостатов, включаемых в цепь ротора во время пуска или торможения. Так как при пуске или тор-

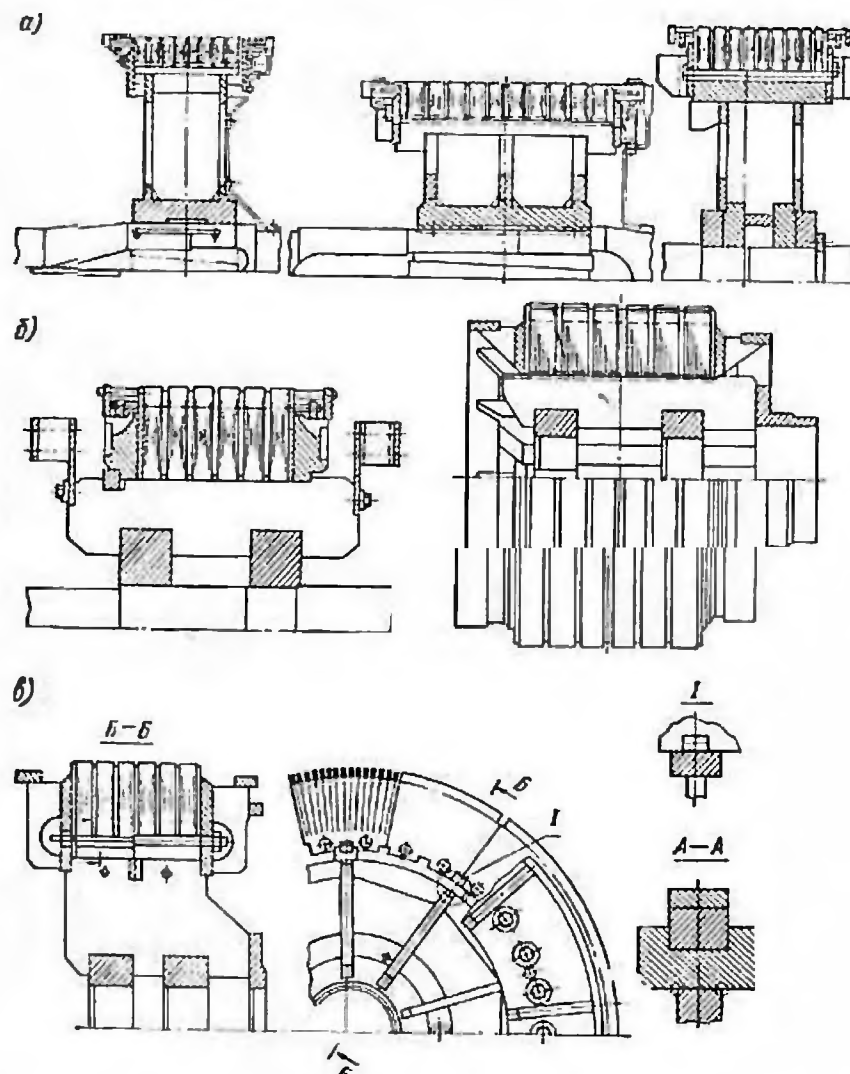


Рис. 1-6. Различные конструкции остовов роторов крупных асинхронных машин: а — с втулкой, насаживаемой на вал, двумя или тремя дисками и наружными ребрами или наружной оболочкой со сборкой сердечника на остова и расклиновкой сердечника на остова встречными клиньями; б — со втулкой в виде двух колец и без дисков, с посадкой сердечника на ребра или со сборкой непосредственно на ребрах остова ротора без расклиновки; в — конструкция с расклиновкой сердечника на остова радиальными и тангенциальными клиньями, чередующимися друг с другом



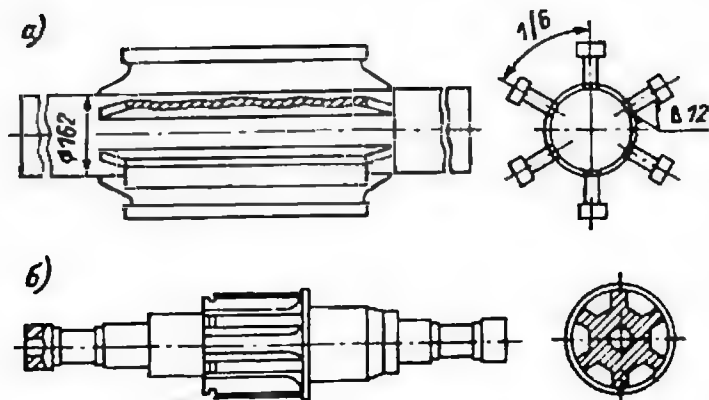


Рис. 1-7. Валу, снабженные ребрами для посадки сердечников роторов и формировании вентиляционных осевых каналов: а — ребра, приваренные к валу, б — ребра, выфрезерованные в утолщенной части вала

можении внешнее сопротивление реостата, включенного в обмотку ротора, должно меняться в зависимости от частоты скольжения, то реостаты выполняются многоступенчатыми и их ступени переключаются в процессе пуска. После завершения пуска контактные кольца замыкаются специальным короткозамыкающим устройством, действующим под влиянием центробежных сил. В машинах двойного питания, упоминавшихся в § 1-1, роторы выполняются с многофазной обмоткой, выведенной на контактные кольца, к которым подсоединяется источник питания. Возможно также размещение источника питания непосредственно на валу: в этом случае контактные кольца не нужны, но конструкция еще сложнее.

Наиболее распространенная конструкция обмотки ротора — это короткозамкнутая клетка. В зависимости от требуемых рабочих и пусковых характеристик машины конструкция короткозамкнутой клетки может быть различной и выполняться она может из разных материалов. Наиболее часто применяются клетки из меди или алюминия. Форма пазов и проводников этих клеток чаще всего круглая. При повышенных требованиях к пусковому моменту материалом клетки может быть латунь, однако при этом несколько падает коэффициент полезного действия в номинальном режиме. Повы-



Рис. 1-8. Катушка волновой стержневой обмотки фазного ротора

шенные требования к пусковому моменту можно удовлетворить, сделав ротор с глубоким пазом или применив двойную белличью клетку: две обмотки ротора, одна из которых обладает повышенным сопротивлением. Эта клетка расположена ближе к наружной поверхности ротора («верхняя») и делается обычно из латуни или бронзы, а вторая — «нижняя» изготавливается из хорошо проводящего материала, чаще всего из меди. При пуске распределение токов между клетками таково, что в основном нагружена верхняя, а к концу пуска и в номинальном режиме — нижняя клетка.

Глубокие пазы ротора различной формы применяются с той же целью, что и двойные клетки: повысить пусковой момент за счет вытеснения тока в верхнюю часть паза. При частоте 50 Гц глубина проникновения поля в медь — около 10 мм, в алюминий — около 13 мм. В такой части стержня по высоте, считая от его верхней кромки, и распределяется рабочий ток, а также выделяется основная часть потерь при пуске. Вследствие вытеснения возрастает начальное пусковое сопротивление обмотки ротора, потери в нем и, следовательно, пусковой момент  $M_{\text{зм}} = p_2 / (\omega_1 s)$ . По мере разгона двигателя и уменьшения скольжения потери в роторе снижаются, но падает и скольжение, так что момент остается на достаточно высоком уровне, а при подходе к критическому скольжению — начинает возрастать и достигает максимального значения. Потери в двигателе с глубоким пазом в номинальном режиме возрастают незначительно по сравнению с двигателем обычного типа. Среди глубокопазных обмоток преобладают конструкции с прямоугольными пазами как наиболее простые, но имеют большое распространение конструкции с пазами, суживающимися кверху: клиновидными, бутылочными и т. п. Такие конструкции позволяют получить еще большую кратность пускового момента по сравнению с номинальным. Конструкции короткозамкнутых клеток роторов асинхронных машин определяются не только требованиями, предъявляемыми к их пусковым или рабочим характеристикам, но и технологией изготовления. Относительно небольшие по размеру клетки роторов производятся путем заливки алюминиевого сплава в пазы собранного сердечника ротора, установленного в специальном приспособлении, представляющем собой литейную форму. В этой же форме отливаются не только стержни и кольца клетки ротора, но и сделанные заодно с кольцами вентиляторные лопасти (см. рис. 1-4, а). Форма пазов ротора может при такой технологии быть практически любой: алюминиевые сплавы заполняют хорошо даже пазы сложной формы.

В крупных машинах обычно используется клетка, изготовленная из прутков или шин, полученных методом прокатки или волочения. Поперечное сечение прутков тоже может иметь различную форму: прямоугольника, бутылки, клина и т. п. Кольца изготавливаются обычно также из проката цветного металла, чаще всего прямоугольного сечения. Стержни укладываются в пазы, если они

имеют прямоугольную форму, или забиваются в них с торца, если открытие паза уже, чем наибольшая ширина стержня. В кольцах делаются отверстия, в которые входят концы стержней, контакт между кольцами и стержнями обеспечивается с помощью пайки. При изготовлении стержней клеток из проката размеры пазов значительно жестче унифицированы, нежели при изготовлении методом литья. После укладки стержней клетки такого типа в пазы обычно производится ее чеканка — уплотнение посадки стержня: по его верхней кромке несколько раз проходятся чеканом. В открытых пазах разбиваемая чеканом верхняя часть стержня заполняет углубления в стенках паза, что обеспечивает крепление стержня в пазу, а также улучшает теплопередачу от стержня к сердечнику; в полужакрытых пазах просто ликвидируются зазоры между стержнем и стенками паза. Во всех случаях эта операция снижает амплитуду вибрации стержня в пазу, что важно с точки зрения его долговечности.

Конструктивные элементы асинхронных машин: корпуса статоров, торцевые щиты, подшипники, валы и т. п. — практически не отличаются от таких же узлов машины другого вида. Их исполнение обычно соответствует уровню технологии, применяемой на данном производстве, а уровень технологии зачастую определяется объемом выпуска изделий.

Так, например, элементы корпуса статора асинхронных двигателей массового применения относительно небольших размеров (высота вращения не выше, как правило, 63 мм) выполняются литыми из алюминиевых сплавов. При большей высоте вращения (до 100 мм) применяется сочетание литой алюминиевой станины с литыми же, но чугуниными щитами. При еще больших размерах корпус статора уже целиком изготавливают из чугуна (литой) или из стали (сварной). При диаметре корпуса более 1 м корпус, как правило, изготавливается путем сварки из деталей, вырезанных из прокатного материала (листы, уголки, трубы и т. п.). Обычно каркас корпуса представляет собой систему продольных ребер и поперечных поясов жесткости, соединенных сварными швами. К наружной поверхности каркаса приваривается обшивка, также играющая роль элемента, обеспечивающего жесткость корпуса. Корпус статора тоже является важным элементом системы охлаждения машины: в нем организуются потоки как холодного воздуха, поступающего к активным частям, так и горячего, отводящего от них потери. Обычно машины небольшой мощности изготавливаются с разомкнутой схемой циркуляции воздуха: холодный воздух забирается из помещения, в котором установлена машина, а нагретый — выбрасывается в это же помещение. Если воздух в этом помещении не содержит вредных паров или газов, пожароопасных летучих веществ или пыли, то он может поступать непосредственно к активным частям. Тогда машина выполняется открытой или защищенной, иными словами, воздух из ее полости беспрепятственно может по-

падать наружу. Если же это нежелательно, то машина делается закрытой, обдуваемой: воздух, находящийся в ее полости, не попадает наружу, а, отводя потери и нагреваясь, отдает теплоту стенкам корпуса, от которых она отводит наружным воздухом помещения, в котором стоит машина. Естественно, чтобы снизить перепады температуры между стенками корпуса и внутренним или наружным воздухом, целесообразно увеличить поверхность корпуса и скорость воздуха, ее омывающего. Поэтому закрытые обдуваемые машины выполняются с ребренными корпусами и с вентиляторами (рис. 1-9). В некоторых конструкциях наружная оболочка корпуса представляет собой цилиндр, свернутый из предварительно гофрированной стальной полосы, приваренной к фланцам. При увеличении единичной мощности или электромагнитных нагрузок становится целесообразным охлаждать машину по замкнутому циклу, когда воздух, циркулирующий внутри машины, проходит через теплообменники, где охлаждается проточной водой или потоком наружного (забираемого не из помещения) воздуха, как показано на рис. 1-10, а и б. Имеются также конструкции, в которых активные части охлаждаются жидкостью, подаваемой в полость корпуса статора или омывающей статор снаружи (погружные машины); подаваемой в «водяную рубашку», окружающую сердечник статора, а также в вал ротора, и, наконец, жидкостью, подаваемой непосредственно в обмотки статора и ротора, которые в этом случае необходимо изготавливать из жидких проводников.

В машинах с воздушным охлаждением на роторе устанавливаются вентиляторы, обеспечивающие вместе с самим ротором (вентиляционные распорки в радиальных каналах ротора, спицы остова ротора, его торцы, обмоткодержатели и лобовые части обмоток) напор, необходимый для циркуляции воздуха через другие элементы машины. Чаще применяются центробежные вентиляторы (см. рис. 1-4, б); в быстроходных машинах находят применение осевые вентиляторы (рис. 1-4, в), а в небольших двигателях с литой клеткой лопатки вентилятора, отливаются заодно с кольцами клетки (рис. 1-4, а). Во всех случаях вентиляторы электрических машин не оптимальны, так как конструкция торцевой зоны машины не позволяет реализовать выгодные соотношения размеров. Однако, если машина охлаждается средой с большой плотностью: жидкостью или газом под очень высоким давлением, как это имеет место в двигателях погружных насосов или высоконапорных компрессоров, использование ротора и вентиляторов на нем в качестве напорного элемента становится энергетически невыгодным, так как вызывает значительные потери энергии, пропорциональные плотности охлаждающей среды и квадрату окружной скорости ротора или вентилятора. В таких случаях можно использовать внешние вентиляторы или насосы; применение внешних источников напора для циркуляции хладагента оправдано и в тех случаях, когда выделение теплоты в двигателе не зависит от частоты его вращения, например



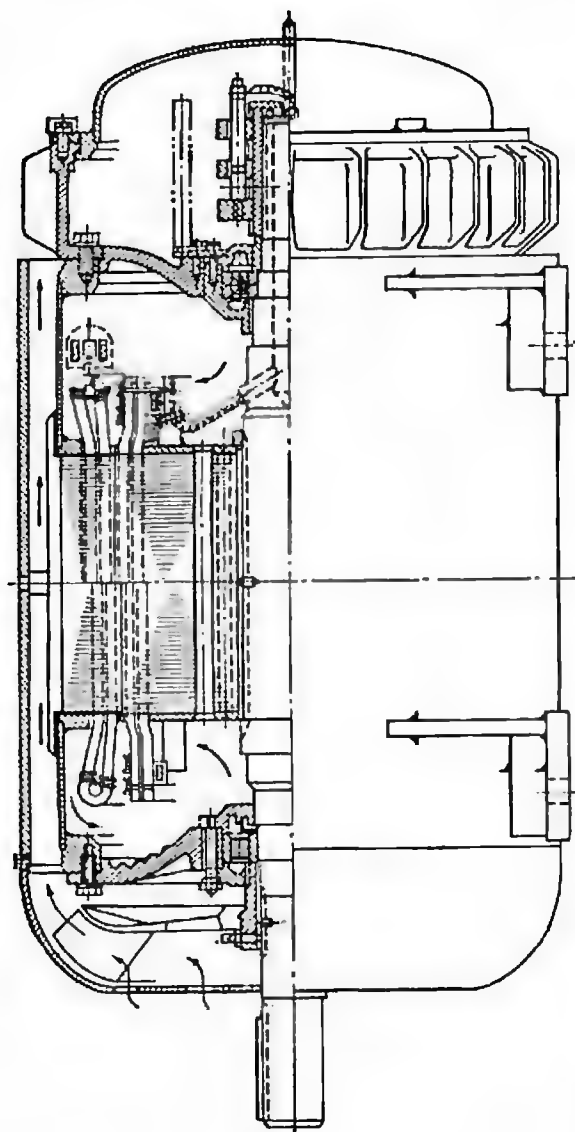


Рис. 19. Закрытый обдуваемый двигатель с обрешетчатым корпусом статора и щитами

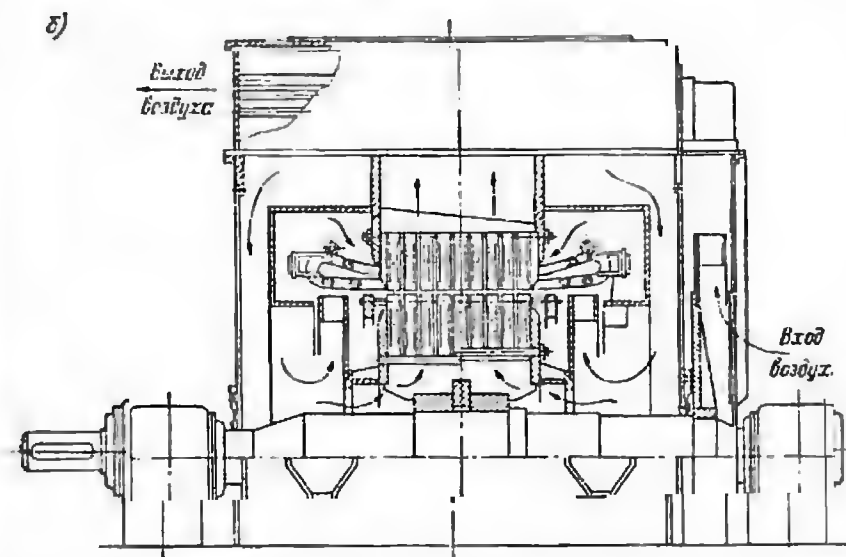
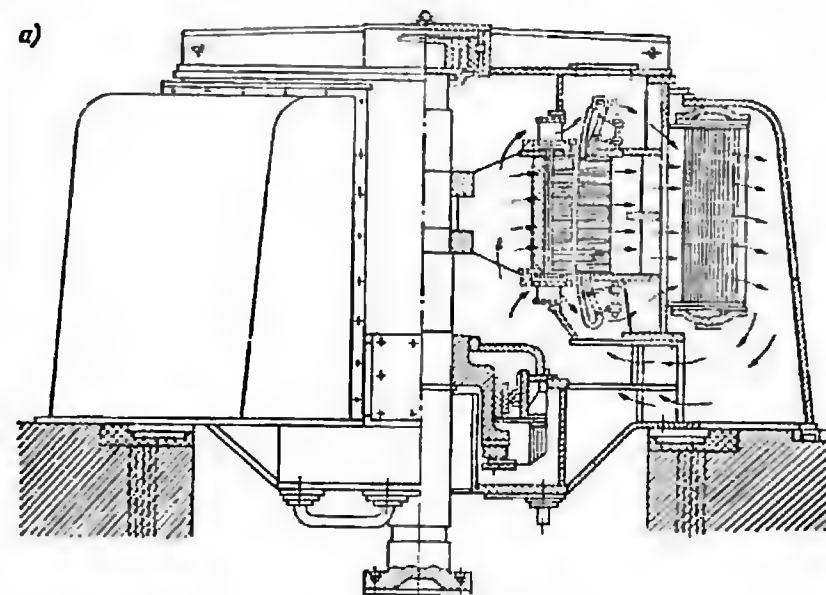


Рис. 1-10. Примеры двигателей с замкнутой системой вентиляции: а — вертикальный двигатель наружной установки с охлаждением воздуха, циркулирующего по замкнутому контуру, водо-воздушными теплообменниками; б — двигатель с охлаждением воздуха, циркулирующего внутри корпуса, воздухо-воздушным теплообменником, проход наружного воздуха через теплообменник обеспечивается наружным вентилятором

когда асинхронный двигатель с частотным регулированием используется в качестве тягового и режим с наибольшим током является режимом с наименьшей частотой вращения.

С торцов корпус статора закрыт щитами, которые защищают машину от попадания в нее посторонних предметов, являются, как и сам корпус, элементом вентиляционной системы и, что очень важно, служат опорами для подшипников двигателя. Подавляющее большинство асинхронных двигателей выполняется со щитовыми подшипниками, т. е. с подшипниками, установленными в торцевых щитах, только наиболее мощные и крупные машины выполняются с подшипниками стоякового типа. При щитовых подшипниках длина вала между ними всегда меньше, чем при стояковых, а следовательно, меньше и его прогиб; при этом выше частота собственных колебаний, что, как правило, выгодно.

Если подшипники щитовые, то сами щиты плотно и жестко крепятся к корпусу и узел их сопряжения с корпусом («замок») точно обрабатывается, а гнездо под корпус подшипника должно быть коаксиальным с сердечником или его конструкция должна допускать регулировку центровки вала. Стояковая конструкция всегда допускает регулировку положения стояка.

Сами подшипники могут быть разных типов: качения (шариковые, роликовые, игольчатые) или скольжения. Первые требуют унификации посадочных размеров со стандартными размерами колец подшипников. Долговечность подшипников качения ограничена определенным сроком, по истечении которого их необходимо менять; кроме того, при одном и том же диаметре шейки вала подшипник качения имеет большие наружные размеры, нежели подшипник скольжения, и, следовательно, вызывает большие компоновочные трудности при обеспечении минимальной высоты вращения машины.

Подшипники скольжения с достаточной смазкой и низкими удельными нагрузками при пусках и остановках практически не изнашиваются. Их можно выполнить с регулируемым зазором, который, однако, всегда будет больше, нежели в подшипниках качения. Смазка подшипников качения небольших размеров может быть консистентной, подшипники же скольжения смазываются жидкой смазкой, для циркуляции которой снабжаются смазочными кольцами, дисками или устройствами принудительной подачи смазки под давлением. В двигателях с вертикальным валом применяются упорные подшипники качения или скольжения, закрепленные в щитах, которым придается повышенная осевая жесткость, или (в крупных машинах) в специальных опорных крестовинах (см. рис. 1-10, а).

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АСИНХРОННОЙ МАШИНЫ

### 2-1. Уравнения электромагнитного поля и их решение

При расчетах и исследованиях электрических машин и устройств определяются их характеристики, т. е. зависимости напряжений на зажимах обмоток, токов в них, потребляемой мощности, местных электромагнитных нагрузок, частоты вращения от полезной мощности или момента на валу. Кроме того, при расчетах неустановившихся режимов определяется изменение токов и напряжений, моментов вращения и электромагнитных сил в зависимости от времени, пачального и конечного режимов. Значительную часть электротехнических устройств можно считать цепями с сосредоточенными параметрами, т. е. цепями, в которых отдельные индуктивности, сопротивления и емкости не зависят друг от друга и изменение одного параметра не влияет на другие. Строго говоря, таких цепей нет, и чисто активное сопротивление в виде провода или катушки проводов обладает собственной емкостью и индуктивностью, которая хотя и может быть сделана очень малой, но все же меняется при изменении сопротивления. Однако для расчета характеристик этим изменением можно пренебречь, так же как и изменением активного сопротивления индуктивной катушки или конденсатора. Математические исследования установившихся режимов в таких цепях проводятся на основе обобщенных для переменного тока законов Ома и Кирхгофа, а переходные процессы описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями. Для расчета цепей с распределенными параметрами, в каждой точке которых имеется некоторая удельная активно-емкостно-индуктивная проводимость, используются методы, основанные на решении дифференциальных уравнений в частных производных. Для таких цепей существуют схемы замещения теоретически с бесконечно большим, а практически с конечным числом звеньев, параметры которых могут быть рассчитаны на основе решения уравнений цепи с распределенными параметрами.

Иначе говоря, каждая цепь с распределенными параметрами может быть приближенно заменена цепью с сосредоточенными параметрами, по уравнениям которой могут быть рассчитаны установившиеся и переходные процессы, т. е. характеристики. Такие цепи называются эквивалентными схемами замещения или просто схемами замещения. Для определения параметров схемы замещения необходимо провести расчет электромагнитного поля исходной



цепи или пространственного устройства, каким является электрическая машина.

Именно схемы замещения и являются основным аппаратом для расчета электрических машин; их математическими моделями служат системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающие процессы в схемах замещения. Однако для расчета параметров схем замещения необходимо выполнить расчет электромагнитного поля в электрической машине, т. е. решить систему уравнений математической физики в частных производных — уравнения Максвелла.

На заре электромашиностроения, когда начали разрабатывать методики расчета электрических машин, расчеты электромагнитных полей проводили аналитическими или графическими методами [5], зачастую упрощенными. Сравнение результатов таких расчетов с опытом позволило проверить на практике систему допущений. Согласно принимавшейся в течение десятилетий системе допущений рабочее поле полагалось сосредоточенным в пределах сердечников статора и ротора и в воздушном зазоре. Поля лобовых частей обмоток относились к полям рассеяния, взаимодействием обмоток статора и ротора в лобовой части пренебрегали. Полагали также, что поле одинаково почти на всей длине цилиндрических сердечников и можно считать его плоским в любом из поперечных сечений машины. Небольшое изменение поля у торцов учитывалось введением так называемой расчетной длины. Распределение магнитного поля в зазоре и в пазах рассчитывалось в предположении бесконечно большой магнитной проницаемости стали, а индукция определялась с учетом насыщения «в среднем». Применялся метод суперпозиции полей, что в нелинейных средах, строго говоря, несправедливо.

Эта система допущений обеспечивает достаточную точность при расчете характеристик и позволяет проводить расчеты режимов без применения сложных вычислительных методов и ЭВМ только с помощью алгебраических формул и графических построений. В то же время она зачастую не обеспечивает требуемой точности при расчетах локальных процессов: определении наибольших местных электромагнитных нагрузок или вызванных ими тепловыделений, сил, вибраций и тому подобных эффектов, уровень которых и определяет, как правило, надежность крупной машины. Поэтому за последние годы получили развитие более точные методы расчета электромагнитных полей на основе численных методов, реализуемых с помощью ЭВМ.

В диапазоне частот, свойственном электромашиностроению, система дифференциальных уравнений Максвелла

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{J}; \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t; \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + d\mathbf{D} / dt + \rho \mathbf{v}; \\ \mathbf{D} &= \epsilon \mathbf{E}; \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}; \quad \operatorname{rot} \mathbf{A}; \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0; \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = \rho \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

может решаться без учета токов смещения и переноса зарядов:

можно положить, что  $d\mathbf{D}/dt = \rho \mathbf{v} = 0$ . Иногда уравнения Максвелла заменяются уравнениями, полученными непосредственно из опытных законов электромагнитной индукции, полного тока и непрерывности магнитного поля:

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = -d\Phi/dt; \quad \oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = i; \quad \oint \mathbf{B} d\mathbf{s} = 0, \quad (2-2)$$

а также постулата Максвелла  $\oint \mathbf{D} d\mathbf{s} = 0$ .

Уравнения Максвелла описывают процессы в неподвижных средах.

Решать уравнения Максвелла можно, во-первых, относительно входящих в них величин, т. е. относительно векторов поля  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{J}$  и  $\mathbf{D}$ . При этом необходимо учесть, что так как  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{E}$  связаны между собой через  $\mathbf{J}$ , то можно вместо двух уравнений первого порядка для  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  решать одно уравнение второго порядка: либо для  $\mathbf{E}$ , либо для  $\mathbf{H}$ . При этом надо учесть, что кроме ЭДС, вызванной изменением магнитного поля во времени, по закону электромагнитной индукции может существовать ЭДС, обусловленная внешним по отношению к данной цепи источником, так называемая сторонняя ЭДС  $E_{ст}$ , а плотность тока, вызванную внешними источниками, в отличие от составляющей плотности тока, вызванной ЭДС ( $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ ), можно назвать сторонней плотностью тока  $\mathbf{J}_{ст}$ .

Решение уравнений электромагнитного поля (2-1) в том виде, как они записаны, или в виде уравнений второго порядка для  $\mathbf{E}$  или  $\mathbf{H}$  необходимо получить для определенных, начальных по времени и граничных в пространстве условий, которые накладывают на искомые функции требование конкретных физических свойств устройства, выраженных в его математической модели. Поиск решения уравнения второго порядка для конкретных граничных условий (общее число решений бесконечно велико) называется краевой задачей. Для обыкновенного дифференциального уравнения вида

$$(\rho y')' - qy' - \lambda \rho y = f(x) \quad (2-3)$$

при граничных условиях вида

$$A_1 y(a) + B_1 y'(a) = 0; \quad A_2 y(b) + B_2 y'(b) = 0$$

решение зависит от правой части. Возможны два случая: либо решение неоднородного уравнения при  $f(x) \neq 0$  справедливо для всех  $f(x)$  и тогда оно — единственное, а однородное уравнение при этом имеет только тривиальные (нулевые) решения, либо однородное уравнение имеет нетривиальные решения, возможно не для всех  $f(x)$ . Нетривиальные решения однородного уравнения называются собственными функциями, а соответствующие им значения параметра  $\lambda$  — собственными числами. Задача отыскания собственных функций и чисел для уравнения вида (2-3) называется задачей Штурма—Лиувилля. Один из основных подходов к решению краевых задач в частных производных заключается в приведении их

к обыкновенным дифференциальным уравнениям по каждой из переменных и в решении получающихся при этом задач Штурма—Лиувилля по каждой из переменных в отдельности.

Естественно, что когда уравнения составлены непосредственно для векторов поля, тогда для решения краевой задачи необходимо задать граничные значения этих векторов, т. е. самих переменных. Краевая задача, в которой на границах задаются значения самих переменных, называется задачей Дирихле. В задаче Неймана на границах задаются нормальные к границам производные функций, входящих в дифференциальные уравнения. В смешанной задаче могут фигурировать оба типа граничных условий.

Задачи Неймана и смешанную задачу приходится решать, когда вместо векторов поля уравнения составляются для вспомогательных функций — скалярных или векторных потенциалов электромагнитного поля. При задании потенциалов удается уменьшить число переменных в уравнениях и, следовательно, сократить объем работы по их решению.

Так, полагая, что напряженность магнитного поля является градиентом некоторой скалярной функции — скалярного магнитного потенциала  $V_m$  ( $\mathbf{H} = -\text{grad } V_m$ ), используя уравнение Максвелла  $\text{div } \mathbf{B} = 0$  и подставляя в него выражение для  $\mathbf{B}$ :

$$\mathbf{B} = -\mu \text{grad } V_m,$$

получаем уравнение Лапласа для скалярного потенциала магнитного поля  $V_m$

$$\nabla^2 V_m = 0. \quad (2-4)$$

В отличие от векторов поля  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ , имеющих в общем случае по три пространственные составляющие по трем координатным осям, скалярный потенциал имеет одно значение в каждой точке области. Аналогичным приемом можно ввести векторный потенциал стационарного магнитного поля  $\mathbf{A}$ , положив  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ .

Используя уравнение Максвелла  $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$  при  $\mu = \text{const}$  придем к уравнению  $\text{rot rot } \mathbf{A} = \text{grad div } \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A} = \mathbf{J}\mu$ . Если на  $\mathbf{A}$  наложить калибровочное условие  $\text{div } \mathbf{A} = 0$ , то получим уравнение Пуассона для вектор-потенциала

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}. \quad (2-5)$$

В плоском поле, где имеется только одна составляющая плотности тока  $J$  и соответственно одна составляющая  $\mathbf{A}$ , мы таким образом уменьшим число переменных и уравнений, однако в пространственном поле нам придется иметь дело, по крайней мере, с двумя составляющими вектора  $\mathbf{A}$  (третью можно получить с помощью калибровочного условия).

Поэтому в последние годы нашел применение [6] еще один способ задания потенциальных функций. В частях области, где отсутствуют токи, вводится скалярный магнитный потенциал  $V_m$ ,

а в частях области, где существуют сторонние или вихревые токи, — дополнительная функция  $\mathbf{H}_0$ , определяемая так, что  $\mathbf{H} = -\text{grad } V_m + \mathbf{H}_0$ . При этом плотность тока является функцией  $\mathbf{H}_0$  ( $\mathbf{J} = \text{rot } \mathbf{H}_0$ ), благодаря чему все три пространственные составляющие плотности тока можно определить через две составляющие  $\mathbf{H}_0$ , что дает известную свободу в выборе составляющих.

Поскольку векторный потенциал является интегральной функцией по отношению к вектору  $\mathbf{B}$ , как и  $\mathbf{E}$  по отношению к  $\partial \mathbf{B} / \partial t$ , то возможны различные значения этих функций, отличающиеся друг от друга на градиент некоторого скаляра: при дифференцировании  $\text{rot grad}$  дает нуль. Для однозначного определения  $\mathbf{A}$  или  $\mathbf{E}$  можно ввести различные варианты калибровочных условий; одно из них мы вводили при выводе уравнения (2-5):  $\text{div } \mathbf{A} = 0$ . При расчете электромагнитного поля вихревых токов используется уравнение Максвелла  $\text{rot } \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$ . Подстановка  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$  приводит это уравнение к виду  $\text{rot } (\mathbf{E} + \partial \mathbf{A} / \partial t) = 0$ , откуда вытекает следующая запись  $\mathbf{E} + \partial \mathbf{A} / \partial t = -\text{grad } \varphi$ . Подставим уравнение для  $\mathbf{E}$  в уравнение Максвелла  $\text{rot } \mathbf{H} = \text{rot } (\mathbf{B} / \mu) = \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + \mathbf{J}_{\text{ст}}$  и при постоянном  $\mu$  получим

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\mu \mathbf{J}_{\text{ст}} + \text{grad } (\text{div } \mathbf{A} + \sigma \mu \varphi). \quad (2-6)$$

Если принять в качестве калибровочного условия

$$\text{div } \mathbf{A} = -\sigma \mu \varphi,$$

то из уравнения (2-6) исчезает скалярный потенциал  $\varphi$  и оно принимает вид

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\mu \mathbf{J}_{\text{ст}}. \quad (2-7)$$

Уравнение для скалярного потенциала с учетом уравнений Максвелла  $\text{div } \mathbf{D} = \rho$  и  $\text{div grad } \varphi = \nabla^2 \varphi = -\rho / \epsilon$  примет аналогичный вид

$$\nabla^2 \varphi - \mu \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{\rho}{\epsilon}. \quad (2-8)$$

Решать эти уравнения можно отдельно и независимо. Если же сохранить в качестве калибровочного условия  $\text{div } \mathbf{A} = 0$ , то уравнение для вектор-потенциала будет содержать член  $\text{grad } \mu \sigma \varphi$ :

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mu \sigma \text{grad } \varphi = -\mu \mathbf{J}_{\text{ст}}. \quad (2-9)$$

зато уравнение для  $\varphi$  будет уравнением Пуассона

$$\nabla^2 \varphi = -\rho / \epsilon. \quad (2-10)$$



Если в рассматриваемой области расчета поля невозможно накопление электрических зарядов, то уравнение (2-10) становится однородным и тогда, вводя вторичную калибровку  $A$  по принципу

$$\partial A / \partial t + \text{grad } \varphi = \partial A' / \partial t + \text{grad } \varphi' + \text{grad } \frac{\partial \varphi}{\partial t},$$

что означает одновременно калибровку  $\varphi'$  ( $\varphi' = \varphi - \partial \varphi / \partial t$ ), можно подобрать  $\varphi$  так, чтобы  $\varphi \equiv 0$  по всей области. Тогда уравнение для  $A$  вновь упрощается и  $E = -\partial A' / \partial t$ .

Можно, наконец, решать непреобразованное уравнение  $\text{rot } \frac{1}{\mu} \text{rot } A = \sigma E + J_{\text{ст}}$ , что иногда предпочтительно при использовании численных методов расчета поля.

При постановке и решении задачи расчета электромагнитного поля иногда приходится прибегать к замене в математической модели реальной кусочно-неоднородной среды, состоящей из чередующихся участков или слоев различных материалов, идеальной сплошной средой, свойства которой по разным осям координат отличаются друг от друга, т. е. анизотропной средой. Сама по себе такая замена требует в каждом случае более или менее подробного обоснования, однако, если она обоснованна, то такой прием упрощает решение задачи.

Характеристики сред в этом случае являются не скалярами, а тензорами  $\sigma = \sigma_{ik}$ ;  $\mu = \mu_{ik}$ ;  $\epsilon = \epsilon_{ik}$ , матрицы которых имеют в общем случае по девять составляющих. Если среды линейны, т. е. если  $\mu_{ik} = \text{const}$ , то тензоры симметричны, а следовательно, могут быть приведены к диагональному виду путем преобразования к главным осям.

Уравнение Максвелла  $\text{rot } H = J$  запишется для электрически анизотропной среды в следующем виде:

$$\text{rot}_i H = J_i = \sigma_{ik} E_k, \quad (2-11)$$

а уравнение  $\text{rot } E = -\frac{\partial B}{\partial t} = -j\omega B_m e^{j\omega t}$  — в виде

$$\text{rot}_i E = -j\omega \mu_{ik} H_k. \quad (2-12)$$

Подставляя  $H_k$  из (2-12) в (2-11), получаем уравнение второго порядка для  $E_i$ ; подставляя  $E_k$  из (2-11) в (2-12), получаем уравнение второго порядка для  $H_i$ .

Рассмотрим простейший пример вывода выражений для параметров схемы замещения асинхронной машины на основе решения уравнений поля в ее активной зоне. Для простоты рассмотрим только зазор и зубцовые слои статора и ротора (рис. 2-1), полагая, что магнитная проницаемость сердечников в районе их спиннок бесконечно велика. Кроме того, будем рассматривать спрямленную магнитную цепь вместо цилиндрической, а также будем считать магнитную проницаемость конечной и постоянной. Заменим зуб-

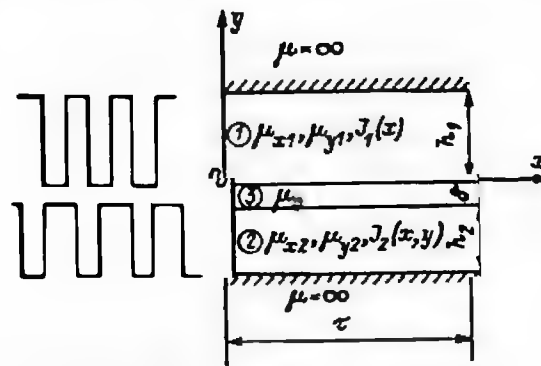


Рис. 2-1. К расчету магнитного поля в поперечном сечении активной зоны

цовые слои статора и ротора эквивалентными средами, в которых равномерно распределена эквивалентная электрическая проводимость  $\sigma_z$ , а магнитная проницаемость по двум взаимно перпендикулярным осям составляет  $\mu_x$  и  $\mu_y$ . Пренебрежем также потерями энергии в электрической и магнитной цепи статора, т. е. будем считать, что в цепи статора расходуется только реактивная мощность.

Пусть плотность тока в статорном слое распределена синусоидально по окружности и изменяется синусоидально во времени, т. е.

$$J_{x1} = J_m \sin(kx) e^{j\omega t}; \quad k = \pi/\tau. \quad (2-13)$$

На самом деле пространственное распределение плотности тока может отличаться от синусоидального, но решение задачи для любой гармоники плотности тока, представленной в виде ряда Фурье

$$J_{x1} = \sum_{v=1}^{\infty} J_{mv} \sin(vkx) e^{j\omega t}, \quad (2-14)$$

будет аналогично решению для единственной гармоники, если, конечно, сохраняется линейность задачи.

Так как свойства материалов не зависят от значений векторов поля и частоты, а также поскольку мы пренебрегаем потерями в статоре, то в зубцовой зоне статора решаем только задачу магнитостатики и можем положить, что все переменные  $J_x$ ,  $H_x$ ,  $H_y$  изменяются во времени синусоидально, т. е. опустить множитель  $e^{j\omega t}$ .

Воспользовавшись уравнениями Максвелла  $\text{rot } H = 0$  и  $\text{div } B = 0$  и учитывая, что

$$\text{rot}_x H = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = J_m \sin kx; \quad \text{div } B = \mu_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + \mu_y \frac{\partial H_y}{\partial y}, \quad (2-15)$$

продифференцируем эти уравнения еще раз по обеим переменным, подставим выражения для перекрестных частных производных и по-

лучим уравнения второго порядка для  $\dot{H}_x$  и  $\dot{H}_y$  в анизотропной среде:

$$\left. \begin{aligned} \mu_x \frac{\partial^2 \dot{H}_y}{\partial x^2} + \mu_y \frac{\partial^2 \dot{H}_y}{\partial y^2} &= \mu_x k J_m \sin kx; \\ \mu_x \frac{\partial^2 \dot{H}_x}{\partial x^2} + \mu_y \frac{\partial^2 \dot{H}_x}{\partial y^2} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2-16)$$

Решение этих уравнений в общем виде даст нам выражения

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_{x1} &= (A_1 \operatorname{sh} \lambda y + B_1 \operatorname{ch} \lambda y) \sin kx; \\ \dot{H}_{y1} &= \left( C_1 \operatorname{sh} \lambda y + D_1 \operatorname{ch} \lambda y - \frac{J_m}{k} \right) \cos kx, \end{aligned} \right\} \quad (2-17)$$

в которых произвольные постоянные связаны друг с другом, что следует из уравнения  $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$ , а

$$\lambda = k \sqrt{\mu_x / \mu_y},$$

$$C_1 = -B_1 \sqrt{\mu_x / \mu_y}; \quad D_1 = -A_1 \sqrt{\mu_x / \mu_y};$$

так что окончательно выражения для  $H_x$  и  $H_y$  можно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_{x1} &= (A_1 \operatorname{sh} \lambda y + B_1 \operatorname{ch} \lambda y) \sin kx; \\ \dot{H}_{y1} &= - \left[ \sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y}} (B_1 \operatorname{sh} \lambda y + A_1 \operatorname{ch} \lambda y) + \frac{J_m}{k} \right] \cos kx. \end{aligned} \right\} \quad (2-18)$$

Произвольные постоянные определяем из граничных условий. При  $y = h$   $H_{x1} = 0$ . Тогда  $A_1 \operatorname{sh} \lambda h = -B_1 \operatorname{ch} \lambda h$  и

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_{x1} &= -A_1 \frac{\operatorname{sh} \lambda (h-y)}{\operatorname{ch} \lambda h} \sin kx; \\ \dot{H}_{y1} &= - \left[ A_1 \sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y}} \frac{\operatorname{ch} \lambda (h-y)}{\operatorname{ch} \lambda h} + \frac{J_m}{k} \right] \cos kx. \end{aligned} \right\} \quad (2-19)$$

В зазоре, составляющем следующий, третий, участок магнитной цепи,  $\mu_{x3} = \mu_{y3} = 0$  и

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_{x3} &= (A_3 \operatorname{sh} ky + B_3 \operatorname{ch} ky) \sin kx; \\ \dot{H}_{y3} &= -(B_3 \operatorname{sh} ky + A_3 \operatorname{ch} ky) \cos kx. \end{aligned} \right\} \quad (2-20)$$

Для простоты изложения рассмотрим сперва два крайних случая: идеальный холостой ход и идеальное короткое замыкание, или, точнее, скольжение, равное бесконечности. В первом случае весь магнитный поток, достигающий поверхности ротора, входит в нее и мы можем положить для нижней границы зазора  $H_{x3} = 0$  ( $\mu_{y3} = \infty$ ) $|_{y=0}$ . Во втором случае мы можем положить для нижней границы зазора  $H_{y3}|_{y=0} = 0$  ( $\mu_{x3} = 0$ ), так как в ротор не проникает магнитное поле. Очевидно, что уравнения (2-20) можно преобразовать и для первого случая получим

$$H_{x3} = A_3 \frac{\operatorname{sh} k(y+\delta)}{\operatorname{ch} k\delta} \sin kx; \quad H_{y3} = -A_3 \frac{\operatorname{ch} k(y+\delta)}{\operatorname{ch} k\delta} \cos kx; \quad (2-21)$$

а для второго

$$H_{x3} = A_3 \frac{\operatorname{ch} k(y+\delta)}{\operatorname{sh} k\delta} \sin kx; \quad H_{y3} = -A_3 \frac{\operatorname{sh} k(y+\delta)}{\operatorname{sh} k\delta} \cos kx. \quad (2-22)$$

На границе участков 1 и 3 должно соблюдаться равенство нормальных составляющих индукции и тангенциальных составляющих напряженности поля:

$$H_{x1} = H_{x3}; \quad \mu_y H_{y1} = \mu_0 H_{y3} \quad (y=0)$$

откуда, подставив соответствующие значения  $H_x$  и  $H_y$ , получим для идеального холостого хода:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= -\frac{J_m}{k} \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y} + \frac{\mu_0}{\mu_y} \frac{\operatorname{th} \lambda h}{\operatorname{th} k\delta}}}; \\ A_3 &= \frac{J_m}{k} \frac{\frac{\operatorname{th} \lambda h}{\operatorname{th} k\delta}}{\sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y} + \frac{\mu_0}{\mu_y} \frac{\operatorname{th} \lambda h}{\operatorname{th} k\delta}}}; \\ H_{x1} &= -\frac{J_m}{k} \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y} + \frac{\mu_0}{\mu_y} \frac{\operatorname{th} \lambda h}{\operatorname{th} k\delta}}} \frac{\operatorname{sh} \lambda (h-y)}{\operatorname{ch} \lambda h} \sin kx; \\ H_{y1} &= -\frac{J_m}{k} \left[ -\frac{\sqrt{\mu_x / \mu_y}}{\sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y} + \frac{\mu_0}{\mu_y} \frac{\operatorname{th} \lambda h}{\operatorname{th} k\delta}}} \times \right. \\ &\quad \times \left. \frac{\operatorname{ch} \lambda (h-y)}{\operatorname{ch} \lambda h} \right] \cos kx; \\ H_{x3} &= -\frac{J_m}{k} \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y} + \frac{\mu_0}{\mu_y} \frac{\operatorname{th} \lambda h}{\operatorname{th} k\delta}}} \times \\ &\quad \times \frac{\operatorname{th} \lambda h}{\operatorname{th} k\delta} \frac{\operatorname{ch} k(y+\delta)}{\operatorname{ch} k\delta} \sin kx; \\ H_{y3} &= -\frac{J_m}{k} \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y} + \frac{\mu_0}{\mu_y} \frac{\operatorname{th} \lambda h}{\operatorname{th} k\delta}}} \times \\ &\quad \times \frac{\operatorname{th} \lambda h}{\operatorname{th} k\delta} \frac{\operatorname{ch} k(y+\delta)}{\operatorname{ch} k\delta} \cos kx. \end{aligned} \right\} \quad (2-23)$$



Для бесконечно большого скольжения

$$\begin{aligned}
 A_1 &= -\frac{J_m}{k} \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y} + \frac{\mu_0}{\mu_y} \frac{\text{th } \lambda h}{\text{cth } k\delta}}}; \\
 A_2 &= \frac{J_m}{k} \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y} + \frac{\mu_0}{\mu_y} \frac{\text{th } \lambda h}{\text{cth } k\delta}}}; \\
 H_{x1} &= -\frac{J_m}{k} \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y} + \frac{\mu_0}{\mu_y} \frac{\text{th } \lambda h}{\text{cth } k\delta}}} \frac{\text{sh } \lambda (h-y)}{\text{ch } \lambda h} \sin kx; \\
 H_{y1} &= -\frac{J_m}{k} \left[ 1 - \frac{\sqrt{\mu_x/\mu_y}}{\sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y} + \frac{\mu_0}{\mu_y} \frac{\text{th } \lambda h}{\text{cth } k\delta}}} \right] \times \\
 &\quad \times \frac{\text{ch } \lambda (h-y)}{\text{ch } \lambda h} \cos kx; \\
 H_{x2} &= -\frac{J_m}{k} \frac{\text{th } \lambda h \text{ th } k\delta}{\sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y} + \frac{\mu_0}{\mu_y} \frac{\text{th } \lambda h}{\text{cth } k\delta}}} \times \\
 &\quad \times \frac{\text{sh } k (y+\delta)}{\text{ch } k\delta} \sin kx; \\
 H_{y2} &= -\frac{J_m}{k} \frac{\text{th } \lambda h \text{ th } k\delta}{\sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y} + \frac{\mu_0}{\mu_y} \frac{\text{th } \lambda h}{\text{cth } k\delta}}} \times \\
 &\quad \times \frac{\text{ch } k (y+\delta)}{\text{ch } k\delta} \cos kx.
 \end{aligned} \tag{2-24}$$

Теперь можно, проинтегрировав индукции, получить магнитные потоки, замыкающиеся в продольном и поперечном направлении;

$$\begin{aligned}
 \Phi_x &= \int_0^h \mu_x H_x|_{x=0.5\tau} dy = \frac{\mu_x J_m}{k^2} \frac{(\text{ch } \lambda h - 1)/\text{ch } \lambda h}{\frac{\mu_x}{\mu_y} + \frac{\mu_0}{\mu_y} \sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y} \frac{\text{th } \lambda h}{\text{th } k\delta}}}; \\
 \Phi_y &= \int_0^{0.5\tau} \mu_y H_y|_{y=0} dx = \frac{J_m}{k^2} \left( 1 - \frac{\sqrt{\mu_x/\mu_y}}{\sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y} + \frac{\mu_0}{\mu_y} \frac{\text{th } \lambda h}{\text{th } k\delta}}} \right)
 \end{aligned} \tag{2-25}$$

и идеального короткого замыкания

$$\left. \begin{aligned}
 \Phi_x &= \frac{\mu_x J_m}{k^2} \frac{(\text{ch } \lambda h - 1)/\text{ch } \lambda h}{\mu_x/\mu_y + (\mu_0/\mu_y) (\mu_x/\mu_y) \text{th } \lambda h \text{ th } k\delta}; \\
 \Phi_y &= \frac{J_m}{k^2} \left[ 1 - \frac{\sqrt{\mu_x/\mu_y}}{\sqrt{\mu_x/\mu_y + (\mu_0/\mu_y) \text{th } \lambda h \text{ th } k\delta}} \right].
 \end{aligned} \right\} \tag{2-26}$$

Для магнитной цепи, участки которой однородно намагничены, можно считать, что магнитное сопротивление участка пропорционально его длине в направлении силовых линий магнитного поля, обратно пропорционально площади поперечного сечения (или ширине, если сопротивление берется на единицу длины бесконечно длинной в направлении оси  $z$  магнитной цепи) и обратно пропорционально магнитной проницаемости этого участка. Так как обычно при отсутствии сильного насыщения стали все аргументы гиперболических функций в выражениях (2-25) и (2-26) суть величины малые, можно заменить гиперболические функции первыми членами их разложений в ряд Тэйлора и выражения (2-25), (2-26) примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned}
 \Phi_x &= \mu_x J_m \frac{h\tau}{\pi} \frac{0.5h\pi}{\tau} \frac{1}{1 + (\mu_0/\mu_y) (h/\delta)}; \\
 \Phi_y &= \frac{J_m h\tau}{\pi} \frac{\mu_0}{\pi\delta/\tau} \frac{1}{1 + (\mu_0/\mu_y) (h/\delta)};
 \end{aligned} \right\} \tag{2-27}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \Phi_x &= \frac{\mu_x J_m h\tau}{\pi} \frac{0.5h\pi}{\tau} \frac{1}{1 + \frac{\mu_0\lambda\pi}{\tau\mu_y} \frac{\mu_0\delta\pi}{\tau}}; \\
 \Phi_y &= \frac{J_m h\tau}{\pi} \frac{\mu_0\delta\pi/\tau}{1 + \frac{\mu_0\delta\pi}{\tau} \frac{h\pi}{\tau\mu_y}}.
 \end{aligned} \right\} \tag{2-28}$$

Обозначив

$$\left. \begin{aligned}
 R_{hd} &= \frac{\pi h}{\tau\mu_y}; & R_{\delta d} &= \frac{\pi\delta}{\tau\mu_0}; & \lambda_{h\delta} &= \frac{1}{R_{h\delta}} = 0.5 \frac{\pi h}{\tau}; \\
 \lambda_{\delta\delta} &= \frac{1}{R_{\delta\delta}} = \frac{\mu_0\delta\pi}{\tau} & F_A &= \frac{J_m h\tau}{\pi}.
 \end{aligned} \right\} \tag{2-29}$$

впишем окончательно: для холостого хода

$$\left. \begin{aligned}
 \Phi_x &= F_A \lambda_{h\delta} \frac{1}{1 + R_{hd}/R_{\delta d}}; \\
 \Phi_y &= \frac{F_A}{R_{\delta d}} \frac{1}{1 + R_{hd}/R_{\delta d}};
 \end{aligned} \right\} \tag{2-30}$$

для короткого замыкания

$$\left. \begin{aligned} \Phi_x &= F_A \lambda_{h\sigma} \frac{1}{1 + R_{hd}/R_{\sigma\sigma}}; \\ \Phi_y &= \frac{F_A}{R_{\sigma\sigma}} \frac{1}{1 + R_{hd}/R_{\sigma\sigma}} \end{aligned} \right\} \quad (2-31)$$

Выражениям (2-30) и (2-31) соответствуют магнитные схемы замещения, показанные на рис. 2-2, а и б. Магнитные сопротивления, входящие в схемы замещения, зависят от сопротивления стали сердечников по-разному: продольное магнитное сопротивление зубцов статора обратно пропорционально магнитной проницаемости по оси  $y$ , поперечное — магнитной проницаемости по оси  $x$ . Так как  $\mu_y$  обычно много больше  $\mu_x$ , то влияние насыщения зубцов на поток в зазоре существенно сказывается только при напряжениях, близких к номинальному. Магнитное сопротивление зазора в поперечном направлении  $R_{\sigma\sigma}$  значительно выше, чем поперечное сопротивление зубцового слоя: в 100—200 раз при нормальных соотношениях между размерами машины, поэтому им можно пренебречь во всех случаях; тогда схема замещения магнитной цепи статора может быть единой для всех режимов, как показано на рис. 2-2, в. От магнитной схемы замещения нетрудно перейти к электрической схеме: достаточно вспомнить, что  $x = \omega/R_m$  и, следовательно,  $x = \omega\lambda_m$ . При этом нужно еще учесть, что падениям напряжения на элементах электрической схемы замещения соответствуют магнитные потоки в элементах магнитной схемы замещения. Такая схема замещения участка цепи статора и зазора приведена на рис. 2-3.

На основании решения уравнений поля для всей магнитной цепи асинхронной машины можно вывести с исчерпывающей полнотой формулы для расчета элементов схем замещения магнитной и электрической цепи, как показано выше. В дальнейшем будем по мере необходимости использовать этот прием. Однако исторически понятие электрической схемы замещения асинхронной ма-

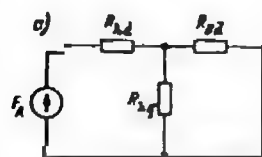


Рис. 2-2. Магнитные схемы замещения для идеального холостого хода (а) и идеального короткого замыкания (б), соответствующие расчету поля в поперечном сечении; совмещенная схема (в)

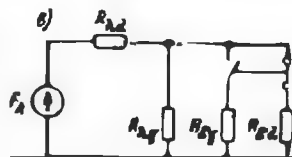
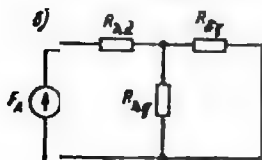
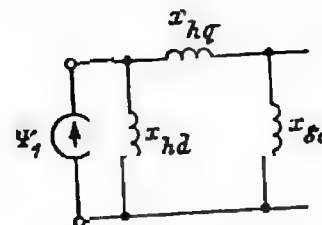


Рис. 2-3. Электрическая схема замещения для статора, соответствующая магнитной схеме рис. 2-2, а



шины возникло не на основе решений уравнений поля, а на основе интуитивной аналогии с трансформатором, хотя в трансформаторе имеет место чисто переменное магнитное поле, частота которого неизменна, а в асинхронном двигателе — вращающееся магнитное поле, частота которого в роторе, вращающемся со скольжением, зависит от скольжения.

## 2-2. Уравнения электрических и магнитных цепей

Асинхронная машина с заторможенным ротором представляет собой многофазный трансформатор с вращающимся магнитным полем. Как и в обычном однофазном трансформаторе, протекающий по первичной обмотке ток создает в сердечнике магнитный поток, вызывающий, в свою очередь, ЭДС самоиндукции. Геометрическая сумма этой ЭДС и падения напряжения на активном сопротивлении обмотки уравнивает приложенное к фазной обмотке напряжение  $U_1$ . Обычно поток, сцепляющийся с первичной обмоткой трансформатора или асинхронной машины, условно разделяют на поток рассеяния и поток взаимной индукции, последний сцепляется также полностью со вторичной обмоткой. ЭДС, вызванную потоком рассеяния  $x_1$ . Если во вторичной обмотке трансформатора тока нет (обмотка ротора асинхронного двигателя разомкнута), то поток, сцепляющийся с первичной и вторичной обмотками, наводит в первой ЭДС  $\dot{E}_1$ , пропорциональную частоте тока  $f_1$  и числу витков  $\omega_1$ , а во второй — ЭДС  $\dot{E}_2$ , пропорциональную той же частоте (если ротор заторможен) и числу витков вторичной обмотки  $\omega_2$ .

Если пренебречь потерями в стали, то электрическую цепь такого трансформатора можно представить в виде, показанном на рис. 2-4, а. Ток во вторичной обмотке, замкнутой на сопротивление  $r_2 + jx_2$  (где  $r_2$  может быть суммой собственного сопротивления и подключенного внешнего сопротивления), составляет

$$I_2 = \dot{E}_2 / (r_2 + jx_2).$$

Если ротор асинхронного двигателя вращается со скоростью  $\omega_1 = \omega_2 (1-s)$ , то в его замкнутой накоротко обмотке будет вестись ЭДС  $\dot{E}_2$ , пропорциональная частоте поля и магнитному потоку; иными словами, при том же магнитном потоке, проникаю-



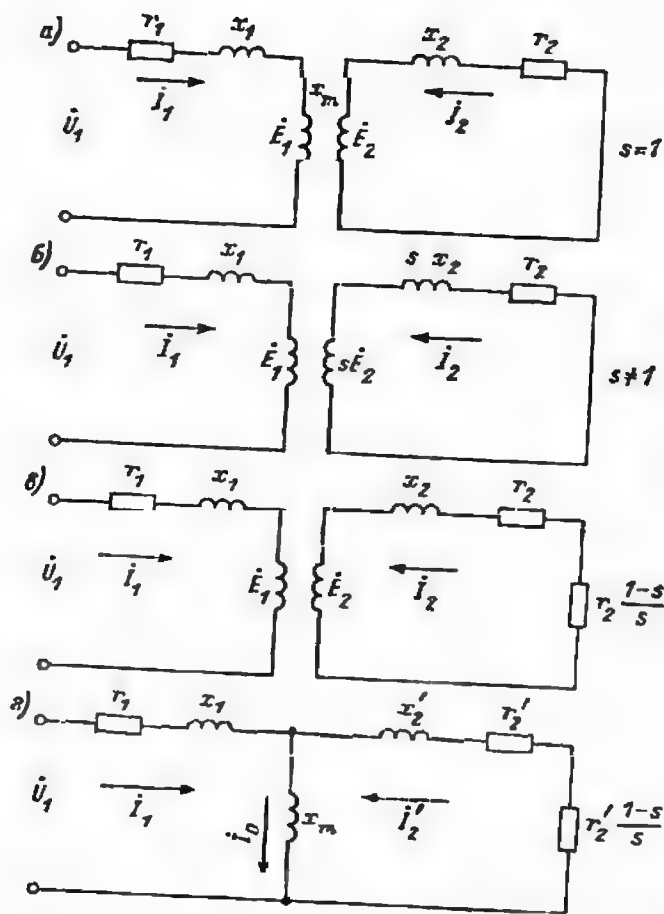


Рис. 2-4. Формирование Т-образной схемы замещения асинхронной машины, полученной по аналогии со схемой замещения трансформатора без потерь в сердечнике

щем в ротор из статора, ЭДС в обмотке ротора будет пропорциональна скольжению:  $\dot{E}_2 = s\dot{E}_1$ , а ток в обмотке ротора составит при частоте  $s f_1$  величину

$$I_2 = \frac{s\dot{E}_1}{jx_2 + r_2} \quad (2-32)$$

где  $x_2$  — индуктивное сопротивление рассеяния ротора при частоте  $f_1$ , так как не только ЭДС, но и индуктивное сопротивление прямо пропорционально частоте тока. Эквивалентная схема для

этого случая показана на рис. 2-4, б. Если теперь отвлечься от процесса в статоре, то, разделив числитель и знаменатель выражения (2-32) на  $s$  (конечно, если  $s \neq 0$ ), получим, что

$$I_2 = \frac{\dot{E}_1}{jx_2 + r_2/s} \quad (2-33)$$

иначе говоря, ток в обмотке ротора останется неизменным, если частота составит  $f_1$ , но активное сопротивление обмотки ротора будет равно  $r_2/s$ . При этом преобразовании предполагается, что сама величина  $r_2$  не зависит от частоты тока, т. е. вихревыми токами в проводниках ротора мы пренебрегаем. Если представить эквивалентное сопротивление ротора  $r_2/s$  как сумму  $r_2$  и  $(1-s)r_2/s$ , то ясно, что потери в обмотке ротора по-прежнему составляют  $I_2^2 r_2$ , а мощность  $I_2^2 r_2 (1-s)/s$  — это передаваемая на вал ротора электромагнитная мощность, благодаря которой ротор и вращается с угловой частотой  $\omega_2 = (1-s)\omega_1$ . Такому преобразованию соответствует эквивалентная схема, показанная на рис. 2-4, в. Она в точности соответствует эквивалентной схеме трансформатора, включенного на активную нагрузку  $r_2(1-s)/s$ .

Если теперь привести сопротивления и ЭДС вторичной цепи к числу витков первичной цепи с помощью коэффициентов приведения по напряжению  $k_r$ , току  $k_i$  и сопротивлению  $k_z$ :

$$k_r = \frac{k_{\phi 1} \omega_1}{k_{\phi 2} \omega_2}; \quad k_i = \frac{m_2 k_{\phi 2} \omega_2}{m_1 k_{\phi 1} \omega_1};$$

$$k_z = \frac{m_1^2 k_{\phi 1}^2 \omega_1^2}{m_2^2 k_{\phi 2}^2 \omega_2^2},$$

в которые, в отличие от однофазного трансформатора, входит отношение числа фаз обмоток статора и ротора, в общем случае не равное единице, то независимые первичную и вторичную цепи можно объединить в одну Т-образную схему замещения, показанную на рис. 2-4, г. В этой схеме

$$r'_2 = k_r r_2, \quad x'_2 = k_z x_2, \quad \dot{E}'_2 = \dot{E}_1 = k_r \dot{E}_2, \quad \dot{I}'_2 = k_i \dot{I}_2.$$

Приведение к одному числу витков, как легко убедиться, не меняет отношений  $r$  к  $x$  и, следовательно, коэффициента мощности цепи, а также потерь, так как  $I_2'^2 r'_2 = I_2^2 r_2$ .

Уравнения для токов и напряжений схемы, показанной на рис. 2-4, г, будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = I_1(r_1 + jx_1) - \dot{E}_1; \\ 0 = \dot{I}_2(r'_2 + jx'_2) - \dot{E}'_2 + \dot{I}_2 r'_2 (1-s)/s. \end{cases} \quad (2-34)$$

В схеме на рис. 2-4, г не учтены потери в стальном сердечнике магнитной цепи. Обычно их учитывают с помощью ветви, содержа-

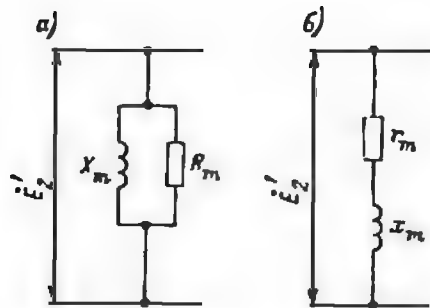


Рис. 2-5. Учет потерь в стали сердечников в схеме замещения путем различного включения активных сопротивлений

щей активное сопротивление (активную проводимость), включенной параллельно ветви  $x_m$ , как сделано на последующих рисунках. Строго говоря, активное сопротивление, эквивалентное потере

в стальном сердечнике, зависит от режима работы машины, так как распределение магнитного поля в различных участках магнитной цепи (см. § 2-1) зависит от режима, однако на точность определения потерь в стали оказывают влияние гораздо более существенные технологические факторы, и учитывать это практически не требуется. В электрической схеме замещения активное сопротивление  $R_m$  и индуктивное  $X_m$  включаются параллельно (рис. 2-5, а), что удобно, так как реактивная составляющая намагничивающего тока  $I_\mu$  пропорциональна напряжению и обратно пропорциональна  $X_m$ , т. е. зависит от зазора, а активная его составляющая практически зависит только от напряжения (для одного и того же типа обмотки, числа витков и т. п.). Можно представить также последовательное включение  $r_m$  и  $x_m$  (рис. 2-5, б).

Сопротивления, входящие в намагничивающий контур при этих вариантах схемы замещения, можно определить через потери при холостом ходе  $p_0$  и через ток холостого хода  $I_0 = I_{0a} + jI_{0r}$ :

$$R_m = \frac{p_0}{m_1 I_{0a}^2} = \frac{m_1 E_2'^2}{p_0}; \quad X_m = \frac{E_2'}{I_{0r}}; \quad r_m = \frac{p_0}{m_1 I_0^2};$$

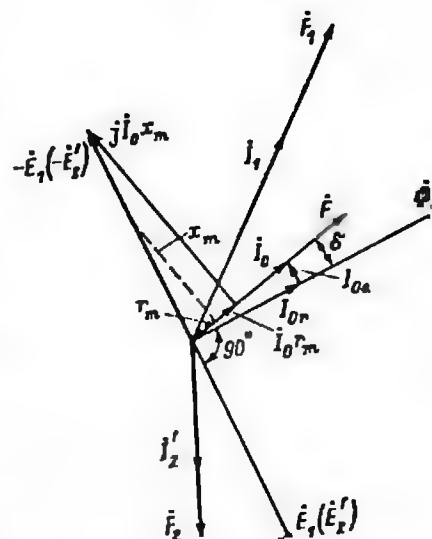
$$I_0 = \frac{E_2'}{r_m + jx_m} = I_{0a} + jI_{0r};$$

$$r_m = \frac{X_m R_m}{X_m^2 + R_m^2} X_m = \frac{E_2' I_{0a}}{I_0^2};$$

$$x_m = \frac{X_m R_m}{X_m^2 + R_m^2} R_m = \frac{E_2' I_{0r}}{I_0^2}. \quad (2-35)$$

Активное сопротивление  $r_m$ , обусловленное потерями в стальном сердечнике, определяет фазовый сдвиг  $\delta$  между результирующим магнитным потоком  $\Phi$ , индуцирующим в обмотках статора

Рис. 2-6. Векторная диаграмма асинхронного двигателя, построенная по аналогии с диаграммой трансформатора



и ротора ЭДС  $\dot{E}_2'$ , и НС  $\dot{F}$ , являющейся результатом суммирования НС обмотки статора  $\dot{F}_1$  и ротора  $\dot{F}_2$  (рис. 2-6):

$$\theta = \arctg \frac{I_{0a}}{I_{0r}} = \arctg \frac{X_m}{R_m} = \arctg \frac{r_m}{x_m}.$$

Если считать, что параметры схемы замещения не зависят от режима работы машины, т. е. пренебречь насыщением магнитной цепи и изменением потерь в стали в зависимости от нагрузки, то получим линейную схему замещения электрической цепи, которую можно преобразовать любым удобным для дальнейших выводов образом, соблюдая только соответствующие правила преобразования для линейных цепей. Удобно преобразовать показанную на рис. 2-4 и 2-5 Т-образную схему замещения к Г-образной, показанной на рис. 2-7. Для того чтобы напряжения в узлах схемы, токи на входе и выходе ее, а также потери в ней сохранили свое значение, будем соблюдать правила преобразования. Так как  $I_0 = (\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_1) / Z_m$ , а  $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}_0$ , то

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1 / Z_m - \dot{I}_2}{1 + Z_1 / Z_m}. \quad (2-36)$$

Обозначим

$$1 + Z_1 / Z_m = c_1 = c_1 e^{j\gamma_1}$$

где

$$c_1 = \left[ \frac{(r_1 + r_m)^2 + (x_1 + x_m)^2}{r_m^2 + x_m^2} \right]^{1/2}$$

$$\gamma_1 = \arctg \frac{x_1 r_m - r_1 x_m}{x_m (x_m + x_1) + r_m (r_m + r_1)},$$

если пользоваться схемой замещения с последовательным включе-



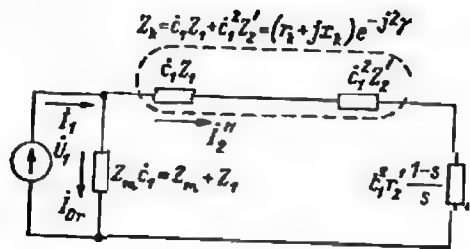


Рис. 2-7. Г-образная схема замещения

нием  $r_m$  и  $x_m$  в намагничивающий контур, или

$$c_1 = \left[ \left( 1 + \frac{r_1}{R_m} + \frac{x_1}{X_m} \right)^2 + \left( \frac{x_1}{R_m} - \frac{r_1}{X_m} \right)^2 \right]^{1/2};$$

$$\gamma_1 = \arctg \frac{\frac{x_1}{R_m} - \frac{r_1}{X_m}}{1 + \frac{r_1}{R_m} + \frac{x_1}{X_m}},$$

если пользоваться схемой замещения с параллельным включением  $R_m$  и  $X_m$  в намагничивающий контур.

Обычно значение  $\gamma_1$  отрицательно, так что чаще вводится угол  $\gamma$ , равный  $-\gamma_1$ . Для крупных и средних машин при частоте питающего напряжения 50 Гц угол этот невелик, не превышает, как правило, 4—5 градусов, однако для машин с высоким относительным активным сопротивлением статорной обмотки  $r_1$ , что имеет место в микромашинах, а также в машинах любой мощности при частотном регулировании и работе на малой частоте, когда  $r > x$ , значение  $\gamma$  может составлять 20—30°. Модуль  $c_1$  при промышленной частоте для средних и крупных машин не превышает, как правило, 1,03, а для машин относительно малой мощности может достигать 1,5 [8, 9].

Запишем выражение для тока статора  $i_1$ , вытекающее из схемы замещения на рис. 2-7:

$$i_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_1 + \frac{Z_m Z_2}{Z_m + Z_2}} = \frac{\dot{U}_1 (Z_m + Z_2')}{Z_1 Z_m + Z_2' (Z_1 + Z_m)} = \frac{\dot{U}_1 (Z_m + Z_2')}{Z_m (Z_1 + Z_2' c_1)}. \quad (2-37)$$

Заменим в числителе (2-37)  $Z_m$  на  $(Z_1 + Z_m)/c_1$  и выделим в этом выражении два слагаемых:

$$i_1 = \frac{\dot{U}_1}{c_1 (Z_1 + Z_2' c_1)} + \frac{\dot{U}_1}{Z_m c_1} = \frac{\dot{U}_1}{Z_1 + Z_m} + \frac{\dot{U}_1}{c_1 Z_1 + c_1^2 Z_2'} =: i_a + i_2'. \quad (2-38)$$

Легко увидеть, что эти слагаемые соответствуют составляющим тока, замыкающимся по параллельным ветвям Г-образной схемы замещения, сопротивления которых составляют  $Z_1 + Z_m$  и  $c_1 Z_1 + c_1^2 Z_2'$ , т. е. токам, которые мы обозначим  $i_a$  и  $i_2'$ . Первый соответствует току, протекающему через сопротивление  $Z_m$  Т-образной схемы, а второй отличается от тока вторичной цепи Т-образной схемы знаком и меньше тока  $i_2'$  в  $c_1$  раз:

$$\dot{i}_2 = -\dot{i}_2' c_1. \quad (2-39)$$

Удобно выделить из  $Z_2' c_1^2$  член, соответствующий нагрузочному сопротивлению  $c_1^2 r_2' (1-s)/s$ ; тогда оставшаяся часть активного сопротивления  $c_1^2 r_2'$  в сумме с индуктивным сопротивлением  $c_1^2 x_2'$  не будет зависеть от режима (если нет вытеснения тока и насыщения). Сумму

$$Z_k = Z_1 + c_1^2 r_2' + j x_2' c_1^2 = (r_k + j x_k) e^{-j 2 \gamma} \quad (2-40)$$

будем называть сопротивлением короткого замыкания. Если требуется учитывать  $\arg c_1$  (при относительно большом значении  $r_m + r_1$  по сравнению с  $x_m + x_1$ ), что может иметь место в машине малой мощности или в крупных машинах, работающих при частотном управлении в диапазоне малых частот, то

$$\left. \begin{aligned} r_k &= c_1 (r_1 \cos \gamma - x_1 \sin \gamma) + c_1^2 r_2'; \\ x_k &= c_1 (x_1 \cos \gamma + r_1 \sin \gamma) + c_1^2 x_2'. \end{aligned} \right\} \quad (2-41)$$

При малом значении  $\gamma \cos \gamma \rightarrow 1$ ;  $\sin \gamma \rightarrow 0$ ; поэтому

$$r_k \approx c_1 r_1 + c_1^2 r_2'; \quad x_k \approx c_1 x_1 + c_1^2 x_2'. \quad (2-42)$$

На основании Г-образной схемы замещения (см. рис. 2-7) можно получить аналитические выражения для мощности, передаваемой на ротор,  $P_{эм}$ , момента  $M$  и прочих величин, характеризующих работу двигателя или генератора в зависимости от скольжения  $s$ . Так, если продифференцировать выражение для мощности

$$P_{эм} = \frac{m U_1^2 r_2' / s}{(r_1 + c_1 r_2' / s)^2 + (x_1 + c_1 x_2')^2} \quad (2-43)$$

по  $s$  и приравнять производную нулю:

$$\frac{dP_{эм}}{ds} = 0$$

то получим скольжение  $s_{кр}$ , при котором  $P_{эм}$  и момент  $M$  достигают максимального значения:

$$s_{кр} = \frac{\pm c_1 r_2'}{\sqrt{(x_1 + c_1 x_2')^2 + r_1^2}}.$$

Значение момента при этом составит

$$M_m = \frac{\pm m_1 U_1^2}{2\omega_1 c_1 [\sqrt{(x_1 + c_1 x_2')^2 + r_1^2} \pm r_1]} \approx \frac{\pm m_1 U_1^2}{2\omega_1 c_1 (x_k \pm r_1)} \quad (2-44)$$

Здесь мы для простоты пренебрегли зависимостью  $M_m$  от  $\gamma$ . Формулы для расчета важнейших характеристик асинхронной машины приведены в конце этого параграфа. Сперва помещены формулы, которые нужно применять при относительно больших  $\gamma$ , а затем — при относительно малых  $\gamma$ , когда  $\sin \gamma \approx 0$ ,  $\cos \gamma \approx 1$ . Знак «+» перед скоблением соответствует двигательному режиму, а знак «-» соответствует генераторному режиму. Все приведенные ниже выражения справедливы, если сама величина  $r_2'$  не зависит от скольжения, т. е. если вытеснением тока в проводниках обмотки ротора можно пренебречь.

Приведенный на рис. 2-7 вариант схемы замещения не является единственным. Во-первых, возможны различные конфигурации схемы замещения при сохранении ее точности, во-вторых, возможны некоторые упрощения схемы, при которых точность теряется незначительно. Такие упрощения находят широкое распространение в практике расчета. Мы рассмотрим несколько модификаций схемы замещения, чтобы показать возможности ее преобразования как к точному, так и к приближенному виду.

В схеме, впервые предложенной Т. Г. Сорокером [11], активная ветвь подключена непосредственно к зажимам, а не параллельно намагничивающей ветви. Это вполне правомерно, так как потери в стали зависят от полного потока, определяемого полным напряжением.

Схема Т. Г. Сорокера приведена на рис. 2-8, обозначив

$$Z_1 = r_1 + jx_1; \quad Z_{2s} = \frac{r_2'}{s} + jx_2'; \quad \dot{c} = \frac{Z_1 + jx_m}{jx_m},$$

получим выражения для токов

$$\begin{aligned} \dot{I}_2' &= \frac{\dot{U}_1}{Z_1 + \dot{c}Z_{2s}}; \quad \dot{I}_1 = \dot{U}_1 \left[ \frac{1}{R_m} + \frac{1}{Z_1 + jx_m} + \frac{1}{\dot{c}(Z_1 + \dot{c}Z_{2s})} \right] = \\ &= \dot{U}_1 \left( \frac{1}{R_m} + \frac{1}{Z_1 + jx_m} \right) + \frac{\dot{I}_2'}{\dot{c}} = \dot{U}_1 \left( \frac{1}{R_m} + \frac{1}{Z_1 + jx_m} \right) + \dot{I}_2' = \\ &= I_{00} + jI_{0r} + \dot{I}_2'. \end{aligned} \quad (2-45)$$

Введя дополнительные обозначения

$$\tau_1 = \frac{x_1}{r_1}; \quad \rho_1 = \frac{r_1}{x_1 + r_1}.$$

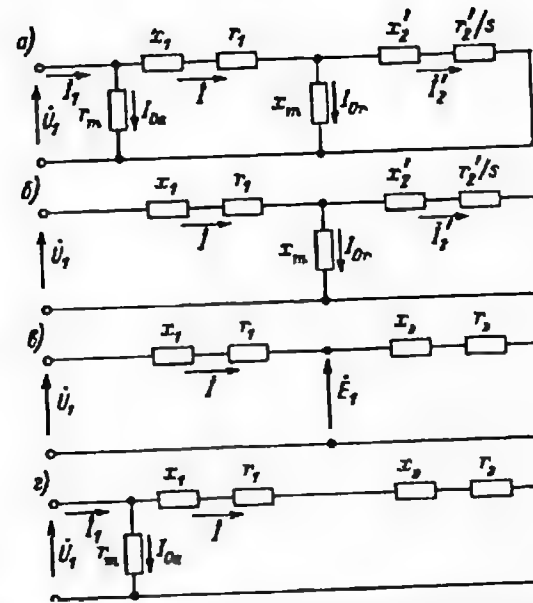


Рис. 2-8. Схема замещения Т. Г. Сорокера и ее модификации

можно получить выражение для коэффициента  $\dot{c}$ :

$$\dot{c} = \frac{x_1 + x_m}{x_m} - j \frac{r_1}{x_m} = (1 + \tau_1) \sqrt{1 + \rho_1^2} e^{j\gamma}; \quad \operatorname{tg} \gamma = -\rho_1. \quad (2-46)$$

Тогда выражение для тока  $\dot{I}_2'$  сможем записать в виде

$$\dot{I}_2' = \frac{\dot{U}_1}{(r_2' + r_2'/s) + j(x_1' + x_2')} e^{-2j\gamma},$$

где

$$\begin{aligned} r_1' &= r_1; \quad x_1' = x_1(1 + \tau_1) \left( 1 + \frac{r_1}{x_1} \rho_1 \right) \approx x_1(1 + \tau_1); \\ r_2' &= r_2'(1 + \tau_1)^2(1 + \rho_1^2) \approx r_2'(1 + \tau_1)^2; \quad x_2' = x_2'(1 + \tau_1)^2(1 + \rho_1^2) \approx \\ &\approx x_2'(1 + \tau_1)^2. \end{aligned}$$

В [10] приведены расчетные формулы, полученные из различных модификаций схемы рис. 2-8, а, показанных на рис. 2-8, б, в и г. Важнейшие из этих формул приведены ниже. С их помощью можно рассчитать характеристики рабочих режимов асинхронной машины, если известны параметры схемы замещения. Легко убедиться, что значение  $r_m$  в схеме рис. 2-8, а отличается от  $R_m$  в схеме

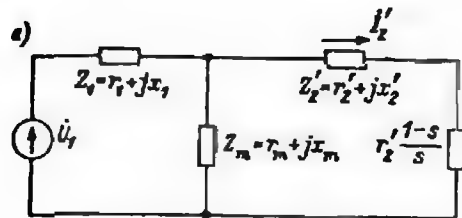


Рис. 2-9. Преобразование Т-образной схемы замещения к однолинейной с помощью теоремы Тевенена

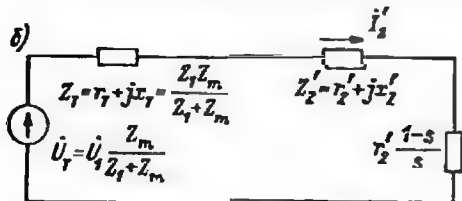
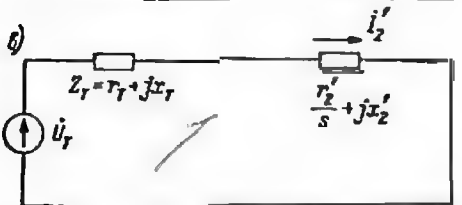


рис. 2-5 при параллельном соединении  $X_m$  и  $R_m$  тем, что не зависит от  $E_2$ :

$$r_m = \frac{p_0}{m_1 I_{0a}^2}; \quad I_{0a} = \frac{U_1}{r_m};$$

$$\text{отсюда } r_m = \frac{m_1 U_1^2}{p_0}.$$



Еще один вариант схемы замещения, основанной на преобразовании схемы рис. 2-4, с активным сопротивлением, включенным в контур намагничивания по типу рис. 2-5, б, показан на рис. 2-9 [13].

Идея такого преобразования получена из теоремы Тевенена.

Вытекающие из этого варианта схемы замещения расчетные формулы также приведены в виде сводки в конце настоящего параграфа.

Для практических расчетов, особенно крупных машин, схемы замещения можно упрощать, основываясь на том, что сопротивление  $r_1$  мало по сравнению с  $x_1$ .

В Г-образной схеме замещения, еще с 30-х годов часто используемой в заводской практике (рис. 2-10), намагничивающий контур вынесен на зажимы статора, активное сопротивление этого контура включено параллельно реактивному и определяется по суммарным потерям: в стали, в статорной обмотке при холостом ходе и механическим потерям.

$$R_m = \frac{p_0}{m_1 I_{0a}^2} = \frac{m_1 U_1^2}{p_0},$$

что дает возможность, как и в схеме замещения Т. Г. Сорокера, считать, что  $r_1' = r_1$ , т. е. исходить из предположения, что  $R_m$  и в первоначальной схеме замещения было включено на зажимы статора. Коэффициент  $c_1$  считается вещественным числом,

$$c_1 = 1 + \frac{I_0 x_1}{U_1 - I_0 x_1} \approx 1 + \frac{x_1}{x_m},$$

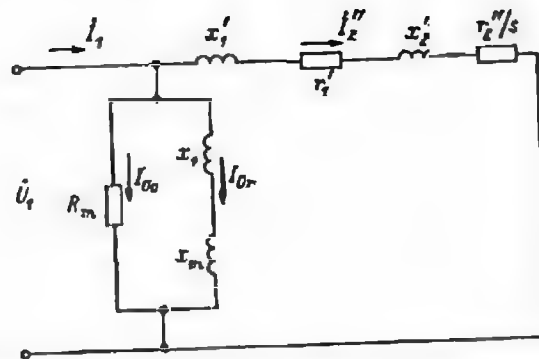


Рис. 2-10. Г-образная упрощенная схема замещения

а параметры схемы определяются следующим образом

$$\left. \begin{aligned} r_1' &= r_1; & x_1' &= x_1 c_1; \\ r_2' &= r_2 c_1^2; & x_2' &= x_2 c_1^2; \\ r_k' &= r_1' + r_2'; & x_k' &= x_1' + x_2'. \end{aligned} \right\} \quad (2-47)$$

Из большого числа упрощенных схем замещения, которые можно получить, используя схемы рис. 2-4, 2-5 и 2-8, приведем только одну, которая благодаря простоте позволяет при использовании каталожных данных асинхронных машин рассчитывать различные режимы с достаточной для практики точностью, исключая, однако, двухклеточные и широкопазные машины. Эта схема была предложена и использована К. Вейнотом [13] и основана на том факте, что обычно значения  $x_1'$  и  $x_2'$  асинхронных машин с одной клеткой ротора близки друг к другу, так что можно принять  $x_1 \approx x_2'$ . Эта схема показана на рис. 2-11, а полученные из нее расчетные формулы приведены в общей сводке формул.

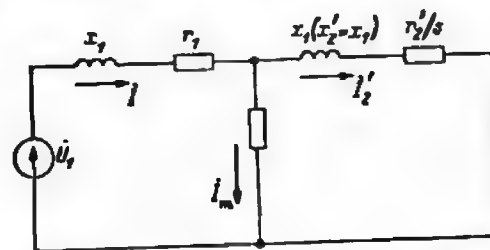


Рис. 2-11. Схема замещения для приближенных расчетов



### Сводка важнейших формул

Формулы, вытекающие из Г-образной схемы замещения на рис. 2-7:

I. Уточненные формулы ( $\gamma \neq 0$ ). Приведенный ток ротора (А)

$$I_2' = \frac{U_1}{\sqrt{\left[ r_1 + c_1 \left( \frac{r_2'}{s} \cos \gamma + x_2' \sin \gamma \right) \right]^2 + \left[ x_1 + c_1 \left( x_2' \cos \gamma - \frac{r_2'}{s} \sin \gamma \right) \right]^2}}$$

Полный механический момент (Н·м)

$$M = \frac{m_1 U_1^2 r_2'}{\omega_1 \left\{ \left[ r_1 + c_1 \left( \frac{r_2'}{s} \cos \gamma + x_2' \sin \gamma \right) \right]^2 + \left[ x_1 + c_1 \left( x_2' \cos \gamma - \frac{r_2'}{s} \sin \gamma \right) \right]^2 \right\}}$$

Скольжение, соответствующее заданному моменту  $M$  на восходящей и падающей ветвях кривой  $M(s)$ .

$$s_{1, II} = \frac{c_1 r_2'}{Q \pm \sqrt{Q^2 - (r_1 + c_1 x_2' \sin \gamma)^2 - (x_1 + c_1 x_2' \cos \gamma)^2}}$$

где

$$Q = \frac{m_1 U_1^2}{2\omega_1 M c_1} - r_1 \cos \gamma + x_1 \sin \gamma.$$

Скольжение, соответствующее полной механической мощности  $P_2'$  на восходящей и падающей ветвях кривой  $P_2'(s)$ ,

$$s_{1, \Sigma} = \frac{c_1 r_2'}{R \pm \sqrt{R^2 - (r_2 + c_1 x_2' \sin \gamma)^2 - (x_1 + c_1 x_2' \cos \gamma)^2 - \frac{m_1 U_1^2 r_2'}{P_2' s}}}$$

где

$$R = \frac{m_1 U_1^2}{2P_2' c_1} - r_1 \cos \gamma + x_1 \sin \gamma.$$

Максимальный момент (Н·м)

$$M_m = \frac{\pm m_1 U_1^2}{2\omega_1 c_1 \left[ \sqrt{T^2 + (x_1 \cos \gamma + r_1 \sin \gamma + c_1 x_2')^2} \pm T \right]}$$

где  $T = r_1 \cos \gamma - x_1 \sin \gamma$ ; знак «+» для двигательного режима, а «-» для генераторного.

Скольжение, соответствующее моменту  $M_m$ ,

$$s_{kp} = \frac{\pm c_1 r_2'}{\sqrt{(r_1 + c_1 x_2' \sin \gamma)^2 + (x_1 + c_1 x_2' \cos \gamma)^2}}$$

Максимум полной механической мощности

$$P_{2m}' = \frac{\pm m_1 U_1^2}{2c_1 \left[ \sqrt{Y^2 + (x_1 \cos \gamma + r_1 \sin \gamma + c_1 x_2')^2} \pm Y \right]}$$

где

$$Y = r_1 \cos \gamma - x_1 \sin \gamma + c_1 r_2'.$$

Скольжение, соответствующее мощности  $P_{2m}'$ ,

$$s_p = \frac{1}{1 \pm \sqrt{1 + D/(c_1 r_2')^2}},$$

где

$$D = r_1^2 + x_1^2 + (c_1 x_2')^2 + 2c_1 [x_2'(r_1 \sin \gamma + x_1 \cos \gamma) + r_2'(r_1 \cos \gamma - x_1 \sin \gamma)].$$

Отношение ЭДС к фазному напряжению  $U_1$

$$\alpha = [(r_2'/s)^2 + (x_2')^2]^{1/2} \left\{ \left[ r_1 + c_1 \left( \frac{r_2'}{s} \cos \gamma + x_2' \sin \gamma \right) \right]^2 + \left[ x_1 + c_1 \left( x_2' \cos \gamma - \frac{r_2'}{s} \sin \gamma \right) \right]^2 \right\}^{-1/2}$$

Относительный момент

$$\frac{M}{M_m} = \frac{2 + \beta' s_{kp}}{\frac{s}{s_{kp}} + \frac{s_{kp}}{s} + \beta' s_{k1}}$$

где

$$\beta' = \frac{2(r_1 \cos \gamma - x_1 \sin \gamma)}{c_1 r_2'}.$$

2. Общеупотребительные формулы ( $\gamma = 0$ ).  
Приведенный ток ротора (А)

$$I_2' = \frac{U_1}{\sqrt{\left(r_1 + c_1 \frac{r_2'}{s}\right)^2 + (x_1 + c_1 x_2')^2}}.$$

Полный механический момент (Н·м)

$$M = \frac{m_1 U_1^2 r_2'}{s \omega_1 \left[ \left(r_1 + c_1 \frac{r_2'}{s}\right)^2 + (x_1 + c_1 x_2')^2 \right]}.$$

Скольжение, соответствующее заданному моменту  $M$ ,

$$s_{1. II} = \frac{c_1 r_2'}{K \pm \sqrt{K^2 - r_1^2 - (x_1 + c_1 x_2')^2}}, \text{ где } K = \frac{m_1 U_1^2}{2 \omega_1 M c_1} - r_1.$$

Скольжение, соответствующее полной механической мощности  $P_2'$ ,

$$s_{1.3} = \frac{c_1 r_2'}{L \pm \sqrt{L^2 - r_1^2 - (x_1 + c_1 x_2')^2 - \frac{m_1 U_1^2 r_2'}{P_2'}}},$$

где

$$L = \frac{m_1 U_1^2}{2 P_2' c_1} - r_1.$$

Максимальный момент (Н·м)

$$M_m = \frac{\pm m_1 U_1^2}{2 \omega_1 c_1 \left[ \sqrt{r_1^2 + (x_1 + c_1 x_2')^2} \pm r_1 \right]}.$$

Скольжение, соответствующее моменту  $M_m$ ,

$$s_{кр} = \frac{\pm c_1 r_2'}{\sqrt{r_1^2 + (x_1 + c_1 x_2')^2}}.$$

Максимум полной механической мощности

$$P_{2m}' = \frac{\pm m_1 U_1^2}{2 c_1 \left[ \sqrt{(r_1 + c_1 r_2')^2 + (x_1 + c_1 x_2')^2} \pm (r_1 + c_1 r_2') \right]}.$$

Скольжение, соответствующее мощности  $P_{2m}'$ ,

$$s_p = \frac{c_1 r_2'}{c_1 r_2' \pm \sqrt{(r_1 + c_1 r_2')^2 + (x_1 + c_1 x_2')^2}}.$$

Отношение ЭДС к фазному напряжению  $U_1$

$$\alpha = \sqrt{\frac{(r_2'/s)^2 + (x_2')^2}{(r_1 + c_1 r_2'/s)^2 + (x_1 + c_1 x_2')^2}}.$$

Относительный момент

$$\frac{M}{M_m} = \frac{2 + \beta s_{кр}}{\frac{s}{s_{кр}} + \frac{s_{кр}}{s} + \beta s_{кр}}, \text{ где } \beta = \frac{2 r_1}{c_1 r_2'}.$$

Формулы, основанные на схеме замещения Т. Г. Сорокера [11] и ее модификациях [2—6]. Эквивалентные сопротивления (схемы в и г на рис. 2-8)

$$r_3 = \frac{x_m^2 s}{r_2' \left[ 1 + \left( \frac{x_m + x_2'}{r_2' s} \right)^2 \right]}; \quad x_3 = x_m - r_3 \frac{x_m + x_2'}{r_2' s}.$$

Сопротивление, по которому проходит ток  $i$  (схемы в и г),

$$Z = r_1 + r_3 + j(x_1 + x_3).$$

Электромагнитная мощность (схемы в и г)

$$P_{эм} = \frac{m_1 U_1^2}{z^2} r_3 = \frac{m_1 U_1^2}{R_2'/s + 2r_1 + R_2' s},$$

где

$$R_2' = r_2' \left[ \left( \frac{r_1}{x_m} \right)^2 + \left( 1 + \frac{x_1}{x_m} \right)^2 \right];$$

$$R_2'' = r_2' \left[ \left[ \frac{r_1}{r_2'} \left( 1 + \frac{x_2'}{x_m} \right) \right]^2 + \left[ \frac{x_1}{r_2'} \left( 1 + \frac{x_2'}{x_m} \right) + \frac{x_2'}{r_2'} \right]^2 \right]$$

Максимальное значение мощности  $P_{эм}$

$$P_{эм \max} = \frac{m_1 U_1^2}{2(r_1 + \sqrt{R_2' R_2''})}.$$

Мощность в режиме короткого замыкания (схемы в и г)

$$P_{\text{зм. к. з}} = \frac{m_1 U_1^2}{2r_1 + R_2' + R_2''}.$$

Скольжение, соответствующее  $P_{\text{зм. макс.}}$

$$s_{\text{кр}} = \pm \sqrt{R_2' / R_2''}.$$

Скольжение, соответствующее полной механической мощности  $P_2'$  (схемы в и г),

$$s = \frac{\frac{R}{2} - r_1 \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2} - r_1\right)^2 - R_2' (R_2'' - R)}}{R + R_2''},$$

где  $R = \frac{m_1 U_1^2}{P_2'}$ .

Активная и реактивная составляющие тока  $I$  (схемы в и г)

$$I_a = \frac{U_1}{\frac{R_2'}{s} + 2r_1 + R_2''} \frac{r_1 + r_2}{r_2};$$

$$I_r = \frac{U_1}{\frac{R_2'}{s} + 2r_1 + R_2''} \frac{x_1 + x_2}{r_2}.$$

Ток  $I$  (схемы в и г),  $I_{\text{oa}}$  (схема в),  $I_1$  (схема г):

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_r^2}; \quad I_{\text{oa}} = \frac{U_1}{R_m}; \quad I_1 = \sqrt{(I_a + I_{\text{oa}})^2 + I_r^2}.$$

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \frac{-I_{\text{oa}} + I_a}{I_1} \left(1 + \frac{2r_1}{R_m}\right).$$

ЭДС статорной обмотки (схема в)

$$E_1 = I \sqrt{r_2^2 + x_2^2} = U_1 \sqrt{\frac{r_2^2 + x_2^2}{r_2 (R_2' / s + 2r_1 + R_2'')}}.$$

ЭДС статорной обмотки на холостом ходу (схема а)

$$E_{1 \text{ х. х}} = \frac{U_1 x_m}{\sqrt{r_1^2 + (x_1 + x_m)^2}} \approx \frac{U_1 x_m}{x_1 + x_m}.$$

Расчетные формулы, полученные с помощью теоремы Тевенена [17]. Сопротивление Тевенена

$$Z_T = \frac{Z_1 Z_m}{Z_1 + Z_m} = \frac{(r_1 + jx_1)(r_m + jx_m)}{r_1 + r_m + j(x_1 + x_m)}.$$

Активное и индуктивное сопротивления Тевенена

$$r_T = \text{Re } Z_T; \quad x_T = \text{Im } Z_T.$$

Напряжение

$$\dot{U}_T = \dot{U}_1 \frac{r_m + jx_m}{r_1 + r_m + j(x_1 + x_m)}.$$

Приведенный ток ротора

$$I_2' = \frac{U_T}{\sqrt{\left(r_T + \frac{r_2'}{s}\right)^2 + (x_2' + x_T)^2}}.$$

Полный механический момент

$$M = \frac{m_1}{\omega_1} (I_2')^2 \frac{r_2'}{s} = \frac{m_1}{\omega_1} \frac{U_T^2 r_2' / s}{\left(r_T + \frac{r_2'}{s}\right)^2 + (x_2' + x_T)^2}.$$

Максимальный момент

$$M_m = \frac{m_1}{\omega_1} \frac{0.5 U_T^2}{r_T + \sqrt{r_T^2 + (x_2' + x_T)^2}}.$$

Критическое скольжение

$$s_{\text{кр}} = \frac{r_2'}{\sqrt{r_T^2 + (x_2' + x_T)^2}}.$$

Относительный момент

$$\begin{aligned} \frac{M}{M_m} &= \frac{2 \left[ r_T + \sqrt{r_T^2 + (x_2' + x_T)^2} \right] r_2' / s}{\left( r_T + \frac{r_2'}{s} \right)^2 + (x_2' + x_T)^2} = \\ &= \frac{1 + \lambda}{1 + \frac{\lambda}{2} \left( \frac{s}{s_{\text{кр}}} + \frac{s_{\text{кр}}}{s} \right)}, \end{aligned}$$



где

$$\lambda = \sqrt{1 + \left( \frac{x_2' + x_T}{r_T} \right)^2}.$$

Расчетные формулы, основанные на схеме замещения Вейнотта [13]. Вспомогательные величины (параметры Вейнотта):

$$x_k = x_1 \left( 1 + \frac{x_m}{x_m + x_1} \right); \quad x_0 = x_1 + x_m;$$

$$K = \frac{x_m}{x_a}; \quad I_0 = \frac{U_1}{x_0};$$

$$F_1 = x_k - \frac{r_m}{x_0} r_1; \quad F_2 = r_2'; \quad F_3 = \frac{r_2'}{x_0} (r_1 + r_m)$$

$$F_4 = r_1 + \frac{2}{1+K} \frac{r_m x_k}{x_0}; \quad F_5 = I_0 r_m; \quad F_6 = I_0 r_2';$$

$$F_7 = U_1 \sqrt{K^2 + (r_m/x_0)^2}; \quad V = \frac{F_5}{s} - F_1; \quad W = \frac{F_3}{s} + F_4.$$

Токи:

$$i_1 = \frac{F_5 + F_6/s + jU_1}{V + jW}; \quad i_2' = \frac{F_3}{\sqrt{V^2 + W^2}}; \quad i_0 = \frac{F_4/s + jI_0 x_1}{V + jW}.$$

Момент

$$M = \frac{i_2'^2 r_2' m_1}{s \omega_1} = - \frac{F_3^2 r_2' m_1}{[(F_5/s - F_1)^2 + (F_4/s + F_4)^2] s \omega_1}.$$

Критическое скольжение и максимальный момент:

$$s_{кр} = \sqrt{\frac{F_2^2 + F_3^2}{F_1^2 + F_4^2}} =$$

$$= r_2' \sqrt{\frac{1 + \left( \frac{r_1 + r_m}{x_0} \right)^2}{\left( x_k + \frac{r_m}{x_0} r_1 \right)^2 + \left( r_1 + \frac{2x_k}{1+K} \frac{r_m}{x_0} \right)^2}};$$

$$M_m = - \frac{0,5 F_3^2 r_2' m_1 / \omega_1}{\sqrt{(F_2^2 + F_3^2)(F_1^2 + F_4^2)} + F_5 F_4 - F_1 F_3}.$$

при  $r_m = 0$

$$s_{кр} = \frac{r_2'}{\sqrt{r_1^2 + x_k^2}} \sqrt{1 + \left( \frac{r_1}{x_0} \right)^2} \approx \frac{r_2'}{\sqrt{r_1^2 + x_k^2}}$$

$$M_m = \frac{(U_1 K)^2 m_1 / \omega_1}{2(\sqrt{r_1^2 + x_k^2} + K^2 r_1)}.$$

### 2-3. Круговая диаграмма асинхронной машины

На основании схемы замещения для установившегося симметричного режима может быть получена круговая диаграмма для определения тока, момента, полной и полезной мощности, а также для расчета скольжения. Долгое время круговая диаграмма была наиболее распространенным способом расчета режимов работы асинхронной машины, в настоящее время ею также пользуются довольно часто, поэтому ниже будет описано построение и использование круговой диаграммы.

Треугольник сопротивлений цепи ротора  $AF'E'$  на рис. 2-12 повернут относительно координатных осей  $+i$  и  $+j$  на угол  $2\gamma$  против часовой стрелки, так как модуль  $Z_2$  умножается на  $e^{-2j\gamma}$ .

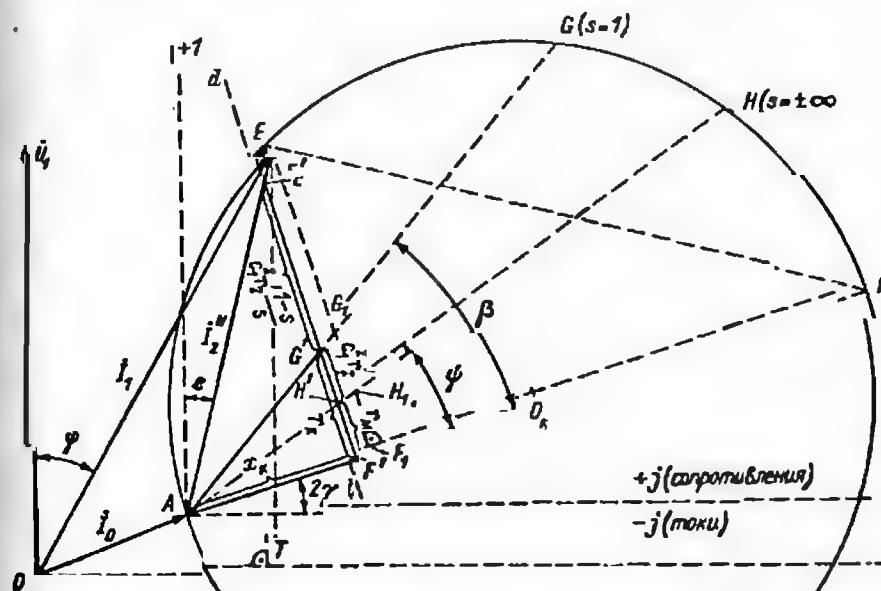


Рис. 2-12. Круговая диаграмма

Линия  $d-d$ , на которой расположены точки  $F'$ ,  $H'$ ,  $G'$  и  $E'$ , является геометрическим местом концов вектора полного электрического сопротивления цепи главного тока  $Z_2' = Z_k + c_1^2 r_2' (1-s)/s$  при изменении скольжения  $s$ . При  $s = 1$  точка  $E'$  совпадает с точкой  $G'$ , при  $s = \infty$  — с точкой  $H'$ , отрезок  $F'H'$  при этом равен разности  $r_k$  и  $c_1^2 r_2'$ :

$$r_k - c_1^2 r_2' = c_1 (r_1 \cos 2\gamma - x_1 \sin 2\gamma). \quad (2-48)$$

В режиме двигателя точка  $E'$  находится на отрезке  $E'G'$ , в режиме тормоза — на отрезке  $G'H'$ , а в режиме генератора ( $-\infty < s < 0$ ) — ниже точки  $H'$ .

Так как вектор тока  $\vec{I}_2'$  определяется выражением

$$\vec{I}_2' = \frac{U_1}{Z_k + c_1^2 r_2' \frac{1-s}{s}}, \quad (2-49)$$

где  $U_1$  — вещественное число, а знаменатель — комплексное число с модулем  $\left[ \left( r_k + c_1^2 r_2' \frac{1-s}{s} \right)^2 + x_k^2 \right]^{0.5}$  и аргументом  $e$ , то модуль вектора  $\vec{I}_2'$  составит

$$I_2' = U_1 \left[ \left( r_k + c_1^2 r_2' \frac{1-s}{s} \right)^2 + x_k^2 \right]^{-0.5},$$

а аргумент будет равен аргументу знаменателя с обратным знаком:

$$e = -2\gamma + \arctg \frac{x_k}{r_k + c_1^2 r_2' \frac{1-s}{s}}. \quad (2-50)$$

Угол  $e$  можно откладывать в положительном направлении, если условиться, что полуось координат  $+j$  для сопротивлений совпадает с полуосью координат  $-j$  для токов; тогда ток ротора будет направлен по линии  $AE'$  и совпадет с вектором  $AE$  (см. рис. 2-12), соответствующим току  $\vec{I}_2'$ .

Модуль тока  $\vec{I}_2'$  достигает максимума при минимуме знаменателя выражения (2-49), когда

$$r_k + c_1^2 r_2' \frac{1-s}{s} = 0, \quad (2-51)$$

и равен  $U_1/x_k$ . Направление этого тока  $\vec{I}_k$  определяется тем, что он проходит через точку  $F'$ , т. е. лежит на продолжении прямой  $AF'$ , а конец его попадает в точку  $F$ . Если на линии  $AF$  как на диаметре построить окружность, то она будет геометрическим местом концов векторов тока  $\vec{I}_2'$  при любом скольжении и постоянном напряжении  $U_1$ . Действительно, для произвольной точки  $E$ , если

она лежит на этой окружности, должно быть справедливо отношение  $|AE|/|AF_1| = |AF|/|AE|$ . С другой стороны, в силу подобия треугольников  $AEF_1$  и  $AE'F'$  имеет место равенство  $|AE|/|AF_1| = |AE'|/|AF'|$ .

Следовательно,  $|AF|/|AE| = |AE'|/|AF'|$ , т. е.

$$\frac{U_1/x_k}{|AE|} = \left( Z_k + c_1^2 r_2' \frac{1-s}{s} \right) \frac{1}{x_k}$$

и

$$|AE| = \frac{U_1}{Z_k + c_1^2 r_2' \frac{1-s}{s}} = I_2'. \quad (2-52)$$

Естественно, что построение ведется в соответствующем масштабе для токов, напряжений и мощностей. Следовательно, вектор, проведенный из точки  $A$  (начало диаграммы) в любую точку окружности, даст значение тока  $\vec{I}_2'$  (длина вектора будет пропорциональна модулю тока, а направление — соответствовать аргументу) для одного значения скольжения  $s$  в диапазоне от  $s = 0$  (режим идеального холостого хода) до  $s = \infty$  (режим идеального короткого замыкания или идеального электромагнитного тормоза), а также для генераторного режима ( $-\infty < s < 0$ ).

Ток идеального холостого хода при нулевом скольжении

$$I_n = I_{na} + I_{oi} = \frac{U_1}{Z_1 + Z_m} \quad (2-53)$$

со своим модулем и аргументом строится так, чтобы его конец совпадал в точке  $A$  с началом вторичных токов. Тогда, построив общую систему координат с началом в точке  $O$ , получим ток статора в любом режиме как геометрическую сумму токов  $\vec{I}_0$  и  $\vec{I}_2'$  (см. рис. 2-11), направленный под углом  $\varphi$  к оси ординат (вещественной оси).

Прежде чем пояснить пользование круговой диаграммой для расчета режимов работы асинхронной машины, напомним читателю энергетическую диаграмму, показанную на рис. 2-13, в которой все потери мощности показаны стрелками с соответствующими обозначениями. Диаграмма построена для двигательного режима, в котором все потери и полезная мощность забираются из питающей сети. Для генераторного режима потери будут покрываться за счет активной мощности первичного двигателя, т. е. с вала генератора: из сети асинхронный генератор потребляет только реактивную мощность для возбуждения поля. Читатель без труда самостоятельно построит энергетическую диаграмму для генераторного режима.

Как указывалось выше, потери в роторе пропорциональны передаваемой на ротор мощности  $P_{zm}$  и скольжению  $s$ , т. е.  $p_2 = sP_{zm}$ .

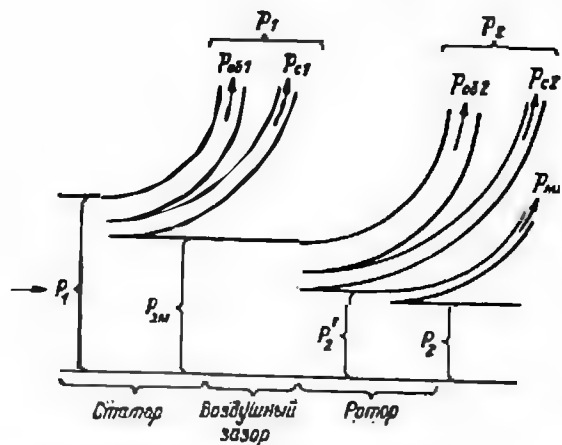


Рис. 2-13. Энергетическая диаграмма асинхронной машины при работе двигателя

а передаваемая на ротор полезная мощность составляет  $P'_2 = (1-s) P_{2m}$ ; следовательно,  $P'_2 = (1-s) p_2/s$ . Так как в диапозоне рабочих скольжений потери в стали ротора обычно меньше, чем в его обмотке, то можно считать, что  $P'_2 = (1-s) m l_2^2 r_2'/s$ .

Для анализа круговой диаграммы примем масштабы тока  $C_I$  (А/мм) и мощности  $C_P$  (В·А/мм или Вт/мм). В любом случае  $C_P = m U C_I$ .

Потребляемая активная мощность в этом масштабе будет

$$\frac{P_1}{C_P} = \frac{m U I_1 \cos \varphi}{C_P} = \frac{I_1 \cos \varphi}{C_I} = |OE| \cos \varphi = |ET|. \quad (2-54)$$

Прямая  $OT$  на рис. 2-12 называется линией первичной мощности; при этом потребляемая из сети активная мощность в любом режиме составит

$$P_1 = |ET| C_P, \quad (2-55)$$

т. е. будет равна длине перпендикуляра, опущенного из любой точки круговой диаграммы на ось  $OT$  в масштабе  $C_P$ . Реактивная мощность соответственно составит

$$Q_1 = |OT| C_P = |OE| \sin \varphi, \quad (2-56)$$

т. е. будет равна длине отрезка  $OT$ , умноженной на масштаб мощности.

Аналогично легко доказать, что полная механическая мощность (полезная механическая мощность плюс механические потери) равна длине отрезка  $|EG_1|$ , умноженного на масштаб мощности, т. е.

длине отрезка на перпендикуляре, опущенном из точки  $E$  на линию  $AF$ :

$$P'_2 = |EG_1| C_P \quad (2-57)$$

Скольжение  $s$  можно определить по отношению отрезка  $H_1G_1$  к отрезку  $H_1E$ :

$$\begin{aligned} \frac{|H_1G_1|}{|H_1E|} &= \frac{|H'G'|}{|H'E'|} = \frac{|H'G'|}{|H'G'| + |G'E'|} = \\ &= \frac{c_1'^2}{c_1'^2 + c_1'^2 \frac{1-s}{s}} = s. \end{aligned}$$

Электромагнитная мощность в масштабе  $C_P$  равна отрезку  $H_1E$ :

$$P_{2m} = |H_1E| C_P,$$

а механический момент можно определить по формуле

$$M = \frac{|H_1E| C_P}{\omega_1}. \quad (2-58)$$

#### 2-4. Методы математического исследования установившихся и переходных режимов асинхронных машин, основанные на обобщенной теории

Обобщенная теория вращающейся электрической машины позволяет описать поведение этой машины в установившемся или переходном режиме, оперируя дифференциальными уравнениями, составленными не для реальных цепей обмоток реальной машины, а для цепей обмоток некоторой модельной машины, получаемой из реальной машины соответствующим преобразованием координат. Система уравнений модельной машины, как правило, удобнее и позволяет получить более наглядные решения. На рис. 2-14 изображена схема идеализированной трехфазной асинхронной машины (идеализация состоит в том, что обмотки сосредоточены, зазор равномерен, зубцы отсутствуют, насыщение стали пренебрежимо мало, взаимной индукцией лобовых частей обмоток статора и ротора пренебрегаем). Индуктивность фазы статора обозначим  $L_{AA}$ , ротора  $L_{aa}$ ; взаимную индуктивность между фазовыми обмотками статора —  $L_{AB}$  и ротора  $L_{ab}$ . Ось любой из фаз ротора повернута относительно оси соответствующей фазы статора на угол  $\gamma$ , являющийся функцией времени:

$$\gamma = \int_0^t \omega_2 dt = \int_0^t (1-s) \omega_1 dt. \quad (2-59)$$

Поэтому взаимная индуктивность между фазой ротора и фазой статора зависит от их взаимного расположения, достигая максимума



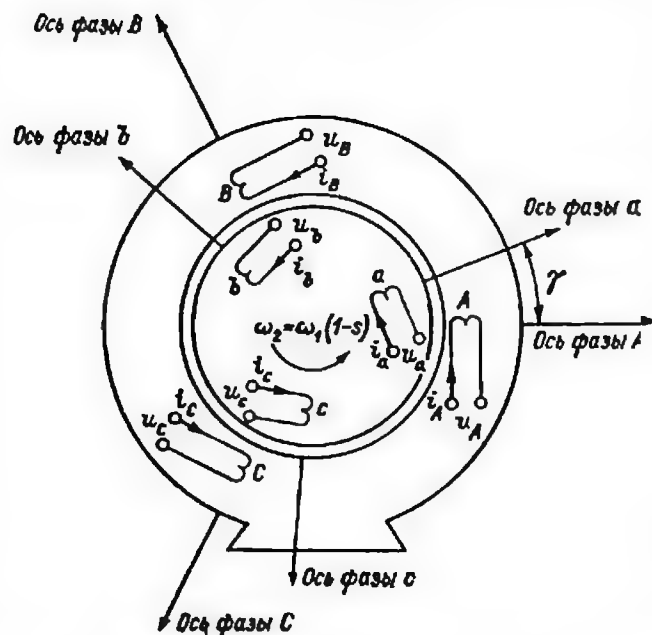


Рис. 2-14. Схема двухполюсной машины с фазным ротором, на основе которой поясняется переход к системам вращающихся координат

мума при совпадении геометрических осей, равно  $L_{Aa}$ . Обозначим

$$L_{11} = L_{AA} - L_{AB}; \quad L_{12} = L_{aa} - L_{ab}; \quad L_{13} = \frac{3}{2} \cdot L_{Aa}. \quad (2-60)$$

Запишем систему уравнений для фазных напряжений, токов и потокоцеплений обмоток статора и ротора:

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} r_1 + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} r_2 + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix}; \quad (2-61)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} L_{AA} + \begin{bmatrix} i_B + i_C \\ i_C + i_A \\ i_A + i_B \end{bmatrix} L_{AB} + C_\gamma \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} L_{Aa} =$$

$$= \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} L_{11} + C_\gamma \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} L_{Aa}; \quad (2-62)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} L_{aa} + \begin{bmatrix} i_c + i_b \\ i_c + i_a \\ i_a + i_b \end{bmatrix} L_{ab} + C_\gamma^T \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} L_{Aa} =$$

$$= \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} L_{11} + C_\gamma^T \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} L_{Aa}. \quad (2-63)$$

Входящие в системы уравнений (2-62) и (2-63) квадратные матрицы  $C_\gamma$  и  $C_\gamma^T$  имеют следующий вид:

$$C_\gamma = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \cos \left( \gamma + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \gamma - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left( \gamma - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \gamma & \cos \left( \gamma + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left( \gamma + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \gamma - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \gamma \end{bmatrix};$$

$$C_\gamma^T = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \cos \left( \gamma - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \gamma + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left( \gamma + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \gamma & \cos \left( \gamma - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left( \gamma - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \gamma + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \gamma \end{bmatrix}$$

Подставив выражения для потокоцеплений (2-62) в (2-61) и (2-63), получим систему из шести дифференциальных уравнений относительно шести переменных:  $i_A, i_B, i_C, i_a, i_b, i_c$  с коэффициентами, зависящими от времени или от угла, причем эта зависимость включает в себя тригонометрические функции вида  $\cos \gamma$ .

Чтобы избавиться от переменных коэффициентов в системах уравнений для фазных токов, напряжений и потокоцеплений, прибегают к замене трехфазной обмотки, по каждой из фаз которой протекают переменные токи, неподвижной обмоткой машины постоянного тока с расположенными на коллекторе под прямым углом друг к другу двумя парами вращающихся щеток, к которым подведено постоянное напряжение (рис. 2-15). Частота вращения щеток соответствует частоте вращения поля статора  $\omega_1$ . Поле ста-

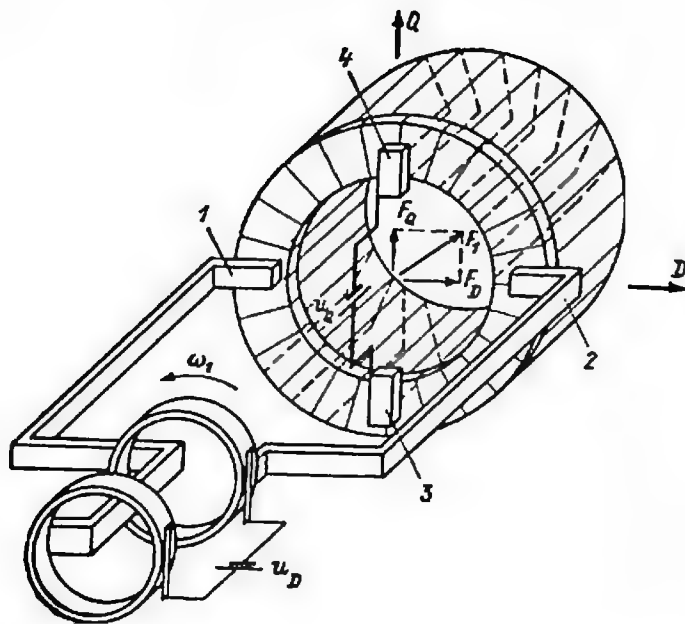


Рис. 2-15. Физическая модель, соответствующая преобразованию  $D, Q, 0$  в статоре

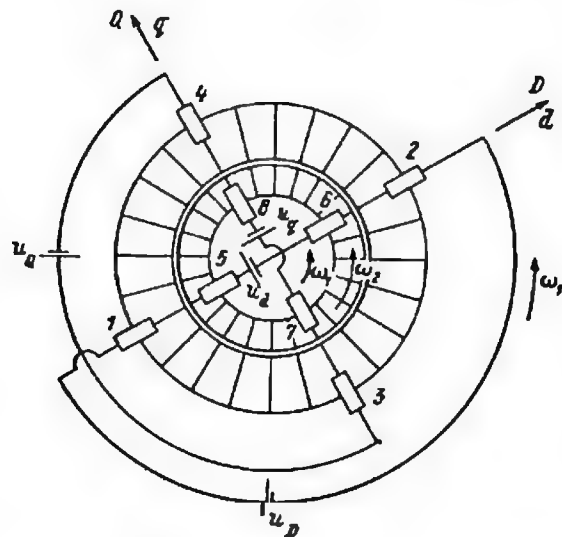


Рис. 2-16. Преобразование  $D, Q, 0$  в статоре и  $d, q, 0$  в роторе

тора тогда будет направлено по оси щеток, и в статоре возникнут два независимых вращающихся поля, ориентированные по осям  $D$  и  $Q$ . Аналогичную замену моделей можно провести и в роторе (рис. 2-16). Можно интерпретировать замену математической модели и по-другому: пусть вместо трех неподвижных обмоток, питаемых от источника переменного напряжения, на статоре расположены две вращающиеся с частотой  $\omega_1$  обмотки, питаемые от источника постоянного напряжения; аналогичные обмотки расположены в роторе, но их частота вращения составляет  $\omega_2$ , а все явления мы рассматриваем в системе координат, вращающейся относительно статора с частотой  $\omega_1$  и, следовательно, неподвижной относительно вращающихся обмоток статора.

Показано [14, 25], что любую систему фазных векторов  $i_i, u_i$  и  $\psi_i$ , где  $i = A, B, C$  или  $a, b, c$ , можно представить в новой, вращающейся с синхронной скоростью системе координат  $D, Q, 0$  в виде трех векторов  $i_k, u_k, \psi_k$ , где  $k = D, Q, 0$  или  $d, q, 0$ , с помощью преобразования вида

$$\begin{aligned} A_D &= \frac{2}{3} \left[ A_A \cos \theta + A_B \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + A_C \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right]; \\ A_Q &= -\frac{2}{3} \left[ A_A \sin \theta + A_B \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + A_C \sin \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right]; \\ A_0 &= \frac{1}{3} (A_A + A_B + A_C). \end{aligned} \quad (2-64)$$

Здесь  $A$  обозначает  $i, u$  или  $\psi$ , а угол  $\theta$  для статора составляет  $\theta_s = \omega_1 t$ , а для ротора  $\theta_r = \int \omega_1 s dt$ .

В матричной форме это преобразование запишется следующим образом:

$$\begin{bmatrix} A_D \\ A_Q \\ A_{0s} \end{bmatrix} = C_{\theta_s} \begin{bmatrix} A_A \\ A_B \\ A_C \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} A_d \\ A_q \\ A_{0r} \end{bmatrix} = C_{\theta_r} \begin{bmatrix} A_a \\ A_b \\ A_c \end{bmatrix} \quad (2-65)$$

для токов, напряжений и потокоцеплений.

Если токи, напряжения и потокоцепления нулевой последовательности отсутствуют, что имеет место, например, при соединении обмоток фаз статора в звезду без нейтрального провода, то уравнения (2-61) — (2-63) в системе координат  $D, Q, 0$  или  $d, q, 0$  запишутся следующим образом:

$$\begin{bmatrix} u_D \\ u_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \end{bmatrix} r_1 + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\psi_Q \\ \psi_D \end{bmatrix} \omega_1;$$

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} r_2 + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\psi_q \\ \psi_d \end{bmatrix} \omega_1 s; \quad (2-66)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \end{bmatrix} L_{11} + \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} L_{12}; \quad \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} L_{22} + \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \end{bmatrix} L_{12}. \quad (2-67)$$

Подставив выражения для потокоцеплений (2-67) в (2-66), получим следующие уравнения, связывающие токи и напряжения в осях  $D$  и  $Q$ ,  $d$  и  $q$ :

$$\left. \begin{aligned} u_D &= i_D r_1 + L_{11} \frac{di_D}{dt} + L_{12} \frac{di_d}{dt} - L_{11} \omega_1 i_Q - L_{12} \omega_1 i_q; \\ u_Q &= i_Q r_1 + L_{11} \frac{di_Q}{dt} + L_{12} \frac{di_q}{dt} + L_{11} \omega_1 i_D + L_{12} \omega_1 i_d; \\ u_d &= i_d r_2 + L_{22} \frac{di_d}{dt} + L_{12} \frac{di_D}{dt} - L_{22} \omega_1 i_q - L_{12} \omega_1 i_Q; \\ u_q &= i_q r_2 + L_{22} \frac{di_q}{dt} + L_{12} \frac{di_Q}{dt} + L_{22} \omega_1 i_d + L_{12} \omega_1 i_D. \end{aligned} \right\} \quad (2-68)$$

В общем случае при наличии токов нулевой последовательности нужно дополнить систему еще двумя уравнениями

$$u_{0s} = i_{0s} r_1 + L_{0s} \frac{di_{0s}}{dt}; \quad u_{0r} = i_{0r} r_2 + L_{0r} \frac{di_{0r}}{dt}, \quad (2-69)$$

где

$$L_{0s} = L_{AA} - 2L_{AB}; \quad L_{0r} = L_{aa} - 2L_{ab}.$$

Кроме того, систему уравнений (2-68), (2-69) нужно дополнить еще уравнением механического движения ротора, однако не во всех случаях такое дополнение является необходимым. Как и для синхронных машин, для которых впервые была введена система координат  $d, q, 0$  [14, 25], если электромагнитные процессы протекают значительно быстрее механических, например, при внезапном коротком замыкании или резком изменении сетевого напряжения, можно считать скольжение неизменным, что упрощает решение системы уравнений.

Уравнения для токов и напряжений удобно представить в виде, приспособленном к решению методом Рунге—Кутты, т. е. в нормальной форме Коши:

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{di_D}{dt} = G(CL_{12} - AL_{22}); & F_2 &= \frac{di_d}{dt} = G(AL_{12} - CL_{11}); \\ F_3 &= \frac{di_Q}{dt} = G(DL_{12} - BL_{22}); & F_4 &= \frac{di_q}{dt} = G(BL_{12} - DL_{11}). \end{aligned} \quad (2-70)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} G &= (L_{12}^2 - L_{11}L_{22})^{-1}; \\ A &= u_D + \omega_1 L_{11} i_Q + \omega_1 L_{12} i_q - i_D r_1; \\ C &= u_d + \omega_1 L_{12} i_Q + \omega_1 L_{22} i_q - i_d r_2; \\ B &= u_Q - L_{11} \omega_1 i_D - \omega_1 L_{12} i_d - i_Q r_1; \\ D &= u_q - \omega_1 L_{12} i_D - \omega_1 L_{22} i_d - i_q r_2. \end{aligned} \right\} \quad (2-71)$$

Так как индуктивности  $L_{11}$ ,  $L_{22}$  и  $L_{12}$  связаны с индуктивными сопротивлениями  $x_1$ ,  $x_2'$ ,  $x_m$ , то в выражениях (2-71) можно заменить  $\omega_1 L_{11}$  на  $x_m$ ,  $\omega_1 L_{22}$  на  $x_2' + x_m$  и  $\omega_1 L_{12}$  на  $x_1 + x_m$ , а кроме того, записать

$$\left. \begin{aligned} GL_{12} &= -\frac{\omega_1 x_m}{(x_1 + x_m)x_2' + x_1 x_m}; \\ GL_{11} &= -\frac{\omega_1 (x_1 + x_m)}{(x_1 + x_m)x_2' + x_1 x_m}; \\ GL_{22} &= -\frac{\omega_1 (x_2' + x_m)}{(x_1 + x_m)x_2' + x_1 x_m}. \end{aligned} \right\} \quad (2-72)$$

Выражения для фазных токов можно получить, применив обратное преобразование вида:

$$\left. \begin{aligned} A_A &= A_D \cos \theta_1 - A_Q \sin \theta_1 + A_{0s}; \\ A_B &= A_D \cos \left( \theta_1 - \frac{2\pi}{3} \right) - A_Q \sin \left( \theta_1 - \frac{2\pi}{3} \right) + A_{0s}; \\ A_C &= A_D \cos \left( \theta_1 + \frac{2\pi}{3} \right) - A_Q \sin \left( \theta_1 + \frac{2\pi}{3} \right) + A_{0s}. \end{aligned} \right\} \quad (2-73)$$

Для роторов индексы  $A, B$  и  $C$  меняются на  $a, b$  и  $c$ ;  $D, Q, 0$  — на  $d, q, 0$ ;  $s$  — на  $r$ ,  $\theta_1$  — на  $\theta_2$ , причем  $\theta_1 = \omega_1 t$ , а  $\theta_2 = \int \omega_1 s dt$ .  $A$  может принимать значение тока, напряжения или потокоцепления.

В качестве примера использования уравнений в системе  $D, Q, 0$  в программе 2-1 приведена программа расчета переходного процесса PEREHOD, где используется алгоритм Рунге—Кутты решения системы уравнений (2-70).



Программа PERENOD расчета переходного процесса  
включенной асинхронной машины под напряжения  $U_D, U_Q$   
при постоянном скольжении  $s$

Задаются параметры машины, скольжение, напряжения  $U_D$  и  $U_Q$ .  
Определяются токи статора и их наибольшее амплитуды

18  
28

```

PROGRAM PERENOD
COMMON F1,F2,F3,F4,S,R1,R2,OMEG1,L12,L11,L22,G
COMMON UDD,UD,UQ,UQ
REAL I1,I2,L12,L11,L22
FORMAT (F13.6)
FORMAT (15)
TYPE *, 'СОПРОТИВЛЕНИЕ R1 ?'
ACCEPT 10,R1
TYPE *, 'СОПРОТИВЛЕНИЕ R2 (ПРИБАВЕННОЕ К ОБМОТКЕ СТАТОРА) ?'
ACCEPT 10,R2
TYPE *, 'СОПРОТИВЛЕНИЕ X1 ?'
ACCEPT 10,X1
TYPE *, 'СОПРОТИВЛЕНИЕ X2 (ПРИБАВЕННОЕ К ОБМОТКЕ СТАТОРА) ?'
ACCEPT 10,X2
TYPE *, 'СОПРОТИВЛЕНИЕ XH ?'
ACCEPT 10,XH
TYPE *, 'НАПРЯЖЕНИЕ UDD ?'
ACCEPT 10,UDD
TYPE *, 'НАПРЯЖЕНИЕ UD ?'
ACCEPT 10,UD
TYPE *, 'НАПРЯЖЕНИЕ UQ ?'
ACCEPT 10,UQ
TYPE *, 'УГЛОВАЯ СКОРОСТЬ ВРАЩЕНИЯ ПОЛЯ СТАТОРА OMEG1 (РАД./СЕК.)'
ACCEPT 10,OMEG1
TYPE *, 'СКОЛЬЖЕНИЕ S ?'
ACCEPT 10,S
TYPE *, 'ШАГ (ИНТЕРВАЛ H (СЕК.) ДЛЯ ПРОЦЕДУРЫ РУНГЕ-КУТТА) ?'
ACCEPT 10,H
TYPE *, 'ЗАДАВАЕМОЕ ВРЕМЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА TO (СЕК.) ?'
ACCEPT 10,TO
TYPE *, 'ЧИСЛО ШАГОВ L (ЦЕЛОЕ ЧИСЛО), ПОСЛЕ КОТОРЫХ'
TYPE *, 'ПРОИЗВОДИТСЯ ВЫДАЧА РЕЗУЛЬТАТОВ НА ПЕЧАТЬ ?'
ACCEPT 20,L
TYPE *, 'НАЧАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ТОКА IDD ?'
ACCEPT 10,IDD
TYPE *, 'НАЧАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ТОКА ID ?'
ACCEPT 10,ID
TYPE *, 'НАЧАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ТОКА IQQ ?'
ACCEPT 10,IQQ
TYPE *, 'НАЧАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ТОКА IQ ?'
ACCEPT 10,IQ
PRINT *, 'РАСЧЕТ ПО ПРОГРАММЕ "PERENOD"'
PRINT *, '===== ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ====='
PRINT *, 'S=',S,' OMEG1=',OMEG1
PRINT *, 'R1=',R1,' X1=',X1
PRINT *, 'R2=',R2,' X2=',X2
PRINT *, 'XH=',XH
PRINT *, 'UDD=',UDD,' UD=',UD
PRINT *, 'UQ=',UQ,' IQQ=',IQQ
PRINT *, 'ШАГ В ПРОЦЕДУРЕ РУНГЕ-КУТТА H=',H
PRINT *, 'ЧИСЛО ШАГОВ МЕЖДУ ДВУМЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМИ'
PRINT *, 'ВЫДАЧАМИ НА ПЕЧАТЬ L=',L
PRINT *, 'ЗАДАВАЕМОЕ ВРЕМЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА TO=',TO

```

50

55

60

70

80

90

C

100

```

PRINT *, 'НАЧАЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ТОКОВ IDD, ID, IQQ, IQ'
PRINT *, 'IDD=',IDD,' ID=',ID
PRINT *, 'IQQ=',IQQ,' IQ=',IQ
PRINT *, '===== РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ====='
PRINT 50
FORMAT (3X,6H1(СЕК.),3X,6HIDD(A),3X,6HID(A),
3X,6HIQ(A),3X,6HIQ(A),3X,6H1(А),3X,6H1(А),3X,6H1(А),3X,6H1(А))
PRINT 55
FORMAT (47X,17H(ДЕЙСТВУЮЩ. ЗНАЧ.),X,17H(АМПЛИТУД. ЗНАЧ.),X)
L12=XH/OMEG1
L11=X1/OMEG1+L12
L22=X2/OMEG1+L12
S=1/(L12**2-L11*L22)
N=1
PIV11=0
PIV12=0
T=0
AMPL11=SQRT(AIDD**2+AIQD**2)
AMPL12=SQRT(AID**2+AIQ**2)
I1=AMPL11/SQRT(2.)
I2=AMPL12/SQRT(2.)
IF (AMPL11.LE.PIV11) GO TO 70
PIV11=AMPL11
IF (AMPL12.LE.PIV12) GO TO 80
PIV12=AMPL12
IF (N.NE.L) GO TO 100
PRINT 90,T,IDD,AIDD,AID,IQ,IQI,I1,I2,AMPL11,AMPL12
FORMAT (9(1X,F8.3))
N=N+1
ПРОЦЕДУРА РУНГЕ-КУТТА
CALL PER(AIDD,AID,AIDD,AIQ)
AK1=H*F1
AK2=H*F2
AK3=H*F3
AK4=H*F4
BIDD=AIDD+AK1/2
BID=AID+AK2/2
BIQQ=AIDD+AK3/2
BIO=AID+AK4/2
CALL PER(BIDD,BID,BIDD,BIO)
BK1=H*F1
BK2=H*F2
BK3=H*F3
BK4=H*F4
CIDD=AIDD+BK1/2
CID=AID+BK2/2
CIQQ=AIDD+BK3/2
CIO=AID+BK4/2
CALL PER(CIDD,CID,CIDD,CIO)
CK1=H*F1
CK2=H*F2
CK3=H*F3
CK4=H*F4
DIDD=AIDD+CK1
DID=AID+CK2
DIQQ=AIDD+CK3
DIO=AID+CK4
CALL PER(DIDD,DID,DIQQ,DIO)
DK1=H*F1
DK2=H*F2
DK3=H*F3
DK4=H*F4
DELIDD=(AK1+2*BK1+2*CK1+DK1)/6
DELDID=(AK2+2*BK2+2*CK2+DK2)/6
DELDIQQ=(AK3+2*BK3+2*CK3+DK3)/6
DELDIO=(AK4+2*BK4+2*CK4+DK4)/6
AIDD=AIDD+DELIDD

```

```

AID=AID+DEL ID
AIOQ=AIOQ+DEL IOQ
AIO=AIO+DEL IO
N=N+1
T=T+H
IF (T.LE. TO) GO TO 6A
PRINT *, 'ПИКОВОЕ ЗНАЧЕНИЕ ТОКА СТАТОРА РАВНО', PIK11, 'А'
PRINT *, 'ПИКОВОЕ ЗНАЧЕНИЕ ТОКА РОТОРА РАВНО', PIK12, 'А'
STOP
END

```

```

C
C
SUBROUTINE PER(IDD, ID, IOQ, IO)
ПОДПРОГРАММА ОПРЕДЕЛЕНИЯ F1, F2, F3, F4 (ПРОМ.ЗНАЧЕНИЙ ИЛИ
ВРЕМЕНИ РЕЛИЧИН IDD, ID, IOQ, IO СООТВЕТСТВЕННО)
COMMON F1, F2, F3, F4, S, P1, R2, CMEG1, L12, L11, L22, G
COMMON UDD, UD, UQD, UQ
REAL IDD, ID, IOQ, IO, L12, L11, L22
A=UDD-L11*CMEG1*IOQ-L12*CMEG1*IO-ID*P1
B=UQD-L11*CMEG1*IDD-L12*CMEG1*ID-IO*P1
C=UD-L12*CMEG1*S*IOQ-L22*CMEG1*S*ID-ID*P2
D=UQ-L12*CMEG1*S*IDD-L22*CMEG1*S*IO-ID*P2
F1=G*(C*L12-A*L22)
F2=G*(A*L12-C*L11)
F3=G*(D*L12-B*L22)
F4=G*(B*L12-D*L11)
RETURN
END

```

При расчете процессов, сопровождающихся изменением скольжения  $s$ , необходимо включить в систему уравнение равновесия моментов

$$M - M_c = J \frac{d\omega_2}{dt} \quad (2-74)$$

где  $M$  — вращающий момент;  $M_c$  — момент сопротивления;  $J$  — момент инерции ротора двигателя и сопряженного с ним ротора механизма.

Вращающий момент в системе единиц  $D, Q, 0$  можно определить по выражению

$$M = \frac{m_1}{2} L_{12} (i_Q i_d - i_D i_q) \quad (2-75)$$

Момент сопротивления  $M_c$  может быть постоянным или зависеть от скольжения. Эта зависимость для вентиляторов, насосов и некоторых других типов привода хорошо описывается уравнением  $M_c = T(1-s)^2$ , где  $T$  вычисляется в долях номинального момента  $M_n$ . При произвольной зависимости момента сопротивления от скольжения удобно использовать, например, кусочно-линейную аппроксимацию зависимости  $M_c$  от  $s$ . В каждой  $k$ -й опорной точке в диапазоне скольжения от  $s_1$  до  $s_N$  задается  $s_k$ -е значение момента  $T_k$ , и момент в промежутке  $s_k < s < s_{k+1}$  определяется по формуле (рис. 2-17):

$$M_c = T_{sk} + \frac{T_{s, k+1} - T_{sk}}{s_{k+1} - s_k} (s - s_k) \quad (2-76)$$

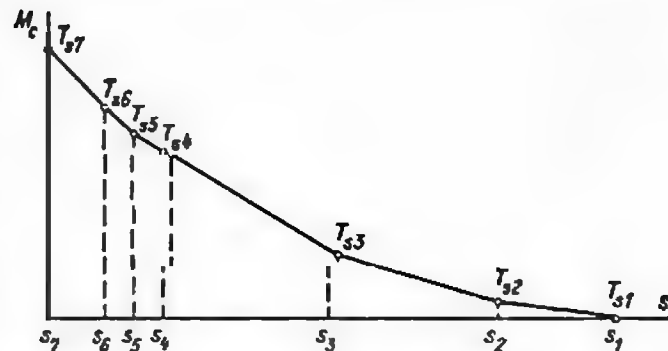


Рис. 2-17. Линежно-кусочная аппроксимация зависимости момента сопротивления от скольжения

Тогда к системе уравнений (2-70), (2-71), решаемой методом Рунге—Кутты, мы можем добавить пятое уравнение, получаемое из (2-74) заменой  $\omega_2$  на  $(1-s) \omega_1$ :

$$F_s = \frac{ds}{dt} = - \frac{M - M_c}{J \omega_1} \quad (2-77)$$

Если рассматривается процесс реверса противовключением, то возможны следующие случаи: момент сопротивления способствует торможению (большинство приводов), и тогда в формуле (2-77) его нужно учитывать с противоположным знаком при изменении скольжения от 2 до 1; момент сопротивления не способствует торможению (силовая передача тепловоза или электровоза при движении под уклоном), и тогда в формуле (2-77) его нужно учитывать со знаком плюс; наконец, когда двигатель не может реверсироваться и тормозиться противовключением, тогда  $F_s = 0$  при  $s > 1$ . Приводим программу 2-2 расчета включения асинхронной машины, алгоритмом которого является система уравнений (2-70), дополненная уравнением (2-77).

Преобразование координат  $D, Q, 0$ , предложенное Р. Парком и А. А. Горевым, описанное выше, не является единственным. Применяется еще модель преобразованной машины, предложенная Е. Кларком [16, 17], в которой предусматривается замена трех фазных обмоток двумя обмотками, оси которых расположены под углом  $90^\circ$  друг к другу. В табл. 2-1 приведены матрицы перехода от одной системы к другой.

Метод симметричных составляющих в применении к асинхронным машинам позволяет воспользоваться еще одной системой координат: прямой, обратной и нулевой последовательности [18]. Согласно этому методу [18] любая система комплексных величин (они могут быть фазные токи  $i_A, i_B, i_C$ , или напряжения  $U_A, U_B, U_C$ ).

Программа TRANS для расчета переходного процесса  
включения асинхронного двигателя под напряжение  
при некотором начальном скольжении и разгона его  
до установившегося режима работы

Знаются значения напряжения, частоты, момента инерции якоря, момента сопротивления в нескольких точках по скольжению, основные значения токов

Определяются действующие и мгновенные значения токов, скольжение, моменты

52

```

FORMAT F13,S)
FORMAT (F1)
TYPE ..'СОПРОТИВЛЕНИЕ R1 '
ACCEPT 5.61
TYPE ..'СОПРОТИВЛЕНИЕ R2 (ПРИВЕДЕННОЕ К ОБМОТКЕ СТАТОРА) '
ACCEPT 5.62
TYPE ..'СОПРОТИВЛЕНИЕ X1 '
ACCEPT 5.63
TYPE ..'СОПРОТИВЛЕНИЕ X2 (ПРИВЕДЕННОЕ К ОБМОТКЕ СТАТОРА) '
ACCEPT 5.64
TYPE ..'СОПРОТИВЛЕНИЕ X3 '
ACCEPT 5.65
TYPE ..'НАПРЯЖЕНИЕ U100 '
ACCEPT 5.U100
TYPE ..'НАПРЯЖЕНИЕ U1 '
ACCEPT 5.U1
TYPE ..'НАПРЯЖЕНИЕ U2 '
ACCEPT 5.U2
TYPE ..'НАПРЯЖЕНИЕ U3 '
ACCEPT 5.U3
TYPE ..'УГЛОВАЯ СКОРОСТЬ ВРАЩЕНИЯ ПОЛЯ СТАТОРА OMEGA (РАД./СЕК.) '
ACCEPT 5.OMEGA
TYPE ..'МЕНЮ ИМПЕДИМ (IMPEDANCE) - JINER '
ACCEPT 5.JINER
TYPE ..'ШАГ ИНТЕРВАЛА К (SEP.) ДЛЯ ПРОЦЕДУРЫ RUNGE-KUTTA?'
ACCEPT 5.K
TYPE ..' ЗАДАВАЕМОЕ ВРЕМЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА TO (SEP.) '
ACCEPT 5.TI
TYPE ..' ЧИСЛО ШАГОВ L (ЧИСЛО ЧИСЛО), ПОСЛЕ КОТОРЫХ'
TYPE ..' ПРИЗВОДИТЕЛЬ ВЛАДАЧА РЕЗУЛЬТАТОВ НА ПЕЧАТЬ '
ACCEPT 10..
TYPE ..'НАЧАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ТОКА ID0 '
ACCEPT 5.AID0
TYPE ..'НАЧАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ТОКА ID '
ACCEPT 5.AID
TYPE ..'НАЧАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ТОКА ID0 '
ACCEPT 5.AID0
TYPE ..'НАЧАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ТОКА ID '
ACCEPT 5.AID
TYPE ..'НАЧАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ СКОРОСТИ S '
ACCEPT 5.S0
TYPE ..'.....'
TYPE ..' для выбора из семи параметров значения (ПОДМЕНЯЯ S '
TYPE ..' ' НАПРЯЖЕНИЕ, ДЛЯ ЗНАЧЕНИЙ 1,...,8,...,15,0,1,0,1 ВМ '
TYPE ..' ' ЧАСТОТ БИТОВ СКОРОСТИ ПОДПИСАНИЕ ФМУ ЗНАЧЕНИЕ '
TYPE ..' ' МОМЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ ISO '
TYPE ..'.....'

```

[illegible]



```

C=UD+L12*ONE61*3*10+L22*ONE61*3*10-10*F2
D=UD+L1*ONE61*3*10+L22*ONE61*3*10-10*F2
F1=6*(C+L12+L22)
F2=6*(A+L12+C*11)
F3=6*(D+L12+L22)
F4=6*(B+L12+L22)
F5=-(MDU+MSD)*JINEF*ONE61
IF ((C+F3).LE.1) GO TO 18
F5=B
RETURN
END

FUNCTION TS(X)
  ПОДПРОГРАММА-ФУНКЦИЯ, РЕАЛИЗОВАНА ЗАВИСИМО ОТ
  МОМЕНТА СЖАТИЯ ОТ СКОРЯСТИ
  COMMON /Y,SO(7),/V1,TSO(7)
  K=8
  K=K+1
  IF (SO(K).GE.5) GO TO 18
  IF (K.GE.7) GO TO 20
  TS=(5-SO(K-1))*TSO(K-1)+SO(K-5)*SO(K-1)+TSO(K-1)
  GO TO 30
  TS=TSO(7)
  RETURN
  END

```

```

10
C
6
14
20
30

```

Ус, или полные сопротивления  $Z_A, Z_B, Z_C, Z_{AB}, Z_{BC}, Z_{AC}$  и т. д.) может быть разложена на составляющие прямой ( $I_{A+}; I_{B+}; I_{C+}$ ), обратной ( $I_{A-}; I_{B-}; I_{C-}$ ) и нулевой последовательности, как это показано на рис. 2-18. Каждую из групп составляющих обычно представляют вектором из этой группы, относящимся к фазе А,

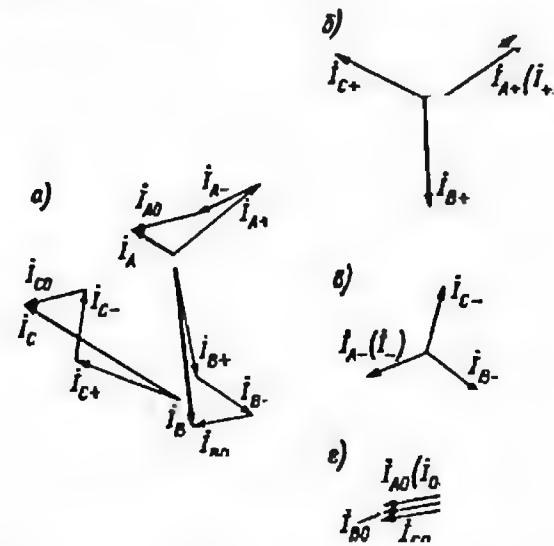
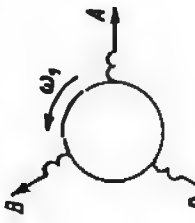

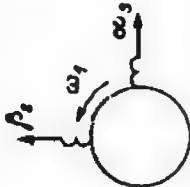


Рис. 2-18. Фазные токи (а) и их составляющие в системе координат прямой, обратной и нулевой последовательности (б—д)

Таблица 2-1. Матрицы перехода для параметров  $u, i, \psi$ , относящихся к статору

A	B	C	D	Q	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_0$	
 Модель реальной машины			$\cos \omega_1 t$	$-\sin \omega_1 t$	1	0	1	
			$\cos (\omega_1 t - 120^\circ)$	$-\sin (\omega_1 t - 120^\circ)$	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	
			$\cos (\omega_1 t + 120^\circ)$	$-\sin (\omega_1 t + 120^\circ)$	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	
			 Модель D, Q, d, q			$\cos \omega_1 t$	$\sin \omega_1 t$	0
					$-\sin \omega_1 t$	$\cos \omega_1 t$	0	
					0	0	1	
					 Модель $\alpha_2, \beta_2, 0$			
			$\cos \omega_1 t$	$-\sin \omega_1 t$	0			
			$\sin \omega_1 t$	$\cos \omega_1 t$	0			
			0	0	1			

тем самым обозначения  $i_+$ ,  $i_-$ ,  $i_0$  на самом деле относятся к векторам  $i_{A+}$ ,  $i_{A-}$  и  $i_{A0}$ .

Для трех фаз эти составляющие определяются по формулам

$$\left. \begin{aligned} i_+ &= \frac{1}{3} (i_A + i_B e^{j2\pi/3} + i_C e^{j4\pi/3}); \\ i_- &= \frac{1}{3} (i_A + i_B e^{j4\pi/3} + i_C e^{j2\pi/3}); \\ i_0 &= \frac{1}{3} (i_A + i_B + i_C). \end{aligned} \right\} \quad (2-78)$$

Аналогичные формулы могут быть написаны для любых других векторов,  $U$ ,  $\Phi$  или  $\Psi$ . Обратный переход выполняется с помощью формул обратного преобразования:

$$\left. \begin{aligned} i_A &= i_0 + i_+ + i_-; \\ i_B &= i_0 + i_+ e^{j4\pi/3} + i_- e^{j2\pi/3}; \\ i_C &= i_0 + i_+ e^{j2\pi/3} + i_- e^{j4\pi/3}. \end{aligned} \right\} \quad (2-79)$$

Если имеется  $m$  пронумерованных от 1 до  $m$  фаз, то формулы прямого и обратного преобразований могут быть записаны в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} i_+ &= \frac{1}{m} (i_1 e_j^0 + i_2 e_j^1 + \dots + i_m e_j^{m-1}) \\ i_- &= \frac{1}{m} (i_1 e_j^m + i_2 e_j^{m-1} + \dots + i_m e_j^1); \\ i_0 &= \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m i_k; \\ i_1 &= i_0 + i_+ e_j^m + i_- e_j^0; \\ i_2 &= i_0 + i_+ e_j^{m-1} + i_- e_j^1; \\ &\dots \dots \dots \\ i_m &= i_0 + i_+ e_j^1 + i_- e_j^{m-1} \end{aligned} \right\} \quad (2-80)$$

где  $e_j$  — комплексный оператор поворота,  $e_j = e^{j2\pi/m}$ ; понятно, что  $e_j^0 = e_j^m = 1$ . (2-81)

Матрицы перехода от системы координат  $+$ ;  $-$ ;  $0$  к системам  $A, B, C$  и  $\alpha_1, \beta_1, 0$  приведены в табл. 2-2, обратные матрицы — в табл. 2-3.

Таблица 2-2. Матрицы перехода от системы +, —, 0 к системам A, B, C и  $\alpha_s, \beta_s, 0_s$

		Система Фортескью +, —, 0		
		$i_+$	$i_-$	$i_0$
Система координат A, B, C реальной машины	$i_A$	1	1	1
	$i_B$	$e^{j240^\circ}$	$e^{j120^\circ}$	1
	$i_C$	$e^{j120^\circ}$	$e^{j240^\circ}$	1
Система $\alpha_s, \beta_s, 0_s$	$i_{\alpha_s}$	1	1	0
	$i_{\beta_s}$	-1	1	0
	$i_{0_s}$	0	0	1

Таблица 2-3. Матрицы перехода от систем A, B, C и  $\alpha_s, \beta_s, 0_s$  к системе +, —, 0

		Система координат A, B, C реальной машины			Система $\alpha_s, \beta_s, 0_s$		
		$i_A$	$i_B$	$i_C$	$i_{\alpha_s}$	$i_{\beta_s}$	$i_{0_s}$
Система +, —, 0	$i_+$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} e^{j120^\circ}$	$\frac{1}{3} e^{j240^\circ}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{j}{2}$	0
	$i_-$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} e^{j240^\circ}$	$\frac{1}{3} e^{j120^\circ}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{-j}{2}$	0
	$i_0$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	1

Потребляемая из сети активная мощность реальной трехфазной машины может быть вычислена по одному из следующих вы-

для системы A, B, C

$$P_1 = \text{Re} (\dot{U}_A \dot{I}_A + \dot{U}_B \dot{I}_B + \dot{U}_C \dot{I}_C);$$

для системы D, Q, 0

$$P_1 = \frac{3}{2} (u_D i_D + u_Q i_Q) + 3u_0 i_0;$$

для системы  $\alpha_s, \beta_s, 0_s$

$$P_1 = \text{Re} \left[ \frac{3}{2} (\dot{U}_{\alpha_s} \dot{I}_{\alpha_s} + \dot{U}_{\beta_s} \dot{I}_{\beta_s}) + 3\dot{U}_0 \dot{I}_{0_s} \right];$$

для системы +, —, 0

$$P_1 = 3 \text{Re} (\dot{U}_+ \dot{I}_+ + \dot{U}_- \dot{I}_- + \dot{U}_0 \dot{I}_0).$$

(2-82)

## Глава третья

### ОБМОТКИ АСИНХРОННЫХ МАШИН

#### 3-1. Многофазные обмотки статоров

Многофазные обмотки переменного тока (в немецкоязычной литературе есть более удачный термин Drehstrom — вращающийся ток), создающие вращающееся магнитное поле, состоят из идентичных по числу витков и электрическим сопротивлением фаз (отдельных обмоток), в каждой из которых напряжение и ток отстают от напряжения и тока соседних фаз на угол  $2\pi/m$  во времени и магнитные оси которых отстоят друг от друга на угол  $2\pi/(mp)$  в пространстве (при  $p = 1$  — на угол  $2\pi/m$ ). Пара полюсных делений — это период вращающегося магнитного поля ( $360^\circ$ ), поэтому одно полюсное деление можно всегда положить равным  $\pi$  и тогда сдвиг токов и магнитных полей соседних фаз в пространстве и во времени будет один и тот же. В литературе прошлых лет был поэтому в ходу термин «электрические градусы»; при этом сдвиг обмоток соседних фаз во времени и в пространстве, если его измерять в электрических градусах, которые считались в  $p$  раз больше геометрических, совпадал. Будем это помнить, хотя сам термин «электрические градусы» вышел из употребления. При  $m = 4$  сдвиг между фазами  $2\pi/m = 90^\circ$ . Но тогда первая и третья фазы, так же как и вторая и четвертая, будут иметь напряжения, противоположные по знаку, но совпадающие по фазе; следовательно, их можно объединить в одну обмотку, соединив так, чтобы ток по этим фазам протекал последовательно (рис. 3-1). Такую обмотку обычно называют двухфазной. При  $m = 2$  и  $2\pi/m = 180^\circ$  обе фазы можно

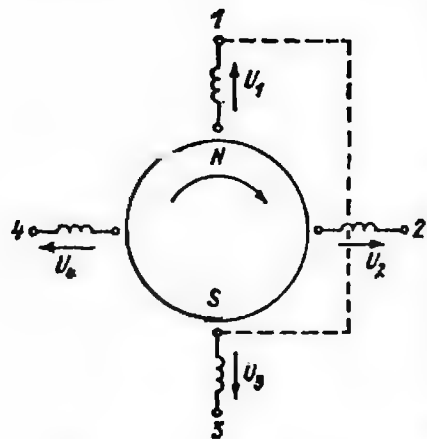


Рис. 3-1. Четырехфазная (двухфазная) обмотка

Штриховой линией обозначено последовательное соединение исчезнувших фаз

соединить последовательно в одну обмотку, как фазы 1 и 3 в четырехфазной обмотке. Такую обмотку обычно называют однофазной. Число фаз  $m$  может быть любым целым числом, причем, когда оно четное, всегда найдется такая фаза, напряжение которой в точности противоположно первой, и от того, соединим ли мы эти фазы по-

следовательно или оставим как самостоятельные обмотки, зависит, будет ли в обмотке число фаз  $m$  или  $m/2$ . При нечетном числе фаз этого не происходит. В асинхронных машинах общепромышленного назначения применяются главным образом трехфазные обмотки ( $m = 3$ ), начала фаз которых сдвинуты относительно друг друга на  $120^\circ/p$  по окружности статора, а фазные напряжения отличаются во времени на  $2/3$  п. Однофазные или двухфазные обмотки применяются преимущественно в двигателях для ручного электроинструмента или бытовых электроприборов. В двигателях, питаемых от статических преобразователей частоты и напряжения, применяются обмотки с числом фаз, кратным трем ( $m = 6, 9, 12, 15$  и т. д.), чаще всего шестифазные. Кроме того, в таких машинах могут применяться две многофазные обмотки ( $m = 3, 5, 7$  и т. д.), сдвинутые в пространстве на угол, не кратный фазовому углу, которые не могут, собственно говоря, считаться одной многофазной обмоткой. Большинство пояснений конструкции и схем обмоток дано ниже на примерах трехфазных обмоток, так как они наиболее распространены.

Соединение фаз обмоток может и не иметь места, каждая фаза в этом случае работает как отдельная обмотка, а число подводящих проводов равно удвоенному числу фаз. Так как при симметрии фазных обмоток сумма мгновенных значений их токов равна нулю, то можно эти обмотки соединить в звезду или в треугольник (рис. 3-2). В первом случае напряжение между подводящими ток проводами (линейными проводами) представляет собой геометрическую разность векторов фазных напряжений

$$U_n = U_{12} = U_1 - U_2;$$

во втором случае  $U_n = U_\phi$ .

При протекании по  $m$ -фазной обмотке симметричной системы токов, сдвинутых по фазе во времени на  $2\pi/m$ , поле, образованное

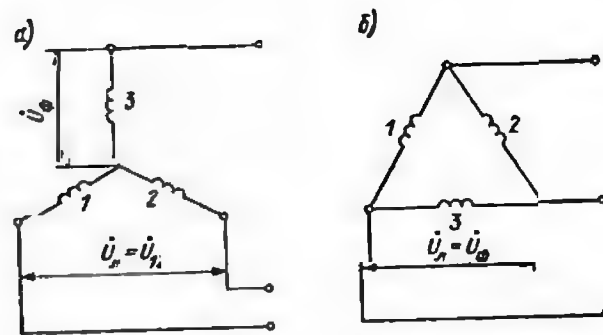


Рис. 3-2. Соединение трех фаз звездой (а) и треугольником (б)

такой обмоткой в зазоре машины, будет вращающимся. Покажем это на примере трехфазной обмотки. Пусть поле в пространстве, образованное каждой из обмоток, синусоидально, иначе говоря, рассмотрим только основную гармонику поля каждой фазы. Период пространственной синусоиды будет  $2\tau$ , где  $\tau$  — полюсное деление. Тогда в любой момент времени для фаз 1, 2 и 3

$$\begin{aligned} B_1(x) &= B_m(t) \sin(\pi x/\tau); \\ B_2(x) &= B_m(t) \sin(\pi x/\tau + 2\pi/3); \\ B_3(x) &= B_m(t) \sin(\pi x/\tau + 4\pi/3). \end{aligned} \quad (3-1)$$

Сами индукции  $B_1(t)$ ,  $B_2(t)$  и  $B_3(t)$  изменяются во времени также по синусоидальному закону:

$$\left. \begin{aligned} B_1(t) &= B_m \sin \omega t; \\ B_2(t) &= B_m \sin(\omega t - 2\pi/3); \\ B_3(t) &= B_m \sin(\omega t - 4\pi/3). \end{aligned} \right\} \quad (3-2)$$

Полагая задачу линейной, сложим индукции всех трех фаз:

$$\begin{aligned} B(x, t) &= B_m \left\{ \sin \omega t \sin \pi x/\tau + \sin(\omega t - 2\pi/3) \times \right. \\ &\quad \times \sin(\pi x/\tau + 2\pi/3) + \sin(\omega t - 4\pi/3) \sin(\pi x/\tau + 4\pi/3) \left. \right\} = \\ &= \frac{3}{2} B_m \left( \sin \omega t \sin \frac{\pi x}{\tau} - \cos \omega t \cos \frac{\pi x}{\tau} \right) = -\frac{3}{2} B_m \cos \left( \omega t + \frac{\pi x}{\tau} \right). \end{aligned} \quad (3-3)$$

Иными словами, сложение трех пульсирующих во времени с одной частотой, но отличающихся по фазе на  $\pm 2\pi/3$  и распределенных синусоидально в пространстве со сдвигом на  $\pm 2\pi/3$  магнитных полей фаз обмотки дает одно вращающееся поле той же частоты с амплитудой  $3/2 B_m$ . При перестановке фаз (изменении их чередования), как легко убедиться, изменится знак перед членом



$\pi x/\tau$  в выражении (3-3), т. е. направление вращения поля изменится на обратное. Скорость движения поля вдоль окружности статора определяется условием  $\omega t + \pi x/\tau = \text{const}$  или  $d(\omega t + \pi x/\tau) = 0$ , что дает

$$v = \frac{dx}{dt} = -2f\tau. \quad (3-4)$$

При числе фаз, большем трех, как можно убедиться с помощью аналогичных тригонометрических преобразований, результат получается аналогичным: амплитуда вращающегося поля  $m$ -фазной обмотки составляет  $m/2$  амплитуды поля любой ее фазы. Для любого соединения фаз звездой или многоугольником

$$B(x, t) = \frac{m}{2} B_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi x}{\tau}\right). \quad (3-5)$$

Параметрами обмотки кроме числа фаз являются число пазов на полюс и фазу, число параллельных ветвей, число слоев, ширина фазной зоны и шаг катушки, измеряемый в пазовых делениях или в долях полюсного деления.

Число пазов на полюс и фазу обмотки

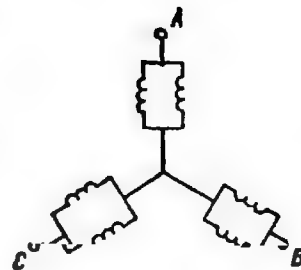
$$q = \frac{z}{2mp}, \quad (3-6)$$

где  $z$  — число пазов статора;  $p$  — число пар полюсов.

Число  $q$  может быть целым или дробным, в последнем случае его записывают в виде  $q = b + c/d$ , где  $c/d$  — несократимая правильная дробь, а  $b$  — целое число. Так как число пазов  $z$  в симметричной обмотке должно быть кратно  $m$ , иначе в разных фазах будет разное число пазов и катушек, то дробь вида  $c/(km)$  невозможна, так как это означало бы, что  $z$  не кратно  $m$ , т. е. что обмотка несимметрична. Несимметричные обмотки приходится применять при особой необходимости, однако их желательно избегать. В остальном для вида  $q$  статора не существует принципиальных ограничений.

Шаг обмотки  $y$  — это расстояние между двумя сторонами одной катушки, измеренное в пазовых делениях. Если  $y = 3q$ , то обмотка имеет диаметральный шаг; если  $y > 3q$  или  $y < 3q$ , то обмотка имеет удлиненный или укороченный шаг. Сокращение шага, как показано ниже, применяется для улучшения формы поля в пространстве, а также для сокращения расхода меди за счет укорочения лобовых частей катушек обмотки. Так как амплитуда основной гармоники поля обмотки пропорциональна  $\sin \pi y/(6q)$  и при небольших отклонениях  $y$  от  $3q$  изменяется незначительно, а длина лобовых частей почти прямо пропорциональна  $y$ , то в известных пределах выгодно сокращать шаг, уменьшая расход меди. Заметим, что так как шаг — всегда целое число пазов, то в обмот-

Рис. 3-3. Обмотка с двумя параллельными ветвями в каждой фазе



как с дробным  $q$  он обязательно будет укороченным или удлиненным. Обычно в схеме обмотки указываются два шага:  $y_1$  между верхней и нижней сторонами одной катушки и  $y_2$  между верхними сторонами двух катушек, относящихся к данной фазе, одна из которых под следующим полюсом той же полярности. Записывается шаг в условном виде  $y = 1-7-13$  (из первого в седьмой и далее в тринадцатый паз).

Число параллельных ветвей обмотки  $a$  может быть самым различным. На рис. 3-3 показана обмотка с двумя параллельными ветвями:  $a = 2$ . Так как все параллельные ветви одной фазы должны иметь синхронное и синфазное напряжение, то число пазов  $z$  должно быть кратно  $am$ , а число полюсов  $2p$  должно быть кратно  $a$ . Поэтому при дробном  $q$  число  $d$  не может быть больше, чем  $2p/a$ , иначе обмотка будет несимметричной или, иначе говоря, число  $a$  не может быть больше, чем  $2p/d$ .

По числу слоев обмотки выполняются преимущественно однослойными или двухслойными. В первом случае всю высоту паза занимает одна катушка в общей корпусной изоляции, во втором — по высоте располагается две катушки. Реже встречается число слоев более двух, так как это ведет к увеличению площади сечения паза, занятой изоляцией. Иногда встречаются обмотки с «дробным» числом слоев: в них лежащие по высоте паза катушки имеют разную высоту. Более подробные сведения о таких обмотках читатель найдет в специальной литературе [26, 27, 30], мы их рассматривать не будем. Двухслойные обмотки выполняются так, что одна сторона катушки лежит в верхней части паза, а другая в нижней (рис. 3-4). Число слоев обмотки и размеры ее фазной зоны — части полюсного деления, занятой катушками одной фазы — связаны между собой. Фазная зона может иметь ширину  $2\pi/m$  и  $\pi/m$  в угловом измерении или  $2\tau/m$  и  $\tau/m$  в линейном измерении. Легче пояснить это на примере двухслойной обмотки (рис. 3-5), в которой фазная зона может занимать как  $60^\circ$ , так и  $120^\circ$ . Если шаг обмотки равен ровно  $3q$  (рис. 3-5, а), т. е. диаметральный, то фазные зоны в верхнем и нижнем слоях обмотки совпадают; при укорочении шага (рис. 3-5, б) фазные зоны в нижнем слое смещаются относительно зон верхнего слоя, иначе говоря, в одних пазах оказываются верхние и нижние стороны катушек, принадлежащих различным фазам. На рис. 3-5, а и б показана трехфазная обмотка с фазной зоной шириной  $\pi/3 = 60^\circ$ , а на рис. 3-5, в и г — с фазной зоной шириной  $2\pi/3 = 120^\circ$ . В двухслойной обмотке

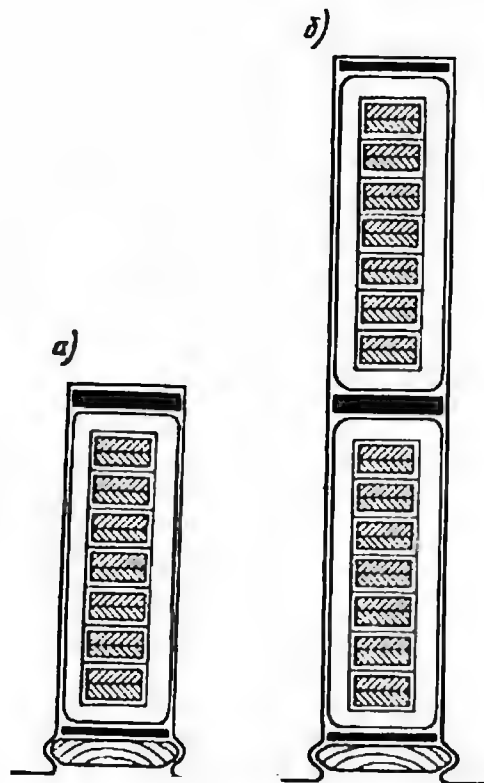
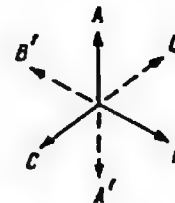


Рис. 3-4. Сечение паза однослойной (а) и двухслойной (б) обмоток

с шириной фазной зоны  $2\pi/3$  нижние и верхние стороны катушек, лежащие в одном пазу, практически всегда принадлежат разным фазам. В однослойной обмотке с фазной зоной шириной  $\pi/3$  ( $60^\circ$ ) возможны два варианта расположения катушек. В первом варианте одна фаза занимает все пазы подряд. Здесь укорочение шага невозможно, так как фазной зоне под соседним полюсом некуда сдвигаться: ей мешает соседняя фазная зона (рис. 3-6). Лобовые части таких катушек выполняются с отгибом в разных плоскостях, так чтобы они не пересекались, часть катушек в фазной зоне имеет удлиненный шаг, часть — укороченный, но в среднем все катушки имеют диаметральный шаг, в чем легко убедиться, сложив векторы напряжений всех катушек двух фазных зон. При ширине фазной зоны  $2\pi/3$  эта обмотка будет иметь удвоенную длину лобовых частей, поэтому такая фазная зона не находит применения.

Второй вариант однослойной обмотки выполняется как двухслойная, но вторые «нижние» стороны катушек лежат в отдельных

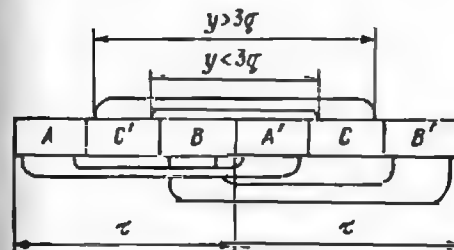
Рис. 3-5. Двухслойная обмотка с фазной зоной шириной  $\pi/3$ , с диаметрально (а) и укороченным (б) шагом; с фазной зоной шириной  $2\pi/3$ , с диаметрально (в) и укороченным (г) шагом



пазах: можно считать, что во всех четных пазах лежат «верхние» стороны катушек, а в нечетных — «нижние» (или наоборот). Число пазов при однослойной обмотке вообще всегда должно быть четным, а при двухслойной может быть и четным, и нечетным. Однослойная обмотка этого типа во всем подобна двухслойной с половинным числом пазов:  $q' = q/2$ . В ней возможна фазная зона шириной  $\pi/m$  и  $2\pi/m$ , а также укорочение шага.

Распределение катушек по фазной зоне, как и сокращение шага, приводит к уменьшению ЭДС в обмотке, содержащей  $q$  пазов в фазной зоне и имеющей шаг  $y_1$ , отличающийся от  $3q$ , по сравнению с обмоткой, имеющей один паз в фазной зоне и диаметральный шаг. Коэффициенты, учитывающие это уменьшение, можно рассчитать, отнеся векторную сумму ЭДС  $q$  полувитков, равномерно распределенных в фазной зоне под углом  $\pi/(mq)$  или  $2\pi/(mq)$  друг к другу, к арифметической сумме ЭДС этих полувитков, а также отнеся векторную сумму ЭДС двух полувитков катушки, сдвинутых на угол  $\pi y_1/(3q)$  в пространстве, к их арифметической сумме. Первый коэффициент называют коэффициентом распределения и рассчитывают для основной гармоник поля по формулам:

для фазной зоны шириной  $\pi/m$ :



$$k_p = \frac{\sin \frac{\pi}{2m}}{q \sin \frac{\pi}{2mq}}; \quad (3-7)$$

Рис. 3-6. Однослойная обмотка с фазной зоной  $\pi/3$  и диаметрально шаг

для фазной зоны шириной  $2\pi/m$ :

$$k_p = \frac{\sin \pi/m}{q \sin \frac{\pi}{mq}} \quad (3-8)$$

а второй — коэффициентом укорочения и рассчитывают по формуле

$$k_y = \sin \frac{\beta \pi}{2} \quad (3-9)$$

где  $\beta = y_1/(3q)$  для сокращенного шага и  $\beta_1 = 2 - y_1/(3q)$  для удлинненного шага катушки.

При большом  $q$  ( $q \rightarrow \infty$ ):

$$k_p = \frac{\sin \pi/(2m)}{\pi/(2m)} \quad (\text{для фазной зоны шириной } \pi/m);$$

$$k_p = \frac{\sin \pi/m}{\pi/m} \quad (\text{для фазной зоны шириной } 2\pi/m).$$

Как легко заметить из формул (3-7) и (3-8), коэффициент распределения для основной гармонической поля зависит от ширины фазной зоны, поэтому с точки зрения использования магнитной цепи и материала обмотки выгодно делать ширину фазной зоны наименьшей возможной; более того, при увеличении числа фаз коэффициент распределения приближается к единице, достигая при  $m = 6$  и  $\pi/m = 30^\circ$  значения 0,988, а при  $m = 12$  и  $\pi/m = 15^\circ$  значения 0,998. При дробном числе пазов на полюс и фазу отдельные катушки одной фазы под разными полюсами оказываются в разном положении. В целом по обмотке дело происходит так, как если бы  $q$  было целым, но равным  $bd + c$ . Поэтому в формулах для коэффициента распределения при дробном  $q$  следует использовать вместо  $q$  величину  $bd + c$ . При достаточно большом значении  $bd + c$  можно использовать формулы для  $q = \infty$ . Более подробно вопрос об обмоточных коэффициентах будет рассмотрен ниже.

Форма катушек обмотки зависит от их конструкции и технологии изготовления. До 20-х годов нашего века выпуск электрических машин еще не имел такого массового характера, как теперь, и наблюдалось большое разнообразие конструкций обмотки, не создававшее технологических проблем. В настоящее время массовое производство делает экономически выгодным относительно небольшой набор конструкций, хотя для специальных целей могут применяться особые исполнения.

По конструкции пазовой части обмотки делят на стержневые (одновитковые) и катушечные (многовитковые). В стержневых обмотках катушка имеет один виток и число полувитков в пазу равно числу слоев  $S_n$  (1 или 2). Такие обмотки экономически выгодны

при достаточно большом токе в одном витке и обычно применяются в мощных генераторах. В двигателях и генераторах относительно небольшой мощности статорные обмотки выполняются многовитковыми, при этом в одной катушке в общей корпусной изоляции может быть от двух витков до нескольких десятков витков. Общее число витков в одной из  $m_1$  фаз обмотки прямо пропорционально числу пазов статора  $z_1$ , числу полувитков в одном пазу и обратно пропорционально числу фаз и числу параллельных ветвей  $a$ , так как только в пределах одной ветви все витки соединены последовательно:

$$w_1 = \frac{z_1 S_n}{2m_1 a} \quad (3-10)$$

Из формулы (3-10), в частности, следует, что при нечетном  $z_1/m_1$  частное  $S_n/(2m_1 a)$  должно быть четным, чтобы число витков было целым.

Многовитковые катушки условно делят на мягкие и жесткие. Первые обычно применяют в машинах малой мощности и низкого напряжения (до 1000 В). Виток такой катушки представляет собой круглый провод относительно небольшого диаметра в собственной эмалевой или волокнистой изоляции. Мягкая катушка удобна при полузакрытом пазе, так как ее провода легко укладываются в паз через относительно узкий шлиц («всыпаются», поэтому такую обмотку еще называют всыпной). Витковой изоляцией служит изоляция самого провода, а корпусной — гильза из изоляционного материала, заранее заложенная в паз («коробочка»). Сейчас такие катушки наматываются на специальных станках прямо на собранный сердечник статора, но при ремонтах еще бывает старая технология: катушка наматывается на шаблон, затем «всыпается» в паз, после чего окончательно заклинивается. Мягкие катушки выполняются как в двухслойном, так и в однослойном варианте, с различной формой лобовых частей. После укладки и бандажировки лобовых частей обмотка может быть пропитана лаком или компаундом непосредственно на сердечнике. Разрез паза с мягкой катушкой показан на рис. 3-7. Так называемые жесткие катушки (см. рис. 1-5) наматываются из витков, каждый из которых содержит один или несколько включенных параллельно прямоугольных проводов, и применяются в машинах большей мощности и высокого напряжения. Витковой изоляцией и при этой конструкции может служить собственная изоляция провода; когда же проводов в витке несколько, также накладывается общая витковая изоляция, помогающая также сформировать виток. Обычно заготовка такой катушки наматывается на станке в виде «лодочки», которой затем форма катушки придается на специальном шаблоне, после чего накладывается общая изоляция. Затем катушка подвергается пропитке связующим, как правило, под давлением после предварительного вакуумирования и «запечке» при повышенной температу-

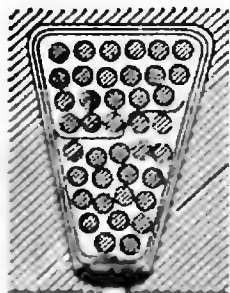


Рис. 3-7. Разрез пазы с мягкой катушкой

туре. В качестве материала для корпусной и витковой изоляции высоковольтных обмоток используются повсеместно стеклослюдинитовые ленты, представляющие собой стеклотканевую основу, на которую нанесен слой слюдинита — материала, полученного из мелкодисперсной эмульсии слюды по технологии, близкой к технологии изготовления бумаги.

Еще сравнительно недавно для изолировки обмоток использовалась микалента — бумажная лента, на которую наклеивались пластинки шпильной слюды. Обмотки с такой изоляцией пропитывались после вакуумирования под давлением асфальтобитумным компаундом. При укладке в пазы такая катушка подогревалась до температуры выше точки размягчения компаунда, изоляция становилась мягкой, и можно было деформировать головку катушки, укладывая ее в паз, без повреждения изоляции. Современные обмотки, как уже говорилось, изолируются стеклослюдинитовыми лентами, при этом связующее может содержаться в самой ленте, предварительно им пропитанной, наноситься на ленты при изолировке или вводиться в изоляцию, выполненную из сухих лент при пропитке уже готовой катушки. В качестве связующего используются полиэфирные или эпоксидные смолы, а также их смеси, которые после достаточно длительного нагрева полимеризуются и становятся весьма прочными и жесткими, а сама изоляция к концу изготовления представляет собой как бы стеклослюдинитовый термореактивный стеклопластик. Жесткость такой изоляции создает технологические проблемы при укладке катушек в пазы. Чтобы решить их, применяют для пропитки лобовых частей другой состав, обладающий повышенной эластичностью и позволяющий деформировать головку катушки при укладке без повреждения изоляции. Применяют также технологический процесс, при котором в статор укладывают катушку, не окончательно запеченную, которую также можно слегка деформировать, а окончательная полимеризация происходит после укладки обмотки в статоре. Наконец, укладывают в статор обмотку, изолированную сухими лентами, а пропитку ее связующим ведут в автоклаве, куда помещается целиком статор или его сердечник с обмоткой, собранный отдельно от корпуса на технологическом приспособлении. Это требует специального оборудования, кроме того, ряд сложностей возникает при ремонте, так как корпусная изоляция очень хорошо приклеивается к сердечнику. Однако надежность обмоток такого типа настолько велика, что большинство электромашиностроительных предприятий переходит на технологию пропитки статоров в целом, поставив с партией однотипных машин вместо резервных катушек

один резервный статор, а вместо ремонта машин, исчерпавших свой ресурс по изоляции, практикуется их замена.

Расчет размеров катушек и длин витков будет изложен ниже (см. § 4-4).

### 3-2. Обмотки роторов асинхронных машин

Исторически первым был реализован асинхронный двигатель с короткозамкнутой обмоткой ротора, однако почти сразу же после этого был создан двигатель с фазным ротором, который позволял осуществить пуск при большом начальном моменте сопротивления.

Обмотки фазных роторов, принципиальная конструкция которых описана в первой главе, обычно применяются в случае пуска двигателя с помощью пускового реостата и реже в двигателях, частота вращения которых регулируется с помощью реостата, поскольку такой способ регулирования неэкономичен.

При пуске или регулировании частоты вращения значительная часть кинетической энергии ротора выделяется в пусковом реостате, который реально может быть рассчитан на достаточно большой ток и невысокое напряжение. Поэтому и напряжение на зажимах фазной обмотки ротора выгодно тоже поддерживать невысоким, чтобы избежать проблем, связанных с изоляцией вращающихся обмоток и контактных колец на повышенное напряжение. Оно даже в переходных процессах редко превышает тысячу вольт. Число последовательно соединенных витков в такой обмотке меньше, чем в обмотке статора, а ток, протекающий в одном витке, больше. Если учесть, что числа пазов статора и ротора обычно близки, то можно считать, что близки и объемы токов в пазах, и, следовательно, при пониженном напряжении на зажимах в фазном роторе выгодно применять стержневой тип обмотки. Поэтому обмотки фазных роторов асинхронных машин, как правило, выполняются стержневыми волновыми; последнее обстоятельство позволяет избежать установки многочисленных междуполосных перемычек на роторе, а также деталей для их крепления, что упрощает конструкцию. Общий вид полукатушки стержневой волновой обмотки показан на рис. 3-8. В волновой обмотке имеются два направления обхода ротора: прямое и обратное и им соответствуют две системы ходов: прямая и обратная. Катушки прямой и обратной систем ходов расположены под полюсами различной полярности и соединяются естественным ходом обмотки с помощью пайки головок верхних и нижних сторон катушек. В фазных роторах крупных асинхронных машин преимущественно применяют целое число пазов на полюс и фазу  $q$ ; относительно редко применяется дробное  $q$  вида  $q = b + \frac{1}{2}$ . Делается это для того, чтобы избежать субгармоник поля ротора низкого порядка и вызываемых ими маг-



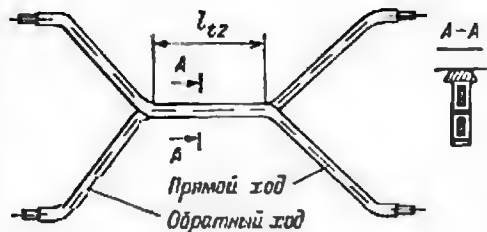


Рис. 3-8. Расположение волновой обмотки в пазах ротора

нитных вибраций. Благодаря целому  $q$  или  $q$  вида  $b + 1/2$  можно обойтись в обмотке ротора одной междуполусной перемычкой на

фазу, соединяющей систему прямых и обратных ходов. В волновой обмотке первый частичный шаг может быть укороченным или удлиненным, а второй — соответственно удлиненным или укороченным. Укорочение шага в волновой обмотке не сокращает средней длины лобовых частей, но позволяет уменьшить амплитуды гармоник поля, так же как и в статорной обмотке. Число фаз обмотки ротора обычно такое же, как и в обмотке статора, но это необязательно: оно может быть любым при условии, что образуется вращающееся магнитное поле. Так, например, для сокращения числа контактных колец ротора с трех до двух применялись двухфазные обмотки роторов при трехфазных обмотках статоров. От этой конструкции отказались из-за необходимости усилить изоляцию обмоток на случай перенапряжения при переходных процессах (переключения обмотки, перерывы питания и реверсы). Нерационально, по-видимому, число фаз обмотки ротора более трех, так как иначе возрастает число контактных колец и усложняется конструкция короткозамыкающего устройства. Исключение составляет машина двойного питания, к ротору которой подводится источник напряжения переменной частоты и амплитуды. Таким источником часто бывает полупроводниковый преобразователь, число фаз которого может быть больше трех, что позволяет получить практически синусоидальный ток в обмотке ротора.

Обмотка ротора волнового типа укладывается либо в открытые пазы, и тогда ее стержни сразу имеют конечную форму, либо в полужакрытые пазы, и тогда отгиб стержня в тангенциальном направлении до укладки обмотки может быть сделан только с одной стороны, а с другой — выполняется после укладки обмотки. Обычно головки обмотки после пайки стержней покрываются довольно тонкой изоляцией или вообще остаются неизолрованными и покрываются лаком или эмалью. Лобовые части обмотки фазного ротора слегка отгибаются по направлению к валу и крепятся к обмоткодержателям с помощью бандажей из немагнитной проволоки или стекловолокна, пропитываемого эпоксидным компаундом. Весь ротор, как и статор, может быть изолирован по технологии «монолит», т. е. изоляция, выполненная сухими лентами, после укладки, заклиновки и бандажирования обмотки пропитывается связующим в автоклаве, куда погружается вместе с сердечником ротора. В особо быстроходных машинах обмотку ротора такого типа можно

выполнить петлевой (при  $p = 1$  экономии меди за счет перемычек в волновой обмотке нет) и закрепить лобовые части бандажными кольцами по типу конструкции турбогенераторов и турбодвигателей.

Основная гармоника статорной НС  $F_1$  создает бегущее поле с амплитудой  $B_1$ , наводит в фазной обмотке ротора ЭДС  $E_2^f$ , пропорциональную  $B_1$  и частоте скольжения  $sf_1$ . Форма поля обмотки ротора при синусоидальном поле статора будет зависеть от числа фаз, числа пазов, сокращения шага и скоса пазов точно так же, как и форма поля статорной обмотки. Обмоточные коэффициенты для основной гармоники вычисляются по тем же формулам, что и для обмотки статора. О влиянии высших гармоник обмотки статора будет сказано ниже.

Короткозамкнутые обмотки роторов выполняются с одной или с двумя клетками при различном расположении пазов (см. рис. 4-2). Форма пазов короткозамкнутой обмотки может быть самой разнообразной и зависит от требуемых параметров рабочих и пусковых характеристик, на расчете которых мы остановимся в шестой главе. Здесь мы рассмотрим конструкцию короткозамкнутой обмотки с точки зрения формы образуемого ею магнитного поля в зазоре и ее влияния на характеристики машины.

При любом числе пазов ротора в короткозамкнутой обмотке, но при условии, что число пазов некратно числу пар полюсов, в каждом стержне будет протекать ток, вызванный синусоидальной НС статора и имеющий свою фазу. Следовательно, наибольшее возможное число фаз короткозамкнутого ротора  $m_2 = z_2$ , а число последовательно соединенных витков в фазе согласно формуле (3-10) будет  $1/2$ . Если число пазов обмотки короткозамкнутого ротора и число пар полюсов имеют какой-либо общий делитель  $k$ , то число фаз короткозамкнутой обмотки будет равно  $z_2/k$ . Но и в этом случае стержни, имеющие одинаковую фазу, оказываются включенными параллельно и число параллельных ветвей составляет  $k$ , в следовательно, число витков на фазу будет  $1/2$ .

Все стержни короткозамкнутой обмотки соединяются параллельно короткозамыкающими кольцами. В двойных клетках иногда применяют общие короткозамыкающие кольца для стержней верхней и нижней клеток, однако этой конструкции желательно избегать, так как неравномерный нагрев клеток может вызвать существенные термомеханические напряжения при общем кольце.

Стержни короткозамкнутой клетки оказываются соединенными не только посредством колец, но и посредством контакта со стальным сердечником: токи между ними могут замыкаться и по листам сердечника. Опыт показывает, что растекание токов, вызванных основной гармоникой поля, относительно невелико, так как продольное сопротивление стержней и небольших участков колец значительно меньше, чем поперечное сопротивление сердечника и кон-

тактов его со стержнями, однако для токов повышенной частоты, особенно вызванных гармониками порядка зубчатости, в некоторых случаях необходимо учитывать токи от стержня к стержню через сердечник.

### 3-3. Магнитное поле, образованное многофазной обмоткой

Как уже отмечалось в § 3-1, основные гармоники поля каждой фазы обмотки статора в случае их симметрии (равенства амплитуд), пульсирующие с частотой  $f_1$ , складываются и образуют вращающееся поле с амплитудой, равной  $m_1/2$  амплитуды индукции одной фазы, вращающееся со скоростью  $v = 2/\tau$  ( $\tau$  — полюсное деление или  $1/2$  периода) независимо от числа фаз. Кроме основной гармоники в зазоре асинхронной машины существуют и другие гармоники, амплитуды которых определяются схемой обмотки. В начале рассмотрим поле одной фазы.

Рассмотрим простейшую математическую модель магнитной цепи, состоящую из равномерного зазора между двумя поверхностями ферромагнитных тел, в каждом из которых  $\mu = \infty$ . На верхней границе зазора расположена обмотка статора, состоящая из очень тонких по сечению витков, в каждой фазе которой витки соединены последовательно, и по ним протекает один и тот же ток  $I$ . Если рассматривать поле, образованное одним витком такой обмотки, имеющим произвольный шаг, то кривая напряженности поля по осн, направленной поперек зазора, несимметрична (рис. 3-9). На самом деле кривая нормальной составляющей поля не может иметь прямоугольной формы, так как проводник имеет конечные размеры, однако это предположение не создает существенных погрешностей. Представленную на рис. 3-9, а кривую можно разложить на периоде  $2p\tau$ , т. е. на длине зазора всей машины, в гармонический ряд вида

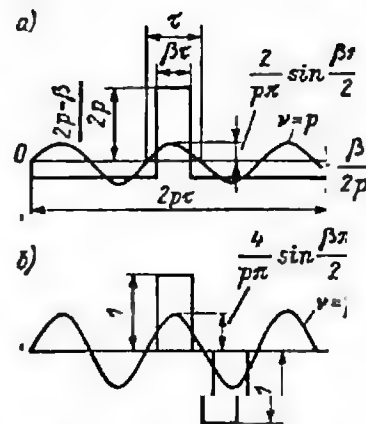
$$F = \sum_{v=1}^{\infty} F_v \sin v' \frac{\pi x}{\tau}, \quad (3-11)$$

где  $F_v$  — амплитуда  $v'$ -й гармонической НС, равная

$$F_v = \frac{2\sqrt{2} I \omega}{v'n} \sin \frac{v'n\beta}{2p}. \quad (3-12)$$

Здесь  $\tau$  — полюсное деление;  $\omega$  — число витков катушки,  $\beta$  — укорочение шага,  $v'$  — порядок гармонической, равный  $v' = p \pm k$ , где  $k$  — любое целое число, включая нуль. Если считать первой гармонику порядка  $v' = p$ , то относительный порядок гармоники будет  $1 \pm k/p$ .

Рис. 3-9. Поле одной катушки (а) и двух катушек (б) в равномерном зазоре



Если  $k > p$  (при этом  $k$  может быть кратным  $p$ ), то порядок гармоники получается отрицательным. Примем, как Р. Рихтер [26], что это означает во вращающемся поле обратное по отношению к основной гармонике направление вращения.

При укладке аналогичной катушки, обтекаемой током противоположного направления, под соседний полюс со сдвигом точно на полюсное деление, получим картину поля, показанную на рис. 3-9, б. Каждая гармоника, образованная второй катушкой, будет сдвинута относительно гармоники, образованной первой катушкой, на угол  $k\pi/p$ . Если такие катушки уложить под  $n$  полюсами подряд, то их суммарная НС будет представлять собой гармонический ряд, в котором  $p$ -я гармоника увеличится в  $n$  раз, а сумма  $v'$ -х гармоник составит

$$F_{v'n} = \left( n F_v \sin \frac{nk\pi}{2p} \right) / \left( n \sin \frac{k\pi}{2p} \right), \quad (3-13)$$

т. е. в  $n$  раз увеличится и гармоника, кратная основной с номером  $v' = lp$ . Гармоника же, некратная основной  $v' = p \pm k$ , после укладки катушек на  $n$  полюсах, когда  $lk = 2p$ , обратится в нуль. Так как обмотку с целым числом пазов на полюс и фазу  $q$  можно считать системой  $q$  обмоток, под каждым полюсом которых лежит одна катушка, то в поле фазы этой обмотки гармоник с порядком, меньшим или некратным  $p$ , не будет. Легко убедиться также, что поле такой обмотки не содержит четных гармоник.

Не будет в поле фазы обмотки и гармоник, период которых кратен числу фаз: так как обмотка занимает фазную зону шириной  $\pi/m$  или  $2\pi/m$ , то ее поле представляет собой трапецию, разлагая которую в ряд Фурье, получаем коэффициенты ряда, пропорциональные

$$F_v = \frac{4}{\pi} \frac{2m}{\pi} \frac{\sin \frac{v\pi}{2m}}{v^2}. \quad (3-14)$$

При  $v\pi/(2m) = k\pi$  гармоника обращается в нуль. Тот факт, что от ширины фазной зоны зависит форма кривой НС и поля в зазоре, следует из выражения для коэффициента распределения, если его применить к  $v'$ -й гармонической составляющей НС. Вспом-

ним, что при очень большом  $q$  коэффициент распределения для  $v'$ -й гармоники можно записать следующим образом [3]:

$$k_{pv'} = \frac{\sin \frac{v'\alpha}{p}}{q \sin \frac{v'\alpha}{pq}} \approx \frac{\sin \frac{v'\alpha}{p}}{\frac{v'\alpha}{p}}. \quad (3-15)$$

где  $\alpha$  составляет  $1/2$  ширины фазной зоны, которая может быть равна  $2\pi/m$  или  $\pi/m$ . Таблицы коэффициентов распределения, (табл. 3-1, 3-2, 3-3) для основной гармонической и высших гармоник, заимствованные из [3], показывают, что коэффициент  $k_p$  для

Таблица 3-1. Коэффициенты распределения для основной гармонической многофазных обмоток при достаточно большом числе пазов на полюс и фазу ( $q = \infty$ )

Число фаз $m$	Коэффициент распределения при ширине фазной зоны	
	$2\pi/m$	$\pi/m$
3	0,827	0,955
6	0,955	0,958
9	0,980	0,992
12	0,988	0,998
15	0,990	0,999
$\infty$	1,0	1,0

основной гармонической растет с увеличением числа фаз и уменьшением ширины фазной зоны. В то же время  $k_{pv'}$  падает с ростом порядка гармонической, хотя для некоторых порядков снова возрастает до уровня коэффициента для основной гармонической. Что же это за порядки? Легко убедиться, что коэффициент распределения для гармонической порядка  $v'$  равен коэффициенту для гармонической порядка  $p$ , когда

$$v' = 2mpqk + p, \quad k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (3-16)$$

т. е. когда число периодов, приходящееся на пару полюсов, на единицу меньше или больше числа пазовых делений или удвоенного, утроенного их числа и т. д. Такие гармоники называются гармониками порядка зубчатости. Их амплитуда при гладком зазоре, как и прочих гармоник, падает с ростом порядка, что ясно хотя бы из разложения в ряд кривой поля единичной катушки, однако коэффициент распределения остается высоким. Чтобы уменьшить амплитуду гармоник порядка зубчатости, нужно увеличить сам этот порядок, т. е. значение  $v'$ . Так как в формуле для коэффициента распределения и в других случаях, при дробном  $q$  вида

Таблица 3-2. Коэффициент распределения  $k_{pv}$  для трехфазных шестизонных обмоток ( $m = 3, m' = 6$ )

$v$	Значение $k_{pv}$ при $q$ или $bd+c$ (при дробном $q$ ), равном							
	4	5	6	7	8	9	10	$\infty$
1	0,958	0,957	0,957	0,956	0,955	0,955	0,955	0,955
3	0,654	0,646	0,644	0,642	0,641	0,640	0,639	0,639
5	0,205	0,200	0,197	0,195	0,194	0,194	0,193	0,191
7	-0,158	-0,149	-0,145	-0,143	-0,141	-0,140	-0,140	-0,136
9	-0,270	-0,247	-0,236	-0,229	-0,225	-0,222	-0,220	-0,212
11	-0,126	-0,110	-0,102	-0,097	-0,095	-0,093	-0,092	-0,087
13	0,126	0,102	0,092	0,086	0,083	0,081	0,079	0,073
15	0,270	0,200	0,172	0,158	0,150	0,145	0,141	0,127
17	0,158	0,102	0,084	0,075	0,070	0,066	0,064	0,056
19	-0,205	-0,110	-0,084	-0,072	-0,066	-0,062	-0,060	-0,059
21	-0,654	-0,274	-0,172	-0,143	-0,127	-0,118	-0,112	-0,091
23	-0,958	-0,149	-0,092	-0,072	-0,063	-0,057	-0,054	-0,041
25	-0,958	0,200	0,102	0,075	0,063	0,056	0,052	0,038
27	-0,654	0,648	0,236	0,158	0,127	0,111	0,101	0,071
29	-0,205	0,957	0,145	0,086	0,066	0,056	0,050	0,033
31	0,158	0,957	-0,194	-0,097	-0,070	-0,056	-0,050	-0,031
33	0,270	0,646	-0,644	-0,229	-0,150	-0,118	-0,105	-0,058
35	0,126	0,200	-0,957	-0,143	-0,083	-0,062	-0,052	-0,027
37	-0,126	-0,149	-0,957	0,195	0,095	0,066	0,054	0,026
39	-0,270	-0,247	-0,664	0,642	0,225	0,145	0,112	0,049
41	-0,158	-0,110	-0,197	0,957	0,141	0,081	-0,060	0,023
43	0,205	0,102	0,145	0,957	-0,194	-0,093	-0,064	-0,022

Таблица 3-3. Коэффициент распределения  $k_{pv}$  для шести фазных двенадцатизонных обмоток ( $m = 6, m' = 12$ )

$v$	Значение $k_{pv}$ при $q$ или $bd+c$ (при дробном $q$ ), равном							
	2	3	4	5	6	7	8	$\infty$
1	0,991	0,990	0,989	0,989	0,989	0,989	0,989	0,988
11	0,131	0,105	0,098	0,095	0,093	0,092	0,092	0,090
13	-0,131	-0,095	-0,086	-0,082	-0,080	-0,079	-0,078	-0,076
23	-0,991	-0,095	-0,065	-0,055	-0,051	-0,049	-0,047	-0,043
25	-0,991	0,1053	0,065	0,054	0,049	0,046	0,044	0,040
35	-0,131	0,990	0,086	0,054	0,043	0,038	0,036	0,028
37	0,131	0,990	-0,098	-0,055	-0,043	-0,038	-0,035	-0,027
47	0,991	0,105	-0,989	-0,082	-0,049	-0,038	-0,032	-0,021
49	0,991	-0,095	-0,989	0,095	0,051	0,038	0,032	0,020
59	0,131	-0,095	-0,098	0,989	0,080	0,046	0,035	0,017
61	-0,131	0,105	0,086	0,989	-0,093	-0,049	-0,036	-0,016
71	-0,991	0,990	0,065	0,095	-0,989	-0,079	-0,044	-0,014
73	-0,991	0,990	-0,065	-0,082	-0,989	0,093	0,047	0,013
83	-0,131	0,105	-0,086	-0,055	-0,093	0,989	0,078	0,012
85	0,131	-0,095	0,098	0,054	0,080	0,989	-0,092	0,012

$q = b + c/d$ , роль  $q$  играет  $bd + c$ , то, следовательно, выгодно увеличивать знаменатель дроби  $d$ . При этом порядок гармоники зубчатости возрастает и, хотя  $k_{pv}$  останется высоким, ее амплитуда все же уменьшится. Для всех гармоник при дробном  $q$

$$k_{pv} = \frac{\sin(\alpha v' / p)}{(bd + c) \sin \frac{\alpha v'}{p(bd + c)}}. \quad (3-17)$$

Вторым способом снижения содержания высших гармоник порядка зубчатости является скос пазов на одно пазовое деление или на его половину. Пазовое деление соответствует как раз периоду гармоники порядка  $2mq \pm 1$ , т. е. так называемой первой зубчатости. Если в кривой поля содержится гармоника порядка зубчатости, то наведенное ею напряжение во всем полувитке обмотки будет при скосе пазов равно нулю. Аналогично будет равно нулю напряжение, наведенное  $v$ -й гармоникой НС в обмотке ротора при скосе пазов статора или ротора на величину, равную периоду этой гармоники. Уменьшение любой, в том числе и основной, гармоники за счет скоса пазов можно определить по коэффициенту скоса

$$k_{ckv} = \frac{\sin \frac{v' c_k \pi}{2\tau}}{\frac{v' c_k \pi}{2\tau}}. \quad (3-18)$$

Коэффициент сокращения шага (коэффициент укорочения) для любой гармоники порядка  $v$  составит

$$k_{yv} = \sin \frac{v \beta \pi}{2}. \quad (3-19)$$

Легко убедиться, что для гармоник порядка зубчатости он равен коэффициенту укорочения для основной гармоники, так как период гармоники зубчатости — это один паз и один зубец, а сокращение шага всегда реально может происходить только шажками протяженностью в один паз и один зубец, т. е. целыми периодами гармоники зубчатости. Этот же результат получается формально, если подставить в выражение (3-19) порядок гармоники зубчатости  $1 + 2kmq$ .

Если  $\beta = (v - 2k)/v$ , т. е.  $k_{yv} = \sin(0,5v\beta\pi) = 0$ , то гармоника порядка  $v$  исчезает из кривой НС. Это положение, однако, несправедливо, если относится к гармонике порядка зубчатости. Обычно при выборе сокращения шага стремятся уменьшить амплитуду не одной гармоники, а сразу двух с порядками  $v_1 = 1 - km$  и  $v_2 = 1 + km$ , для чего сокращение шага выбирают равным

$$\beta = \frac{v_1}{v_1 + 1} \quad \text{или} \quad \beta = \frac{v_2 - 2}{v_1 - 1}.$$

Таким образом амплитуда  $v'$ -й гармоники в НС фазы обмотки статора составляет

$$F_{v'\phi} = \frac{2\sqrt{2} I_w}{v'\pi} k_{pv} k_{yv} k_{ckv'} = \frac{2\sqrt{2} I_w}{v'\pi} k_{0v'}. \quad (3-20)$$

а амплитуда индукции  $B_{v'}$  при гладкой поверхности зазора шириной  $\delta'$

$$B_{mv'} = \frac{\mu_0}{\delta'} F_{v'\phi} \quad (3-21)$$

Если использовать формулы (3-1) — (3-4) для определения амплитуды  $v$ -й гармоники в кривой поля трехфазной обмотки, то получим (учитывая, что для относительного порядка  $v = v'/p$  мы должны подставить в формулы  $2\pi v/m$  вместо  $2\pi/m$ ), что НС этой гармоники составит (полагая, что  $v$  может иметь и отрицательное значение)

$$B_v = \sum_{k=1}^m B_{mv} \sin\left(\omega t - \frac{2k\pi}{m}\right) \times \\ \times \cos\left(\frac{v\pi x}{\tau} - \frac{2kv\pi}{m}\right) = \frac{1}{2} B_m \left[ \sin\left(\omega t - \frac{v'\pi x}{p\tau}\right) \sum_{k=1}^m \cos\left(\frac{v'}{p} - 1\right) \frac{2\pi k}{m} + \right. \\ \left. + \cos\left(\omega t - \frac{v'\pi x}{p\tau}\right) \sum_{k=1}^m \sin\left(\frac{v'}{p} - 1\right) \frac{2\pi k}{m} \right]. \quad (3-22)$$

Из выражения (3-22) видно, что условием существования вращающейся  $v'$ -й гармоники поля будет  $\left(\frac{v'}{p} - 1\right) \frac{2\pi}{m} = k^* \cdot 2\pi$ , что имеет место для гармоник порядка

$$v = \frac{v'}{p} = 1 + k^* m,$$

где  $m$  — число фаз,  $k^*$  — целое, положительное или отрицательное, число, включая нуль: отсюда следует, что амплитуда  $B_v$  составит  $B_{vm} m/2$  и

$$B_v = \frac{B_{vm} m}{2} \cos\left(\omega t - \frac{v'}{p} \frac{\pi}{\tau} x\right). \quad (3-23)$$

Если число фазных зон становится  $2m$  и ширина каждой из них  $\alpha = \pi/m$ , то при этом в выражение (3-22) нужно подставить  $\pi/m$



мотке короткозамкнутого ротора равно числу пазов), а относительный порядок  $1 \pm z_1/p$ . Так как шаг в обмотке короткозамкнутого ротора — всегда диаметральный, а кроме того, период гармонической порядка  $p \pm z_2$  равен пазовому делению, то на амплитуду гармонических порядка зубчатости можно повлиять только скосом пазов. К сожалению, скос пазов не полностью уничтожает гармоники порядка зубчатости ротора, так как обмотки короткозамкнутых роторов не изолируются, а замыкание токов по стали снижает эффективность скося пазов.

Однако токи в роторе возникают под действием не только основной, но и высших гармоник поля обмотки статора. Так, пятая пространственная гармоника поля статора, вращающаяся в сторону, противоположную направлению вращения основной гармоники, возбуждает в обмотке ротора ЭДС с пространственным периодом, равным  $1/5$  периода основной гармоники, и с частотой скольжения

$$s_v = \frac{1/v - (1-s)}{1/v} = 1 - v(1-s) = 1 + 5(1-s) = 6 - 5s.$$

Аналогично ЭДС от седьмой пространственной гармоники поля статора будет иметь пространственный период, равный  $1/7$  периода основной гармоники, и частоту

$$s_7 = 1 - 7(1-s) = -6 + 7s.$$

Основная гармоника поля, возбуждаемого  $v$ -й гармоникой поля статора, будет  $v$ -й пространственной гармоникой поля ротора. Скорость этих гармоник роторного поля, имеющих пространственный период, равный  $2\tau/v$ , будет относительно ротора  $|1/v + (1-s)| 2f\tau$ , а относительно статора  $(1/v) 2f\tau$ , так что частота токов, наводимых ими в обмотке статора, равна  $f$ , как и для любых пространственных гармоник, образованных обмоткой статора. Иными словами, пространственные гармоники поля ротора, образованные пространственными гармоническими поля статора, вращаются в ту же сторону и с той же скоростью, что и гармоники, их вызвавшие.

Возможен еще один случай образования гармоник поля ротора, кроме двух, указанных выше: это образование гармоникой поля статора порядка  $v'$  гармоники поля ротора порядка  $\mu'$ , не равного  $v'$ . Для того чтобы выяснить возможность такого случая, используем уравнение (3-22) для определения возможного порядка гармоник поля ротора  $\mu'$ , образованных гармоникой поля статора порядка  $v'$ ; при этом положим, что в роторе  $m_2$  фаз, сдвинутых на пространственный угол  $2\pi\mu'/(pm_2)$  в поле гармонической порядка  $v$  и на пространственный угол  $2\pi\mu'/(pm_2)$  в поле гармонической порядка  $\mu'$ , а частота тока  $\omega_2 = s_v\omega_1$ . После подстановки получим сумму гармоник, образованных каждой из  $m_2$  фаз:

$$B'_\mu = \sum_{k=1}^{m_2} B_m \sin\left(s_v\omega_1 t - v \frac{2\pi}{pm_2} k\right) \times \\ \times \cos\left(\mu' \frac{\pi x}{p\tau} - \mu' \frac{2\pi k}{pm_2}\right) = \sum_{k=1}^{m_2} \frac{B_m}{2} \sin\left[s_v\omega_1 t - \frac{\mu' x}{p\tau} + \right. \\ \left. + (\mu' - v') \frac{2\pi k}{pm_2}\right] = 0,5 B_m \left[ \sin\left(s_v\omega_1 t - \frac{\mu' x}{p\tau}\right) \times \right. \\ \times \sum_{k=1}^{m_2} \cos\left(\frac{\mu' - v'}{p} \frac{2\pi}{m_2} k\right) + \cos\left(s_v\omega_1 t + \frac{\mu' x}{p\tau}\right) \times \\ \times \sum_{k=1}^{m_2} \sin\left(\frac{\mu' - v'}{p} \frac{2\pi}{m_2} k\right) \Big], \quad (3-24)$$

которая не равна нулю только при условии

$$\frac{\mu' - v'}{p} \frac{2\pi}{m_2} = k_2 \cdot 2\pi \quad (3-25)$$

или иначе

$$\mu' = k_2 pm_2 + v'; \quad v' = k_1 pm_1 + p \quad (3-26)$$

где  $k_1 = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$

Тогда

$$\mu' = pk_1 m_1 + pk_2 m_2 + p; \\ \mu = \mu'/p = k_1 m_1 + k_2 m_2 + 1,$$

где  $k_2 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Применительно к гармонике порядка зубчатости это будет

$$\mu' = k_1 z_1 + k_2 z_2 + p \quad u = 6k_1 q_1 + k_2 z_2/p + 1 \quad (3-27)$$

где  $k_1, k_2$  — любые целые положительные или отрицательные числа включая нуль.

Аналогичным путем можно определить гармонический состав поля  $m$ -фазной обмотки при питании ее от источника несинусоидального напряжения, например от статического преобразователя частоты и напряжения, на выходе которого кривая напряжения отличается от синусоиды. Обычно такую кривую можно разложить в ряд Фурье:  $U = \sum U_\mu \sin \mu\omega t$ , где  $\mu$  — порядок гармоники напряжения, и для каждой из гармоник напряжения по эквивалент-

ным индуктивным сопротивлениям обмоток для данной частоты  
найти гармонический состав кривой фазного тока

$$I = \sum_{\mu=1}^{\infty} I_{\mu} \sin \mu \omega t. \quad (3-28)$$

Аналогичный вид будет иметь кривая НС фазы обмотки. Если учесть еще пространственное распределение НС, то ее можно записать в виде двойного ряда Фурье

$$F = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{S_{H\bar{x}}}{2a\rho m} \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} I_{\mu} \frac{1}{\nu} k_{\sigma 0} v \times \\ \times \left[ \sin\left(\mu\omega t - \frac{\nu\pi x}{\tau}\right) + \sin\left(\mu\omega t + \frac{\nu\pi x}{\tau}\right) \right] \quad (3-29)$$

Условие  $\sin(\mu x/l + \nu t/\tau) = \text{const}$  даст нам линейную скорость  $\nu$ -й пространственной гармоники поля, образованной  $\mu$ -й временной гармоникой тока:

$$v_{\mu\nu} = \pm v_1 \frac{\mu}{v}. \quad (3-30)$$

Если  $\mu = \nu$ , то  $U_{\mu\nu} = U_1$ ; следовательно,  $\nu$ -я гармоника поля, образованная  $\mu$ -й временной гармоникой тока, вращается синхронно с основной пространственной гармоникой поля, образованной первой временной гармоникой тока.

Если суммировать индукции, образованные в зазоре совместным действием  $m$  фаз обмотки, сдвинутых на пространственный угол  $2\pi/m$ , то в выражении, аналогичном, по существу, формуле (3-24), будет иметь место сумма вида

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^m \left\{ \sin \left[ \mu \left( \omega t - \frac{2\pi k}{m} \right) - \nu \left( \frac{x\pi}{\tau} - \frac{2\pi k}{m} \right) \right] + \right. \\ & \left. + \sin \left[ \mu \left( \omega t - \frac{2\pi k}{m} \right) + \nu \left( \frac{x\pi}{\tau} - \frac{2\pi k}{m} \right) \right] \right\} = \\ & = \sum_{k=0}^m \left\{ \sin \left[ \mu \omega t - \frac{\nu \pi x}{\tau} + (\nu - \mu) \frac{2\pi k}{m} \right] + \right. \\ & \left. + \sin \left[ \mu \omega t + \frac{\nu \pi x}{\tau} - (\nu + \mu) \frac{2\pi k}{m} \right] \right\}. \quad (3-31) \end{aligned}$$

Полагая, что  $\gamma$  может принимать и отрицательные значения, указывающие на направление вращения данной гармоник, полу-

**Таблица 3-4.** Относительные скорости вращения высших пространственных гармонических поля  $\omega_n$ , вызванных высшими временными гармоническими поля

Значение $\sigma_u$ для гармонической тока статора									
	1	5	7	11	13	17	19	23	25
			</						

чим, что для существования  $v$ -й пространственной гармоники поля в данном случае должно выполняться условие

$$\frac{p \pm v}{m} = 0, 1, 2, 3, \dots$$

В табл. 3-4 приведены пространственные гармоники в обмотках трехфазных и двенадцатифазных, питаемых, естественно, от источников напряжения, содержащих также только нечетные гармоники, порядок которых равен  $1 + km$ , где  $m$  — число фаз, а  $k$  — любое целое положительное или отрицательное число. В таблице приведены относительные скорости вращения каждой из гармонических поля (за  $+1$  считается  $v_1 = 2f/\tau$ ).

### 3-4. Составление схемы обмотки

Схема обмотки — это графическое или численное описание соединения ее катушек в параллельные ветви и фазы. Схема составляется по известным правилам, соблюдение которых позволяет обеспечить симметрию напряжений и токов обмотки и сифазность ее параллельных ветвей, а также получить заданные или допустимые амплитуды гармоник НС и магнитного поля. Исходными данными для составления схемы являются число пазов, число пар полюсов, число фаз и параллельных ветвей. При проектировании приходится делать выбор одного из многих возможных чисел пазов при заданном числе фаз и пар полюсов машины. Выбор числа пазов  $z = q \cdot 2mp$  облегчается, если число  $2mp$  разложить на элементарные множители. Так, для  $m = 3$  и  $2p = 12$  получим  $2mp = 36 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ . Так как при дробном числе пазов вида  $q = b + c/d$  никогда не равно и не кратно  $m$  (иначе обмотка будет несимметричной), то кроме целых чисел пазов на полюс и фазу возможны только числа пазов вида  $b + c/d$ , где  $d$  может быть любым множителем, на которые разлагается произведение  $2mp$ , кроме кратных  $m$ , т. е.  $d$  может быть любым числом кроме кратного  $m$ . В нашем случае это будет 2 или 4, так что возможны числа пазов вида  $q = b + 1/2$ ,  $q = b + 1/4$  и  $q = b + 3/4$ . Тогда, выписав отдельной строкой все возможные числа пазов на полюс и фазу, под каждым из них поместим число пазов  $z = 2mpq$ :

$q$	$1/2$	$3/4$	1	$1 1/4$	$1 1/2$	$1 3/4$	2	$2 1/4$	$2 1/2$	$2 3/4$	3
$z$	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108

и т. д. При этом надо учесть, что для однослойной обмотки эквивалентным числом пазов на полюс и фазу будет  $z/2$ , следовательно, в данном случае нечетные числа пазов для однослойной обмотки будут невозможны. В [26] имеются подробные таблицы вариантов

чисел пазов для трехфазных обмоток, но мы не будем приводить их здесь, так как алгоритм расчета  $q$  весьма прост и легко реализуется в любой программе расчета и проектирования.

При составлении схемы обмотки начинают обычно с составления катушечного ряда: последовательности цифр, каждая из которых обозначает число катушек в фазной зоне обмотки. Например, если число пазов на полюс и фазу — целое и равное, скажем, 3, то в каждой фазной зоне под каждым полюсом в любой фазе будет по три катушки и катушечный ряд будет иметь вид: 3 3 3 3 . . . Если же  $q$  — дробное вида  $q = b + c/d$ , то катушечный ряд на каждые  $d$  членов содержит  $c$  членов, равных  $b + 1$ , и  $d - c$  членов, равных  $b$ . Так, например, для  $q = 2 1/4$  ряд будет выглядеть так: 3 2 2 3 2 2 2 . . . Выписывая эти числа в виде таблички, в которой число столбцов будет равно числу фаз, получим в каждом столбце чередование полюсных групп катушек одной фазы. Для  $q = 3$  это будет

333

333

333 и т. д.,

а для  $q = 2 1/4$

322

23 2

223

222 и т. д.

Варианты чередования катушечных групп могут для одного и того же  $q$  сильно отличаться друг от друга. Так, например, для трехфазной обмотки и  $q = 1 3/4$  возможны такие крайние варианты:

2 1 1 2 1 1 2 1 . . . и 2 2 2 1 1 1 1 . . .

От вида катушечного ряда будет зависеть обмоточный коэффициент для основной и прочих гармоник поля в дробных обмотках. По катушечному ряду легко составить табличную схему обмотки. Результирующий шаг — сумма первого и второго частичного шага — равен точно  $6\tau$ , только если  $q$  — целое. Если же  $q$  — дробное, то результирующий шаг

$$y_p = \frac{2m(bd + c) \pm e}{d},$$

где  $e$  — наименьшее целое число, дополняющее числитель до числа, кратного знаменателю, и, естественно, не превышающее  $0,5d$ . Табличную схему составляют для числа пазов  $z_0 = m(bd + c)$  при четном  $d$  и  $z_0 = 2m(bd + c)$  при нечетном  $d$ . На рис. 3-11 по-

а)  $y_p = 12$

φ	A		C'		B		A'		C		B'	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	

б)  $y_p = 15$

φ	A		C'		B		A'		C		B'	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30							

в)  $y_p = 13$

φ	A		C'		B		A'		C		B'	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
25	26	27										

Рис. 3-11. Табличные схемы двухслойных обмоток при  $q = 2$ ,  $q = 2\frac{1}{2}$ ,  $q = 2\frac{1}{4}$ .

казана в качестве примера табличная схема обмотки двухслойной для  $q = 2$ ,  $q = 2\frac{1}{2}$  и  $q = 2\frac{1}{4}$ .

В первом случае  $6q = 12$  и результирующий шаг, естественно, также равен 12; во втором случае  $6(bd + c) = 30$  и результирующий шаг равен 15; в третьем случае  $6(bd + c) = 54$ , а результирующий шаг может быть принят равным 13 или 14 ( $e = \pm 2$ ). Схему обмотки можно изобразить в виде прямоугольной таблицы шириной  $y_p$  клеток, всего содержащей  $z_0$  клеток, при этом  $z_0 = 3(bd + c)$ . Клетки нумеруются подряд, как показано на рис. 3-11, слева направо и сверху вниз. Составив катушечные ряды для всех трех случаев: 2222... — для первого, 2323... — для второго и 22232223... — для третьего, разметим фазные зоны в каждой из таблиц рис. 3-11 в соответствии с ее катушечным рядом. На рис. 3-11 видно, что фазные зоны всех трех фаз при целом  $q$  одинаковы и симметричны, при  $q = 2\frac{1}{2}$  фазные зоны  $A$  и  $A'$  неодинаковы, но равномерны по ширине, а при  $q = 2\frac{1}{4}$  изменяется ширина фазных зон и линии, разделяющие их в поле таблицы, становятся ступенчатыми. Для построения схемы нам необходимо соединить катушки обмотки перемычками; естественно, что последовательно соединяются катушки, принадлежащие одной фазе и одной параллельной ветви.

Перемычки, соединяющие последовательно катушки одной фазы, показаны на рис. 3-11 горизонтальными линиями, концы их на-

ходятся в тех пазах, где лежат верхние стороны соединяемых катушек.

В волновых обмотках между полюсными перемычки заменяются отогнутыми лобовыми частями катушек: таким образом естественно соединяются все катушки, лежащие под полюсами одной полярности, образуя прямой ход волновой обмотки, и все катушки, лежащие под полюсами другой полярности, образуя обратный ход обмотки. Если число пазов на полюс и фазу целое, то число прямых и обратных ходов одинаково и в обмотке не будет более одной перемычки на фазу, соединяющей систему прямых и обратных ходов, так как все остальные соединения можно осуществить с помощью косых хомутиков. То же самое будет и в обмотке при числе  $q$  вида  $q = b + \frac{1}{2}$ . Это показано на рис. 3-12. Единственная перемычка на фазу  $A$  между системами прямых и обратных ходов на рис. 3-12, а проходит между 14-м и 20-м пазами. Ее длина равна полюсному делению. Мы не будем далее останавливаться на способах графического изображения схем обмоток статоров и роторов, так как для наиболее сложных случаев волновых обмоток с дробным числом пазов на полюс и фазу эти вопросы достаточно подробно освещены в литературе [29, 30] и, кроме того, имеются уже алгоритмы и программы для ЭВМ, позволяющие полностью автоматизировать как составление схемы обмотки, так и ее вычерчивание. Мы остановимся здесь на обосновании выбора главных параметров обмотки, от которых зависит надежность работы машины: числа пазов на полюс и фазу и катушечного ряда.

Как указывалось в § 3-3, при целом числе пазов на полюс и фазу амплитуда гармоник порядка зубчатости  $v = 2mq \pm 1$  обратно пропорциональна порядку, т. е. числу  $q$ . Для тихоходных машин с большим числом пар полюсов приходится применять относительно малые  $q$ , так что гармоники зубчатости будут достаточно велики. К тому же значение их в кривой поля обмотки ста-

a)

φ	A		C'		B		φ	A'		C		B'	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24		

b)

φ	A		C'		B		φ	A'		C		B'		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Рис. 3-12. Табличные схемы двухслойной волновой обмотки с  $q = 2$  и  $q = 2\frac{1}{2}$ .



тора будет усиливаться из-за пульсаций магнитной проводимости, вызванной открытием пазов. Кроме того, при относительно низких  $q$  и большом числе полюсов применение только целых чисел пазов на полюс и фазу ограничивает выбор возможных чисел пазов машины, т. е. возможности унификации посредством одинаковых размеров штампов листов сердечников для разных машин серии.

Поэтому часто применяются дробные числа пазов на полюс и фазу, при которых в поле обмотки возникают дробные гармонические порядки  $(d \pm 2k)/d$ .

Амплитуда гармоники НС такого порядка может быть подсчитана по общей формуле (3-20), однако обмоточный коэффициент не будет определяться выражениями (3-17) — (3-19). Объясняется это тем, что амплитуда НС для гармоник порядка ниже основной и не кратного порядку основной гармоники будет существенно зависеть от вида катушечного ряда и соединения отдельных катушек в фазе. Проще всего подсчитать обмоточные коэффициенты по таблице обмотки.

Угол между векторами НС, образованными катушками, лежащими в соседних пазах, составляет

$$\alpha = \frac{2p\pi}{z} \frac{v'}{p} = \frac{2v'\pi}{z},$$

а угол между катушками, расположенными в вертикальных столбцах таблицы друг под другом, т. е. отстоящим на один результирующий шаг,

$$\beta = y_p \alpha.$$

Сложив алгебраически проекции векторов амплитуд гармоник НС, образованных каждой катушкой, на оси  $x$  и  $y$ , а затем определив результирующий вектор этой гармоники НС и отнеся его к числу катушек данной фазы, мы получим результирующий обмоточный коэффициент для данной гармоники порядка  $v'$ . Подставив его в формулу (3-20), получим амплитуду гармоники порядка  $v'$ .

### 3-5. Обмотки с переключением числа пар полюсов

В ряде случаев появляется необходимость в работе асинхронной машины при различных частотах вращения. Это бывает при регулировании приводов с целью повышения экономичности работы приводимого механизма, например насоса или компрессора, не с помощью задвижки, а с помощью изменения частоты вращения, что повышает КПД. Такая необходимость встречается при обеспечении термической стойкости асинхронного двигателя при тяжелом пуске, а также и в других случаях.

Изменение частоты вращения может быть достигнуто различным образом. За последние годы появились достаточно надежные и простые статические тиристорные преобразователи частоты и напряжения, позволяющие регулировать частоту вращения в достаточно широких пределах, и это направление, по-видимому, является основным в развитии схем регулируемого электропривода, так как позволяет относительно легко обеспечить оптимальное регулирование. Однако в ряде случаев не требуется широкого диапазона регулирования частоты и плавности ее изменения; кроме того, двухступенчатый разгон двигателей, предназначенных затем для работы при постоянной частоте вращения или при ступенчатом изменении ее, не требует плавного преобразования частоты, в связи с чем сохраняет актуальность конструкция асинхронной машины, предназначенной для работы на нескольких фиксированных частотах вращения, соответствующих нескольким фиксированным числам пар полюсов обмоток статора и ротора. Для ее реализации достаточно двух или более независимых обмоток или одной обмотки, переключаемой на несколько чисел пар полюсов.

В первом случае каждая из обмоток в принципе может быть спроектирована так, чтобы ее параметры: шаг, число пазов на полюс и фазу, число параллельных ветвей и т. п. — были оптимальны для каждого выбранного числа пар полюсов. Трудность в этом случае может составить только выбор числа пазов статора и ротора, так как на двух или более частотах вращения требуется избежать паразитных моментов. Этот вопрос полнее изложен в § 5-3. Кроме того, число пазов для каждого из возможных чисел пар полюсов не должно давать несимметрии обмотки:  $q$  должно быть либо целым, либо дробным, но со знаменателем дробной части, не кратным  $m$ . Если мы хотим выполнить каждую обмотку по типу двухслойной, то необходимо, чтобы число пазов на полюс и фазу при целом  $q$  и  $bd + c$  при дробном  $q$  для каждого из возможных чисел пар полюсов делилось без остатка на число обмоток. В случае двухслойной обмотки или однослойной, но с двухслойными лобовыми частями мы не можем независимо выбирать и шаг катушки.

Составление схемы обмотки в данном случае ничем не отличается от составления схемы для отдельной обмотки с соответствующим числом пазов.

Взаимная индуктивность между обмотками с различным числом пар полюсов по основной гармонике поля отсутствует, так как ЭДС, наведенная полем одной обмотки в другой обмотке, занимающей все полюсы машины, будет равна нулю. Взаимная индуктивность за счет потока рассеяния лобовой части также будет равна нулю, а в пазовой части — равна нулю в том случае, когда обмотки лежат в разных пазах и сердечник не насыщен. Взаимная индуктивность за счет высших гармоник поля в зазоре в принципе может существовать при кратном числе пар полюсов, но если это кратные

четные числа, например 1; 2; 4 и т. д., то она также равна нулю. Кроме того, при нечетном числе пар полюсов (например, 5 : 7 или 11 : 13) взаимная индуктивность может существовать за счет гармоник, период которых целое число раз укладывается в двух полюсных делениях при другом числе полюсов. Например, 7-я гармоника поля при  $p = 5$  может взаимодействовать с обмоткой, в которой  $p = 7$ , так как ее период равен периоду 5-й гармоники при  $p = 7$ . Наконец, если две обмотки имеют дробное число пазов на полюс и фазу, то в принципе возможна взаимная индуктивность за счет дробных гармоник, что не имеет места, если одна из обмоток выполнена с целым числом пазов на полюс и фазу.

Хотя для конструктора зачастую проще и удобнее спроектировать надежную машину с несколькими обмотками, нежели осуществлять переключения в одной и той же обмотке, экономически выполнение независимых обмоток тем менее выгодно, чем их, больше: ведь каждая обмотка используется только в одном режиме, но занимает свое место в пазах.

За последние годы накоплен большой опыт в проектировании обмоток, которые можно переключать на различные числа пар полюсов и обеспечить тем самым различные частоты вращения, как путем изменения направления тока в каждой из фаз, так и путем включения части катушек одной фазы в другую фазу при изменении числа пар полюсов. Появилось достаточное число новых, зачастую весьма остроумных схем переключения, обеспечивающих нужное отношение индукций, токов и моментов вращения при каждом числе пар полюсов. Описание их можно найти в специальной литературе по данному вопросу. Мы не будем подробно останавливаться на этих схемах, поясним лишь основные принципы формирования таких обмоток, разработанные ранее [26]. На рис. 3-13 показано распределение фазных зон в обмотке с переключением числа пар полюсов в отношении 1 : 2. Здесь каждая фазная зона обмотки на меньшее число пар полюсов размером  $\pi/m$  становится фазной зоной в той же фазе обмотки с удвоенным числом пар полюсов, но размером  $2\pi/m$ . Направление тока в ней при этом меняется на обратное. Кривые НС для момента времени, когда ток в фазе  $A$  достигает максимума, показаны непосредственно под изображением распределения фазных зон в верхнем слое обмотки для двух этих случаев на рис. 3-13,  $a$  и  $b$ . Чтобы реализовать переключение, все катушки фазных зон каждой фазы, расположенные под полюсами одной полярности, соединяются последовательно в одну группу, под полюсами другой полярности — в другую группу. При первом (меньшем) числе пар полюсов эти группы соединяются последовательно, при втором — параллельно; кроме того, при втором соединении фазы  $B$  и  $C$  меняются местами (схемы включения групп показаны в правой части рисунка). Можно реализовать соединение фаз при одном из двух чисел пар полюсов не только в звезду, но и в треугольник, если это необходимо по тех-

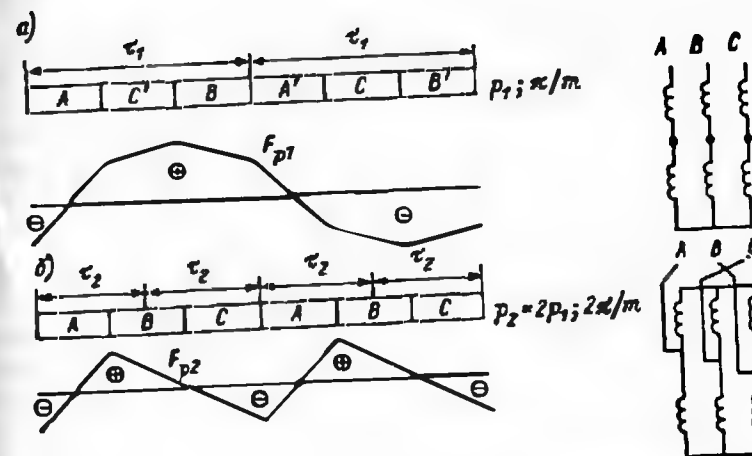


Рис. 3-13. Обмотка с переключением числа пар полюсов в отношении 1 : 2

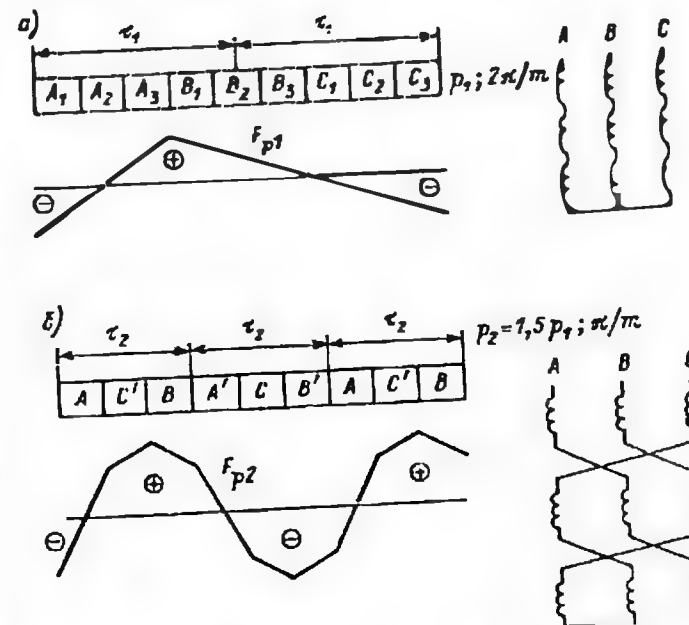


Рис. 3-14. Обмотка с переключением числа пар полюсов в отношении 4 : 6

Другим примером может служить схема переключения обмотки на полуторакратное число пар полюсов (4 : 6 или 8 : 12 и т. п.), показанная на рис. 3-14. Здесь каждая фазная зона размером  $2\pi/m$  обмотки на меньшее число пар полюсов делится на три группы, которые включаются последовательно (рис. 3-14, а). При переходе к большему числу пар полюсов только первая из этих групп остается в данной фазе, остальные включаются в другие фазы, как показано на рис. 3-14, б. Кривые НС обмотки при каждом числе пар полюсов также показаны на этом рисунке.

При выборе шага и ширины фазной зоны обмотки, рассчитанной на переключение полюсов, необходимо учитывать изменение индукции в зазоре и других участках магнитной цепи, изменение намагничивающего, рабочего и пускового тока и т. п. Если на каждом числе пар полюсов машина должна работать длительно, то разумно предусмотреть наилучшие показатели для частоты вращения, на которой потребляется наибольшая энергия. Это не всегда та частота, на которой потребляется наибольшая мощность. Если же большее число пар полюсов предназначено только для облегчения пуска, то, несомненно, нужно обеспечить наилучшие показатели машины на наибольшей — рабочей — частоте вращения.

#### Глава четвертая

### РАСЧЕТ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ И ПАРАМЕТРОВ СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ

#### 4-1. Ток холостого хода

Асинхронная машина возбуждается со стороны статора, т. е. ток возбуждения потребляется из сети, питающей машину. Если параметры эквивалентной схемы замещения (см. главу 2) не зависят от тока нагрузки, т. е. если с ростом тока нагрузки и скольжения не происходит изменения состояния магнитной цепи, то реактивная составляющая тока холостого хода и является током возбуждения машины, а его активная составляющая пропорциональна мощности, теряемой в сердечнике статора, и механическим потерям. Обычно это предположение близко к действительности, однако создает погрешность расчета, которую приходится учитывать. Для упрощения расчетов вполне обоснованно отказываются от учета изменения магнитного потока при переходе от одного участка магнитной цепи к другому и на протяжении участка, если на нем имеет место рассеяние. Так, на самом деле наибольший поток протекает по ярму статора; он соответствует полному

напряжению сети за вычетом падения напряжения на индуктивном сопротивлении рассеяния лобовых частей обмотки. В зубцовой зоне по мере движения к зазору поток уменьшается и на уровне зазора соответствует напряжению за вычетом падения напряжения на полном сопротивлении рассеяния обмотки статора. В зубцах ротора при холостом ходе также происходит изменение потока, так как часть его, зависящая от насыщения зубцов, отвечается от зубца поперек паза. Это хорошо видно из формул для магнитной индукции, полученных во второй главе на основе решения уравнений для магнитного поля статора. Это же явление учитывается само собой при численных расчетах магнитного поля в различных режимах [7]. При использовании аналитических методов расчета, основанных на решении дифференциальных уравнений для напряжения и тока в схеме замещения, прибегают к усреднению магнитного состояния и считают, что все участки магнитной цепи пронизываются при холостом ходе одинаковым магнитным потоком, соответствующим рабочей ЭДС  $E_1$ :

$$\Phi = \frac{E_1}{k_B f \omega_1 k_{\phi 61}}. \quad (4-1)$$

ЭДС  $E$  принимается постоянной и равной

$$E_1 = U_1 / c_1. \quad (4-2)$$

Однако  $c_1 = |1 + Z_1 / Z_m|$  само зависит от намагничивающего тока, и поэтому при большом насыщении, степень которого выясняется к концу расчета режима холостого хода, приходится повторять расчет с другим значением  $c_1$  и  $E_1$ . Обычно, чтобы не ошибиться, в начале расчета магнитной цепи крупной машины принимают  $c_1 \approx 1.03$ , т. е.  $E_1 \approx 0.97 U_1$ , и если результат расчета дает значение  $c_1$ , немного отличающееся от первоначально заданного в большую сторону, то его не уточняют, так как небольшая погрешность расчета неизбежна из-за технологических отклонений. Если же отклонение превышает заданное, что обычно случается, когда насыщение велико, то расчет повторяют с уточненным значением  $c_1$ . Входящие в формулу (4-1) величины:  $f_1$  — номинальная частота сети;  $\omega_1$  — число витков на фазу обмотки статора,

$$\omega_1 = - \frac{z_1 S_n}{2m \cdot n} \quad (4-3)$$

$k_{\phi 61}$  — обмоточный коэффициент обмотки статора, в общем виде равный

$$k_{\phi 61} = k_p k_y k_c$$

(формулы для расчета  $k_p$ ,  $k_y$  и  $k_c$ , а также таблицы их наиболее употребительных значений приведены в главе 3);  $k_B$  — коэффициент формы изменения потока во времени. Обычно  $k_B$  принимают

равным 1,11, считая изменение потока во времени синусоидальным. Иначе говоря, с помощью формулы (4-1) определяется основная гармоника потока.

Для того чтобы рассчитать НС, необходимую для преодоления магнитного сопротивления на пути потока  $\Phi$  вдоль магнитной цепи, нужно составить интеграл  $\oint Hdl = i\omega_1$ . Обмотка статора на каждом полюсном делении может быть эквивалентирована вращающейся однокатушечной обмоткой, число витков которой составляет  $\omega_1/k_{\text{ос}1}$ , а путь интегрирования  $l$  проведем по линии, соответствующей максимальной индукции в зазоре, т. е. посередине магнитного полюса, образованного обмоткой. Если предположить, что распределение индукции под полюсом синусоидальное, то ее максимальное значение, соответствующее этой точке, будет

$$B_{\delta} = \frac{\Phi}{\alpha l_i} \quad (4-4)$$

где  $\alpha$  — коэффициент полюсного перекрытия, равный в данном случае  $2/\pi$ ,  $l_i$  — расчетная длина магнитной цепи на участке воздушного зазора. Если сердечники статора и ротора не имеют радиальных вентиляционных каналов, то расчетная длина на участке зазора принимается обычно равной длине сердечника статора, если он короче ротора, или ротора, если ротор короче:  $l_i = l_{i1}$  или  $l_i = l_{i2}$ . При зазоре, меньшем 1,5 мм, расчетной длиной считается длина сердечника без радиальных каналов:

$$l_1 = l_{i1} - n_{r1} b_{r1}; \quad l_2 = l_{i2} - n_{r2} b_{r2}; \quad l_i = l_i \quad (4-5)$$

При зазоре, большем 1,5 мм, учитывается, что против канала индукция падает не до нуля, как и против открытого паза (рис. 4-1, а). Для учета этого можно, во-первых, изменить формулу (4-5):

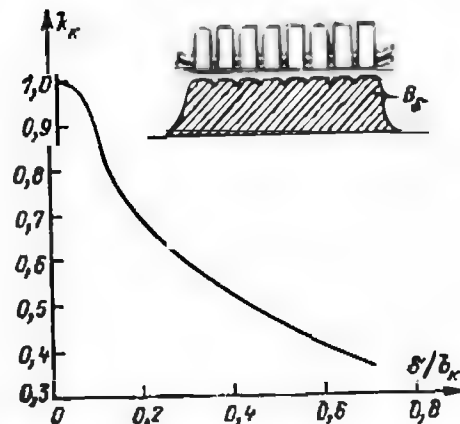
$$l_i = l_i - k_n n_i b_i \quad (4-6)$$

(где  $k_n$  — коэффициент, зависящий от отношения ширины канала к зазору, значение которого приведено на рис. 4-1, б) или учесть влияние каналов так, как учитывается открытие пазов статора и ротора, полагая  $k_n = 1$ . НС, требуемая для проведения потока через воздушный зазор, составит

$$F_{\delta} = B_{\delta} \delta / \mu_0 \quad (4-7)$$

если зазор между гладкими поверхностями статора и ротора равен  $\delta$ . Открытие пазов уменьшает результирующую индукцию, так как против пазов индукция в зазоре падает. Это явление учитывается специальным коэффициентом, обычно называемым коэффициентом Картера,  $k_c$ . Точное значение коэффициента Картера может быть получено с помощью аналитического или численного расчета поля в зазоре [1, 3] и, строго говоря, зависит от отношения открытия пазов статора и ротора к зазору, а также от отноше-

Рис. 4-1. Провалы в кривой индукции из-за радиальных вентиляционных каналов и зависимость  $k_n(\delta)$  для учета влияния каналов



ния к зазору зубцового деления. Обычно удается с достаточной точностью считать коэффициент Картера состоящим из независимых слагаемых или сомножителей, каждый из которых является функцией параметров только статора или только ротора.

Влияние зубчатости учитывается умножением зазора на коэффициент Картера:

$$F_{\delta} = \frac{\delta B_{\delta}}{\mu_0} k_c \quad (4-8)$$

где

$$k_c = k_1 k_2 \quad (4-9)$$

если наличие каналов учитывается при определении расчетной длины по формуле (4-6), и

$$k_c = k_1 k_2 k_3 \quad (4-10)$$

если наличие каналов учитывается по формуле (4-5).

Т. Г. Сорокер [27] предложил более точные формулы для определения  $k_1$  и  $k_2$ :

$$k_1 = \frac{l_1 + \frac{5\delta l_1}{b_{n1}}}{l_1 - b_{n1} + \frac{5\delta l_1}{b_{n1}}}; \quad (4-11)$$

$$k_2 = \frac{l_2 + \frac{5\delta l_2}{b_{n2}}}{l_2 - b_{n2} + \frac{5\delta l_2}{b_{n2}}}.$$

Так как при открытых пазах  $l_{1,2} \approx 2b_{n1,2}$ , то часто в практике применяются более простые формулы

$$k_1 = \frac{l_1 + 10\delta}{l_1 - b_{n1} + 10\delta}; \quad k_2 = \frac{l_2 + 10\delta}{l_2 - b_{n2} + 10\delta} \quad (4-12)$$



Численные расчеты поля с учетом насыщения [7] показывают, что  $k_B$  практически не зависит от насыщения стали. Коэффициент  $k_B$ , учитывающий влияние каналов, если за расчетную длину принимается чистая длина сердечника  $l_n - l_n/b_r$ , по смыслу должен быть меньше единицы, так как каналы увеличивают расчетную длину. Поэтому в [27] предлагается три вида формулы для учета влияния каналов. Если каналы на одном из сердечников (статора или ротора), то

$$k_B = \frac{l_n + 36l_n/b_r}{l_n + 36(1 + l_n/b_r)} \quad (4-13)$$

где  $l_n$  — длина пакета без канала.

Если каналы на обоих сердечниках и совпадают, то

$$k_B = \frac{l_n + 1,56l_n/b_r}{l_n + 1,56(1 + l_n/b_r)} \quad (4-14)$$

Если каналы на обоих сердечниках, но не совпадают (так делают специально для улучшения теплоотдачи), то

$$k_B = \frac{l_n + 36l_n/b_r}{l_n - b_r - 1,36(1 + l_n/b_r)} \quad (4-15)$$

Выражения для расчета намагничивающих сил других участков магнитной цепи (зубцовой зоны статора и ротора, спинки сердечников) имеют вид

$$F = H(B)L, \quad (4-16)$$

где  $H(B)$  — удельная намагничивающая сила, напряженность магнитного поля;  $L$  — длина магнитной силовой линии в пределах данного участка. Вообще говоря, правильно было бы записать выражение (4-16) в виде

$$F = \int H(B)dl, \quad (4-17)$$

где  $H(B)$  определяется по кривой намагничивания стали и изменяется на пути интегрирования, так как меняется и сама индукция  $B(l)$ . При численном расчете магнитного поля в поперечном сечении магнитной цепи намагничивающая сила определяется именно таким образом и точность ее определения зависит от точности расчета индукции в каждом сечении.

Однако и при упрощенном расчете имеется возможность достаточно точно рассчитать среднюю напряженность магнитной цепи по некоторой средней индукции для определенного расчетного сечения. Таким сечением для зубцовой зоны, например, является сечение, расположенное на расстоянии  $1/3$  высоты зуба: при этом напряженность магнитного поля, определенная по кривой  $H(B)$  для значения индукции в этом сечении, оказывается довольно близ-

кой к средней напряженности магнитного поля на всей высоте зубца. Индукция в зубцах определяется по формуле

$$B_z = \frac{\Phi}{\alpha Q_z}, \quad (4-18)$$

где  $\alpha$  — коэффициент полюсного перекрытия и  $Q_z$  — площадь магнитной цепи в расчетном сечении.

Существуют два практически одинаково точных метода расчета напряженности магнитного поля. По первому методу принимается  $\alpha = 2/\pi$  и в формуле (4-1)  $k_B = 1,11$ . Так как максимальная индукция на оси полюса зависит от насыщения (потому что форма кривой индукции в зубцовом слое отличается от синусоиды: кривая уплощается), то напряженность магнитного поля определяется по этой реальной уплощенной кривой. Анализ распределения магнитного поля в зубцовой зоне показывает, что реальная уплощенная эпюра индукции пересекается с синусоидой, являющейся основной гармоникой поля, в точке, отстоящей от оси симметрии кривой на  $30-36^\circ$ , т. е. при значении индукции, равном  $(0,87-0,8) B_z$ . В [27] построены таблицы и кривые зависимости  $H(B)$  для зубцового слоя, при их построении использовалась формула

$$H_{\text{раск}} = 1,22H(0,82B_z), \quad (4-19)$$

а в принятой на заводах методике расчета используется несколько иная зависимость, также довольно точно совпадающая с опытом.

При втором методе приближенного расчета НС напряженность поля в зубцовом слое определяется по основной кривой намагничивания без учета ее уплощения, но при определении максимальной индукции по формуле (4-18) учитывается зависимость  $\alpha$  и  $k_B$  от насыщения зубцов. Поэтому в начале расчета задаются коэффициентом насыщения

$$k_{Bz} = \frac{F_{z1} + F_{z2} + F_6}{F_6} \quad (4-20)$$

и по формулам

$$\alpha = 0,64 + 0,14 \sqrt{k_{Bz} - 1}; \quad k_B = 1,1 - 0,045(k_{Bz} - 1) \quad (4-21)$$

определяют значения  $\alpha$  и  $k_B$ . После этого по основной кривой намагничивания находят напряженность магнитного поля  $H$  и полную НС зубцового слоя статора и ротора, а затем проверяют правильность предварительно заданного коэффициента насыщения. При использовании ЭВМ для электромагнитных расчетов этот способ не приводит к существенным трудностям.

Отметим, что при достаточно резком изменении индукции  $B_z$  и напряженности  $H$  по высоте зубца можно для повышения точности провести расчет в нескольких сечениях и вычислить среднее значение  $H$  по интерполяционной формуле того или иного типа.

При расчете индукций в различных участках магнитной цепи и НС, затрачиваемых на создание магнитного поля в этих участках, можно воспользоваться приводимыми далее формулами и данными табл. 4-1, поясняемыми рис. 4-2, где показаны различные формы

Таблица 4-1. Кривые намагничивания

Индукция, Тл	Напряженность поля, кА/м, для различных марок стали				Роторная сталь, поковка
	1211, 1212, 1213	1411, 1412, 1413	1511, 1512, 1513		
По основной кривой					
0,5	0,17	0,1	0,09		1,0
0,7	0,26	0,2	0,145		1,21
1,0	0,502	0,414	0,302		1,81
1,1	0,642	0,538	0,395		2,01
1,2	0,843	0,73	0,538		2,21
1,3	1,14	1,08	0,771		2,43
1,4	1,58	1,94	1,28		2,9
1,5	2,5	3,85	2,72		3,8
1,6	4,37	6,7	5,2		5,6
1,7	7,78	13,0	8,95		9,0
1,8	12,8	23,0	14,7		14,9
1,9	19,7	34,0	24,4		35,8
2,0	31,0	70,0	55,5		106,0
2,1	65,6	148,0	132,0		—
2,2	144,0	228,0	212,0		—

Продолжение табл. 4-1

Индукция, Тл	Напряженность поля, кА/м, для различных марок стали					
	1211, 1212, 1213	1411, 1412, 1413	1511, 1512, 1513	1211, 1212, 1213	1411, 1412, 1413	1511, 1512, 1513
Для зубцов			Для ярма			
0,5	0,17	0,11	0,10	0,108	0,095	0,085
0,7	0,245	0,171	0,145	0,159	0,027	0,120
1,0	0,422	0,346	0,303	0,274	0,216	0,248
1,1	0,521	0,429	0,387	0,332	0,146	0,298
1,2	0,64	0,53	0,50	0,41	0,20	0,36
1,3	0,8	0,666	0,631	0,51	0,272	0,49
1,4	1,0	0,885	0,877	0,656	0,410	0,76
1,5	1,32	1,25	1,13	0,905	0,82	1,2
1,6	1,73	1,96	1,78	1,37	1,56	1,94
1,7	2,5	3,75	2,80	2,18	2,8	3,0
1,8	3,95	6,11	4,68	—	4,5	5,3
1,9	6,47	10,3	7,27	—	7,6	—
2,0	10,5	18,4	10,2	—	16	—
2,1	16	28,9	14,3	—	35,7	—
2,2	23	41	22,6	—	61	—

пазов. При расчете эффективной длины сердечника статора  $l_{d1}$  или ротора  $l_{d2}$ , фигурирующей во всех формулах, эта величина принимается равной

$$l_{d1} = (l_1 - n_r b_r) k_{d1}$$

где  $k_{d1} = 0,93$  при толщине листов 0,5 мм; 0,91 — при толщине 0,35 мм и 1 при массивном роторе. Общие размеры магнитной цепи в поперечном сечении поясняются рис. 4-3. Необходимо отметить, что высота спинки сердечника статора или ротора определяется с учетом пазов для крепления листов к корпусу при шихтовке. Если сердечник статора изготавливается из цельных круглых вырубков, запрессовываемых в корпус, то небольшие углубления в спинке, служащие для посадки сердечника на ребра или для ориентации листов при шихтовке (шихтовочные знаки), могут не учитываться при определении высоты спинки. То же самое справедливо при посадке сердечника ротора, изготовленного из цельных вырубков, на вал даже при наличии шпонки. Однако, если сердечник собирается из отдельных листов, имеющих пазы для клиньев в виде ласточкина хвоста или полукруглые пазы для шпилек, углубленные в листы, то высота этих пазов должна учитываться при определении расчетной высоты спинки. Обычно при наличии пазов в виде ласточкина хвоста стандартных размеров расчетная высота спинки  $h$  при расчете магнитной индукции уменьшается на 5 мм, а при наличии пазов для шпилек — на  $\frac{1}{3}$  глубины паза. При расчете сечения спинки для определения ее массы в соответствующую формулу подставляется полная высота спинки. Удельные НС — напряженности поля для различных сортов стали, приведенные в табл. 4-1, даны только для нескольких точек кривой намагничивания. Между этими точками обычно производится интерполяция с помощью сплайнов второго или третьего порядка.

Формулы для расчета размеров участков магнитной цепи в соответствии с обозначениями рис. 4-2 и 4-3. 1. Ярмо статора при  $m_{a1}$  рядах осевых каналов диаметром  $d_{a1}$ . Ширина

$$h_{a1} = 0,5 (D_{a1} - D_i) - h_{r1} - 2m_{a1}d_{a1}/3 - h'$$

Площадь

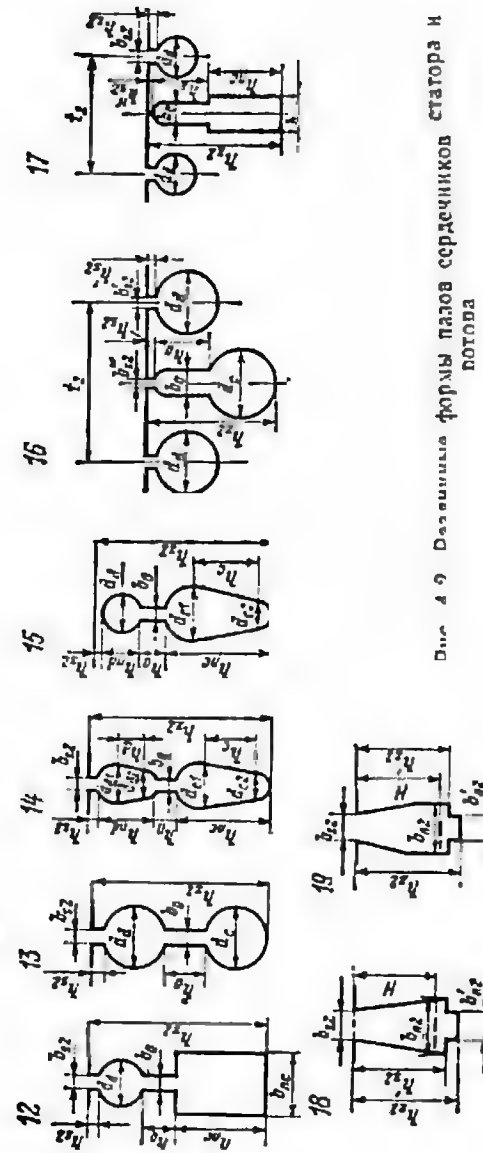
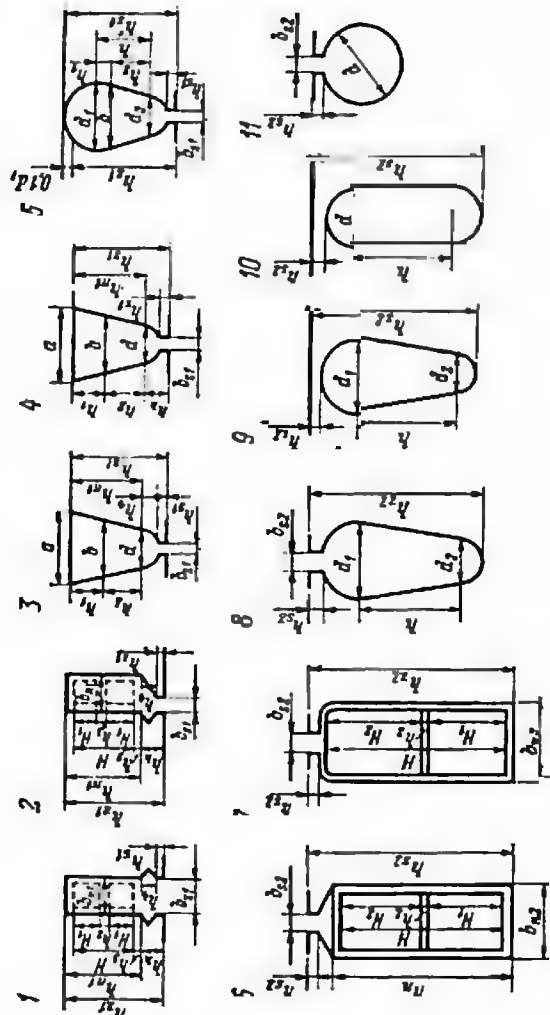
$$O_{a1} = h_{a1} l_{a1}$$

Длина магнитной силовой линии

$$L_{a1} = \pi (D_{a1} - h_{a1}) / (2p)$$

Масса

$$G_{a1} = 7800 O_{a1} L_{a1} \cdot 2p$$



Дис 49. Различные формы пазов сердечников статора и ротора



поз. 14 и 15 (два сечения)

$$b_{22 \text{ расч}} = 0,5 (b_{22}^{\cdot} + b_{22}^{\cdot});$$

$$b_{22}^{\cdot} = l_2^{\cdot} - d_{c1}; \quad l_2^{\cdot} = \pi (D_{a2} - 2h_{22} - 2h_{n2} - 2h_0 - d_{c1})/z_2;$$

$$b_{22}^{\cdot} = l_2^{\cdot} - d_{c2}; \quad l_2^{\cdot} = \pi (D_{a2} - 2h_{22} - 2h_{n2} - 2h_0 - 2h_{n2} + d_{c2})/z_2.$$

Площадь

$$Q_{22} = z_2 l_{22} b_{22 \text{ расч}} / (2p).$$

Длина силовой линии

$$L_{22} = 2h_{22}.$$

Масса

$$G_{22} = 7800 Q_{22} L_{22} p.$$

4. Ядро ротора. Ширина  $h_{a2}$  при  $m_{a2}$  рядах аксиальных каналов диаметром  $d_{a2}$ :

$$2p > 2, \quad h_{a2} = 0,5 (D_{a2} - D_{i2}) - h_{22} - 2m_{a2} d_{a2} / 3;$$

при посадке сердечника ротора непосредственно на вал вместо  $D_{i2}$  берется  $0,6 D_{i2}$ :

$2p = 2$ : зона отверстий, расположенных на диаметре  $D_{i2}$ .

$$h_{a2} = 0,5 D_{a2} - h_{22} - m_{a2} d_{a2};$$

зона без отверстий

$$h_{a2}^{\cdot} = 0,25 (\pi D_{i2} - m_{a2} d_{a2}).$$

Площадь:

$$2p > 2, \quad Q_{a2} = h_{a2} l_{a2};$$

$$2p = 2, \quad Q_{a2} = (h_{a2}^{\cdot} + h_{a2}^{\cdot}) l_{a2}.$$

Длина силовой линии

$$2p > 2, \quad L_{a2} = \pi (D_{i2} + h_{a2}) / (2p);$$

$$2p = 2, \quad L_{a2} = 2h_{a2}; \quad L_{a2}^{\cdot} = 2d_{a2}.$$

Масса  $G_{a2} = 7800 Q_{a2} L_{a2} 2p.$

При построении характеристики холостого хода для каждого из расчетных значений напряжения на зажимах определяется магнитный поток, затем индукция и НС всех участков магнитной цепи на пару полюсов (табл. 4-1), после чего все НС складываются и определяется их сумма

$$F = F_0 + F_{21} + F_{22} + F_{01} + F_{02}. \quad (4-22)$$

Определив  $F$ , можно найти намагничивающий ток статора

$$I_{0r} = \frac{0,37 p F}{w_1 k_{061}}, \quad (4-23)$$

а также индуктивное сопротивление контура намагничивания эквивалентной схемы замещения

$$x_m = E / I_{0r}. \quad (4-24)$$

Обычно

$$I_0 \approx I_{0r}. \quad (4-25)$$

Тогда, определив потери в обмотке статора от тока

$$p_{210} = 3 I_0^2 r_1. \quad (4-26)$$

потери в стали статора  $p_{ст}$  и механические потери  $p_{мх}$

$$p_{ст} = p_0 (1,8 B_{21}^2 G_{21} + 1,5 B_{01}^2 G_{01}); \quad p_{мх} = 0,042 D_i^3 n^2, \quad (4-27)$$

можно приближенно найти активную составляющую тока холостого хода

$$I_{0a} = \frac{p_{210} + p_{ст} + p_{мх}}{3 U_1}; \quad (4-28)$$

полный ток холостого хода

$$I_0 = \sqrt{I_{0a}^2 + I_{0r}^2} \quad (4-29)$$

и полное сопротивление контура намагничивания

$$z_0 = U_1 / I_0; \quad x_0 = U_1 / I_{0r}. \quad (4-30)$$

#### 4-2. Высшие гармоники в кривой поля

При равномерном зазоре, согласно формулам, из § 2-1. если зазор мал по сравнению с полюсным делением, то поле можно считать однородным и его радиальная составляющая  $H_y$  будет приближенно равна  $F/\delta$ , а тангенциальной составляющей  $H_x$  можно пренебречь. Тогда, если рассмотреть поле одной катушки, показанной на рис. 4-4, а, и воспользоваться законом полного тока, то напряженность поля составит  $H_0 = F_k / (2\delta)$ , а его индукция  $B = \mu_0 H_0$ , где  $F_k = 2F$  — НС одной стороны катушки (силовая линия, охватывающая одну сторону катушки, дважды проходит через зазор). При отсутствии насыщения форма кривой НС одной катушки (прямоугольник) и форма кривой индукции одинакова (рис. 4-4, б). Обе кривые можно разложить на основную и высшие гармоники, амплитуды которых обратно пропорциональны порядку и прямо пропорциональны своим обмоточным коэффициентам, формулы для которых приведены в главе 3. Каждая гармоника НС поля статора  $F_v$  будет вызывать в ненасыщенной магнитной цепи гармонику индукции  $B_v$ , при этом  $B_v = \mu_0 F_v / \delta$ , если, конечно, зазор много меньше полюсного деления для данной гармоники  $\tau_v = \tau / v$ . На рис. 4-4, в (показана картина поля в зазоре машины при зубчатом сердечнике статора и гладком роторе) эпюра индукции имеет провалы против каждого паза. Если



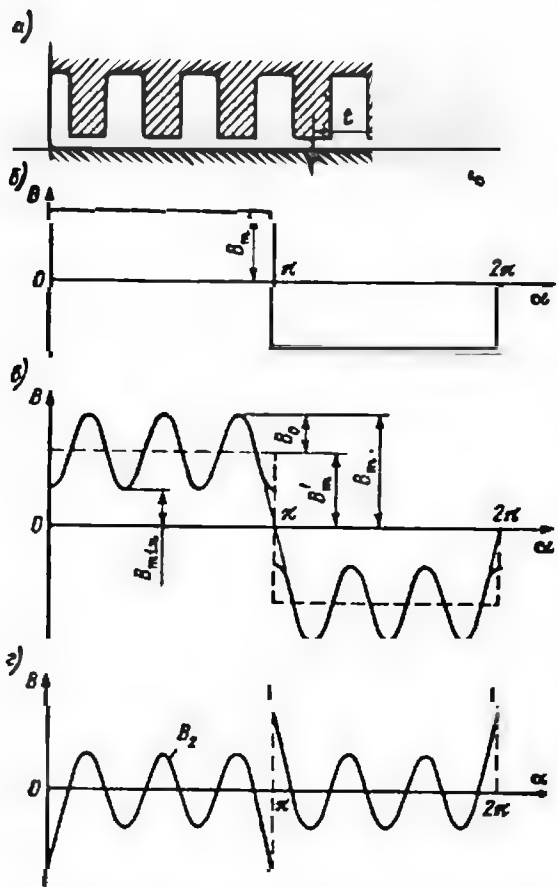


Рис. 4-4. Форма кривой поля в зазоре при зубчатом статоре

выделить из зубчатой кривой поля постоянную составляющую, то она будет меньше, чем индукция при гладком зазоре. Их отношение — это коэффициент Картера  $k_C = B_m/B'_m$ ;  $B'_m = \mu_0 F/(\delta k_C)$ , который можно определить с помощью графического, аналитического или численного расчета поля [7], выражения, достаточно точно аппроксимирующие коэффициент Картера, приведены в предыдущем параграфе.

Можно представить кривую поля в зазоре (рис. 4-4, в) как результат наложения постоянной составляющей  $B'_m$  и зубчатой кривой, показанной на рис. 4-4, г, максимумы которой равны величине  $B_0$ , определяемой выражением

$$B_0 = \beta B'_m, \quad (4-31)$$

где  $\beta$  — функция отношения ширины открытия паза к зазору  $b_n/\delta$  (рис. 4-5).

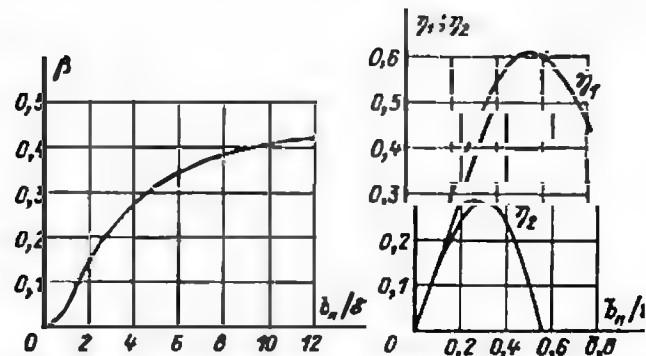


Рис. 4-5. К определению пульсации магнитной проводимости зазора

Величину  $B_0/(F\mu_0\delta) = \lambda_0$  называют относительной проводимостью зазора, ее можно представить в виде алгебраической суммы постоянной части и гармонического ряда

$$\lambda_0 = \lambda_0 - \sum_{k=1}^n \lambda_k \cos(2mq\alpha k). \quad (4-32)$$

Здесь  $\alpha = x/\tau$  — текущее значение координаты в долях полюсного деления;  $m$  — число фаз;  $q$  — число пазов на полюс и фазу;  $k$  — любое целое число. Следовательно, проводимость зазора в данной точке окружности статора является алгебраической суммой постоянной части и гармонического ряда, членами которого являются гармоники порядка зубчатости или кратного ему. Для практических целей обычно бывает достаточно первых двух членов ряда (4-32)  $\lambda_1 = \beta\eta_1$  и  $\lambda_2 = \beta\eta_2$ , где  $\eta_1$  и  $\eta_2$  показаны на рис. 4-5, б.

Так как НС одной катушки можно представить в виде гармонического ряда

$$F(\alpha) = \frac{4}{\pi} F \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \sin v\alpha, \quad (4-33)$$

то и магнитную индукцию  $B_0 = \lambda_0 F\mu_0/\delta$  также можно записать в виде ряда

$$B_0 = -\frac{4}{\pi} \frac{\mu_0}{\delta} F \left\{ \lambda_0 \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \sin v\alpha - 0,5 \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \lambda_k \frac{1}{v} \sin [(v+2mqk)\alpha] - \right. \\ \left. - 0,5 \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{v} \lambda_k \sin [(v-2mqk)\alpha] \right\}. \quad (4-34)$$

в котором легко выделить определенные группы членов. Произве-

дение  $F_v$  и  $\lambda_0$  при  $v = 2mkq \pm 1$  создает гармоническую индукцию порядка зубчатости, произведение  $\lambda_k F_v$  тоже создает гармоническую порядка  $2mkq \pm 1$  (при этом надо учитывать, что  $v$  может быть и положительным и отрицательным).

Выражение (4-34) можно преобразовать к виду

$$B_0 = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0}{\delta} F \sum_{v=1}^{\infty} \left[ \frac{\lambda_0}{v} - \sum_{k=1}^n \frac{\lambda_k v}{v^2 - (2mqk)^2} \right] \sin v\alpha. \quad (4-35)$$

и если вынести за скобки  $\frac{\lambda_0}{v} = \frac{1}{k_C v}$ , то оставшаяся в скобках величина будет коэффициентом увеличения  $v$ -й гармонической поля за счет зубчатости сердечника

$$\xi_v = 1 - k_C \sum_{k=1}^n \frac{\lambda_k v^2}{v^2 - (2mqk)^2}. \quad (4-36)$$

Если  $v = 1$ ,  $q = 1$ ,  $m = 3$  и  $k = 1$ , то увеличение основной гармоники составит примерно 3 %, а при  $q = 3$  будет уже около 0,3 %, так что обычно им пренебрегают. Зато амплитуда гармоники порядка зубчатости статора  $v_z = 2mqk \pm 1$ , для которой формулу (4-36) можно преобразовать, учитывая, что  $2mq = (v_z \pm 1)/k$ , а

$$\frac{v_z^2}{v_z^2 - (2mqk)^2} = \frac{v_z^2}{v_z^2 - (v_z \mp 1)^2} = \frac{v_z^2}{\pm 2v_z - 1}, \quad (4-37)$$

будет усилена в

$$\xi_{v_z} = 1 - k_C \frac{v_z^2 \lambda_k}{\pm 2v_z - 1} \approx 1 \pm \frac{k_C \lambda_k v_z}{2}$$

раз.

При обычно встречающихся отношениях размеров паза, зазора и зубца

$$\xi_{v_z} \approx 1 \pm 0,375 v_z.$$

Изложенное выше базируется на работе А. И. Вольдека [31].

При двухсторонней зубчатости можно приближенно записать выражение для магнитной проводимости зазора в виде произведения

$$\lambda_0 = \lambda_1 \lambda_2. \quad (4-38)$$

где  $\lambda_1$  определяется по формуле (4-32), а  $\lambda_2$  по формуле аналогичного вида

$$\lambda_2 = \frac{1}{k_C} - \sum_{k=1}^n \lambda_k \cos [2mqk (\alpha - \omega_2 t)], \quad (4-39)$$

отличающейся тем, что в выражение для аргумента  $\cos$  входит слагаемое, зависящее от частоты вращения ротора  $\omega_2$ . Если бы ротор вращался синхронно со статором и имел бы такое же число пазов и такое же открытие паза, как статор, то задача расчета проводимости свелась бы к предыдущей задаче при уменьшении зазора вдвое. Иное число пазов ротора и его относительное перемещение вызывают в общей кривой проводимости гармонику порядка зубчатости ротора, а также и другие гармоники, в том числе такие, порядок которых определяется разностью чисел пазов статора и ротора. В зазоре асинхронного двигателя при открытых пазах статора и ротора числом  $z_1$  и  $z_2$  и числе пар полюсов  $p$  будут существовать наиболее выраженные гармоники индукции и напряженности поля следующего порядка.

1. Основная гармоника порядка  $p$ , имеющая  $p$  периодов на окружности зазора, образующая вращающееся поле с индукцией

$$B_1 = \frac{4}{\pi} \frac{F_1 \mu_0}{\delta} \lambda_0 \cos \left( \frac{\pi x}{\tau} - \omega_1 t \right).$$

2. Гармоники порядка зубчатости статора, возникающие вследствие переменной магнитной проводимости, образующие вращающиеся поля с индукцией

$$B_{z11} + B_{z12} = \frac{4}{\pi} \frac{F_1 \mu_0}{\delta} \left\{ \lambda_{z11} \cos \left[ (2m_1 q - 1) \frac{\pi x}{\tau} + \omega_1 t \right] + \lambda_{z12} \cos \left[ (2m_1 q + 1) \frac{\pi x}{\tau} - \omega_1 t \right] \right\}.$$

3. Гармоники порядка, определяемого числом фазных зон, образующие вращающиеся поля вида

$$B_{z2k-1} + B_{z2k+1} = \frac{4}{\pi} \frac{F_1 \mu_0 \lambda_0}{\delta} \left\{ \frac{\cos \left[ (2k-1) \frac{\pi x}{\tau} + \omega_1 t \right] k_{od1}}{(2k-1) k_{od1}} + \frac{\cos \left[ (2k+1) \frac{\pi x}{\tau} - \omega_1 t \right] k_{od1}}{(2k+1) k_{od1}} \right\}.$$

4. Гармоники порядка зубчатости статора, возникающие вследствие наличия этих гармоник в кривой НС, образующие вращающиеся поля вида

$$B'_{z11} + B'_{z12} = \frac{4}{\pi} \frac{F_1 \mu_0}{\delta} \lambda_0 \left\{ \frac{\cos \left[ (2m_1 q - 1) \frac{\pi x}{\tau} - \omega_1 t \right]}{2m_1 q - 1} + \frac{\cos \left[ (2m_1 q + 1) \frac{\pi x}{\tau} + \omega_1 t \right]}{2m_1 q + 1} \right\}.$$

5. Гармоники порядка зубчатости ротора, возникающие вследствие переменной магнитной проводимости ротора,

$$B_{r21} + B_{r22} = \frac{4}{\pi} \frac{F_1 \mu_0}{\delta} \left\{ \lambda_{r21} \cos \left[ \left( \frac{z_2}{p} - 1 \right) \frac{\pi x}{\tau} + \omega_2 t \right] + \right. \\ \left. + \lambda_{r22} \cos \left[ \left( \frac{z_2}{p} + 1 \right) \frac{\pi x}{\tau} - \omega_2 t \right] \right\}.$$

6. Гармоники порядка зубчатости ротора, возникающие из-за наличия этих гармоник в кривой НС ротора, образующие вращающиеся поля вида

$$B'_{r21} + B'_{r22} = \frac{4}{\pi} \frac{F_1 \mu_0}{\delta} \lambda_0 \left\{ \frac{\cos \left[ \left( \frac{z_2}{p} - 1 \right) \frac{\pi x}{\tau} + \omega_1 t \right]}{z_2/p - 1} + \right. \\ \left. + \frac{\cos \left[ \left( \frac{z_2}{p} + 1 \right) \frac{\pi x}{\tau} - \omega_1 t \right]}{z_2/p + 1} \right\}.$$

7. Гармоники порядка суммы и разности зубчатости статора и ротора, образующие вращающиеся поля вида

$$B'_{\Sigma} + B'_{\Delta} = \frac{4}{\pi} \frac{F_1 \mu_0}{\delta} \left[ \lambda_1 \cos \left( \frac{z_2 - z_1 + p}{p} \frac{\pi x}{\tau} - \omega_1 t \right) + \right. \\ \left. + \lambda_2 \cos \left( \frac{z_2 - z_1 - p}{p} \frac{\pi x}{\tau} + \omega_1 t \right) + \lambda_3 \cos \left( \frac{z_2 + z_1 + p}{p} \frac{\pi x}{\tau} - \omega_1 t \right) + \right. \\ \left. + \lambda_4 \cos \left( \frac{z_2 + z_1 - p}{p} \frac{\pi x}{\tau} + \omega_1 t \right) \right],$$

где  $\lambda_k$  — составляющие магнитной проводимости при двухсторонней зубчатости.

Кроме того, естественно, имеются гармоники более высокого порядка, которые меньше по амплитуде и чаще всего могут не учитываться.

Эти гармоники вращающегося магнитного поля, наблюдаемые на опыте, легко получить и формальным разложением на отдельные члены произведения магнитных проводимостей статора и ротора согласно формулам (4-32), (4-38) и (4-39). Произведение постоянных членов разложения проводимостей статора и ротора даст постоянный член общей проводимости: произведение постоянных членов разложения проводимости и переменных даст колебания проводимости с числом периодов, определяемым зубчатостью статора и ротора отдельно (последняя изменяется во времени с частотой вращения ротора). Произведение гармоники НС, вращающейся в пространстве с угловой частотой, обратно пропорциональной

порядку, и магнитной проводимости даст в результате все указанные выше виды пространственных гармоник поля.

Влияние гармонического состава поля в зазоре на характеристики асинхронной машины будет рассмотрено ниже, в главах 5 и 6.

#### 4-3. Короткое замыкание и поля рассеяния

Режим установившегося короткого замыкания асинхронной машины — это режим питания статора при неподвижном роторе. Его иногда называют режимом стоянки под током. Основная гармоника НС в зазоре машины является геометрической суммой НС статора и НС ротора. Так как активные сопротивления обмоток статора и ротора по сравнению с их индуктивными сопротивлениями обычно относительно невелики, то максимумы этих НС почти противоположны по фазе и амплитуда основной гармоники поля в зазоре наводит в обмотке ротора ЭДС, равную падению напряжения на сопротивлении рассеяния ротора  $r'_2 + jx_2$ . Общая картина поля в поперечном сечении магнитной цепи при холостом ходе и коротком замыкании показана на рис. 4-6, а и б.

Из опытов холостого хода и короткого замыкания можно получить все параметры схемы замещения машины [32].

Если в режиме холостого хода при пониженном напряжении удастся достаточно точно измерить с зажимов двигателя индуктивное сопротивление намагничивающей ветви схемы замещения  $x_0 = U_1/I_0$ , то, сняв характеристику холостого хода и одновременно измеряя при каждом напряжении потери, удастся получить и активное сопротивление намагничивающей ветви  $R_m$ . Активное сопротивление обмотки статора постоянному току или искривленному току на опыте легко измеряется: первое на неподвижной машине, второе — при вынутом роторе. В опыте питания статора без ротора можно получить и индуктивное сопротивление. В опыте короткого замыкания мы можем получить активное и индуктивное сопротивление цепи главного тока, а зная параметры схемы статора — получить параметры схемы ротора.

Как видно из картины поля (рис. 4-6), если при холостом ходе магнитные силовые линии направлены в ядрах статора и ротора в основном тангенциально, а в зубах статора и ротора — в основном радиально, то при коротком замыкании магнитное поле в ядре статора имеет такое же направление, как и при холостом ходе, однако в зубах статора и ротора силовые линии направлены главным образом поперек пазов, а в ядре ротора магнитный поток относительно невелик и соответствует ЭДС, равной падению напряжения на лобовых частях обмотки ротора, т. е. близок к нулю.

Силовая линия потока рассеяния статора или ротора в пазовой части пересекает не двойной зазор, как это имеет место для главного магнитного потока, а все пазы на одном полюсном делении,

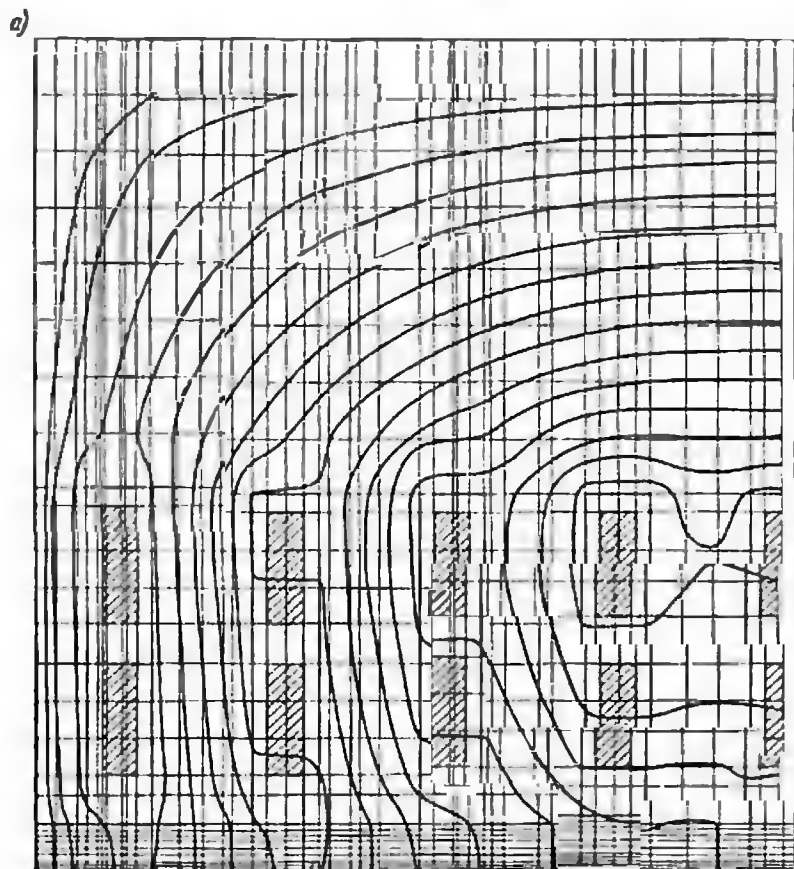
поэтому насыщение стали происходит при токах, близких к номинальному току или превышающих номинальный ток. Заметить это явление на опыте можно, сняв характеристику короткого замыкания — зависимость тока статора от напряжения в этом режиме. При определенных значениях тока статора эта кривая изменяет свое направление (рис. 4-7). На этом же рисунке приведена и кривая холостого хода — зависимость напряжения от тока статора в режиме холостого хода. Уравнение кривой короткого замыкания

$$\dot{U}_1 = i_k Z_k,$$

а кривой холостого хода

$$\dot{U}_1 = i_0 Z_0,$$

так как сопротивлением цепей ротора при малом скольжении можно пренебречь. Из рис. 4-7 видно, что  $Z_0$  зависит от насыщения стали



б)

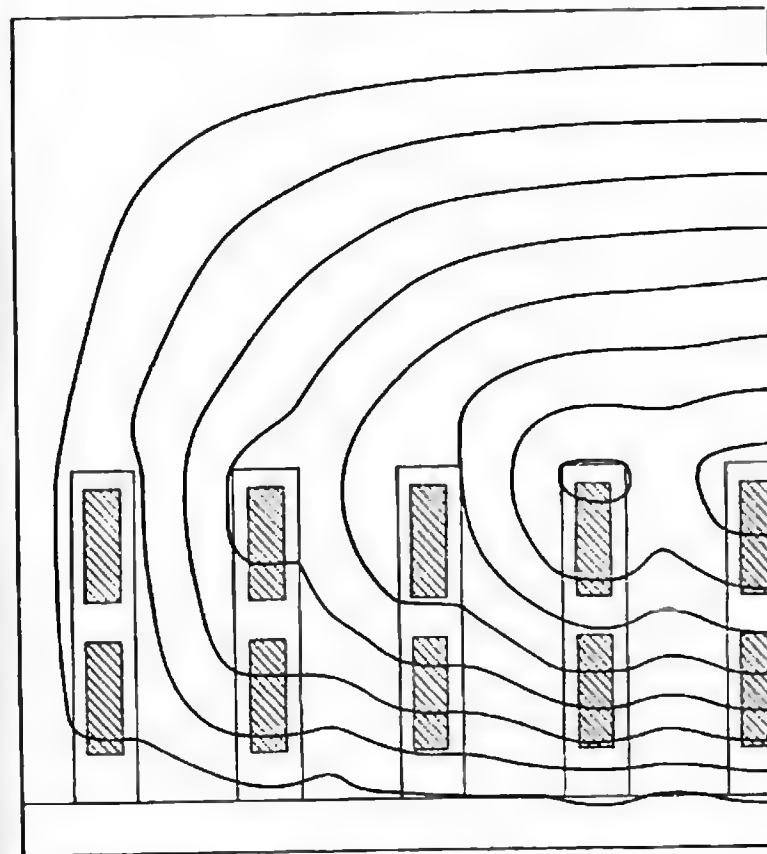


Рис. 4-6. Поле в поперечном сечении магнитной цепи статора: а — холостой ход; б — короткое замыкание

гораздо сильнее, чем  $Z_k$ . Однако и для  $Z_k$  эта зависимость может быть достаточно резкой, если пазы статора и ротора закрытые или полузакрытые: за счет насыщения «мостиков» этих пазов. Тогда в кривой короткого замыкания можно обнаружить два изгиба: первый соответствует насыщению мостиков, второй — насыщению зубцов поперечным полем рассеяния.

Как при холостом ходе, так и при коротком замыкании вращающееся поле не имеет строго синусоидальной формы, т. е. в нем можно выделить гармонические составляющие, образующие вращающиеся со своей скоростью в прямом или обратном направлении волны индукции.

Как будет подробно показано в следующей главе, эти волны индукции образуют вращающие моменты, тормозящие или уско-

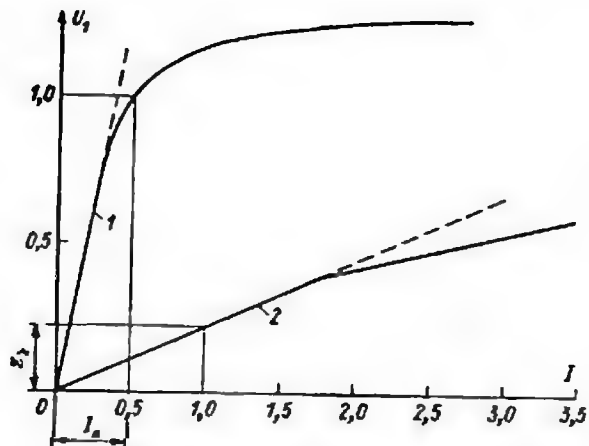


Рис. 4-7 Характеристика холостого хода (1) и короткого замыкания (2)

ряющие ротор. Так как действие этих моментов зачастую вредно, то их иначе называют паразитными моментами. Однако, кроме дополнительных моментов вращения, волны индукции высокого порядка вызывают еще неравномерные магнитные усилия, приложенные к статору, а также увеличивают индуктивные сопротивления рассеяния. Действительно, момент вращения, передаваемый на ротор, определяется основной гармоникой поля. Каждую гармонику поля статора можно представить в виде независимого возбужденного  $\nu$ -полюсного поля, вращающегося с частотой  $\omega_\nu = \omega_1/\nu$  в направлении, совпадающем с направлением вращения главного поля или противоположном ему. Скольжение ротора для поля порядка  $\nu$  будет составлять

$$s_\nu = \frac{\omega_\nu - \omega_1(1-s)}{\omega_\nu} = \frac{\omega_1/\nu - \omega_1(1-s)}{\omega_1/\nu} = 1 - \nu(1-s).$$

Так как амплитуды всех пространственных гармоник поля, включая основную, пропорциональны току статора, то можно предположить, что все независимые обмотки включены последовательно, но имеют различный обмоточный коэффициент, как показано на рис. 4-8.

В номинальном режиме, когда скольжение для основной гармоники невелико и может считаться близким к нулю, скольжение для других пространственных гармоник быстро увеличивается с ростом их порядка. Если при этом учесть, что индуктивные сопротивления рассеяния возрастают с ростом порядка гармоники по отношению к индуктивному сопротивлению намагничивания, то отношение индуктивных сопротивлений той части схемы рис. 4-8, которая отражает результат существования высших гармоник поля,

Рис. 4-8. Эквивалентная схема с учетом высших гармоник

к индуктивному сопротивлению рассеяния, по-видимому, правильно.

Индуктивное сопротивление рассеяния обычно выделяют из полных индуктивных сопротивлений потому, что, во-первых, оно меньше зависит от насыщения в рабочих режимах и, во-вторых, что знание его позволяет построить удобную схему расчета этих режимов.

#### 4-4. Расчет параметров схемы замещения

Сопротивление обмоток постоянному току. Сопротивление одной фазы обмотки статора или фазного ротора при температуре  $\theta$  определяется общей формулой

$$R_{10} = [1 + \alpha_T (\theta - \theta_0)] w l_w / (q \sigma a), \quad (4-40)$$

где  $w$  — число последовательно включенных витков;  $l_w$  — длина одного витка;  $q$  — сечение витка;  $\sigma$  — электрическая проводимость проводника при температуре  $\theta_0$  (обычно 15 °C);  $\alpha$  — коэффициент повышения сопротивления (или снижения электрической проводимости).

Электрическая проводимость и коэффициент повышения сопротивления для различных температур составляют:

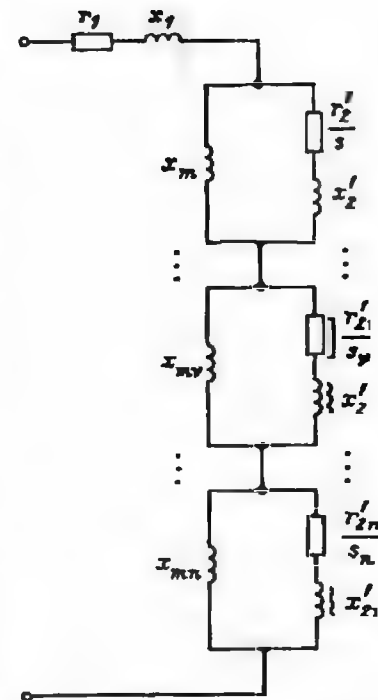
для меди  $\sigma = 5,7 \cdot 10^7$  См/м;  $\alpha = 0,04$ ;

для алюминия  $\sigma = 3,6 \cdot 10^7$  См/м;  $\alpha = 0,037$ .

Длина витка  $l_w = 2(l_1 + l_2)$  при окончательном проверочном расчете асинхронной машины определяется по чертежу, однако при предварительном расчете ее можно определить, воспользовавшись приближенной зависимостью длины лобовой части обмотки от типа обмотки, номинального напряжения, шага и других параметров.

Для петлевой обмотки с жесткими секциями длину лобовой части можно приближенно определить по формуле

$$l_0 = \frac{\pi (D_1 + h_2) \beta_1}{2p \sqrt{1 - \left(\frac{b_n + s}{l}\right)^2}} + h_s + A, \quad (4-41)$$





где  $s$  — расстояние между лобовыми частями катушек в отогнутой части, равное 0,005 м при линейном напряжении до 3000 В, 0,006 м — до 6300 В и до 0,007 м — до 10 500 В;  $A$  — общая длина двух прямолинейных участков катушки от выхода из паза до начала отгиба, равная для тех же напряжений соответственно 0,06 м, 0,09 м и 0,12 м.

Длина лобовой части волновой стержневой обмотки ротора определяется приближенной формулой

$$l_{c2} = \frac{\pi (D_{a1} - h_{a2})}{2p \sqrt{1 - (f_{c1}/l_2)^2}} + 0,15. \quad (4-42)$$

Здесь  $l_2$  — шаг по дну пазов ротора, а  $f_{c2}$  — расстояние между катушками в лобовой части, равное сумме ширины неизолированного проводника и предельного допустимого расстояния между ними:

$$f_{c2} = b + a,$$

где  $a$  зависит от напряжения, на которое рассчитана изоляция ротора:

$U$ , В	До 500	1000	1500	2000
$a$ , мм	1,7	2,5	2,5	3,0

Длина неотгнутой части и головки стержня в сумме принимается обычно равной 0,15 м.

Более точно размеры катушек можно определить вычислениями с помощью рис. 4-9. Для этого вначале определяют радиусы витков верхнего и нижнего слоя обмотки:

$$R_1 = 0,5D_i + h_k + \Delta_1; \quad R_2 = R_1 + H + \Delta_2, \quad (4-43)$$

где  $H$  — высота катушки без корпусной изоляции;  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  — толщина изоляции под клином и между стержнями. Для обмотки ротора знаки «+» в формуле (4-42) нужно заменить на «-», а  $D_i$  на  $D_{a2}$ .

Угол отгиба лобовой части катушки в плане рассчитывают по формуле

$$\alpha_2 = \arcsin \frac{B + \Delta_i + m}{2\pi R_1} z, \quad (4-44)$$

где  $B$  — ширина катушки без корпусной изоляции;  $\Delta_i$  — двухсторонняя толщина без изоляции катушки в лобовой части;  $m$  — расстояние между катушками в лобовой части, зависящее от номинального напряжения:

$U$ , В	До 525	3150	6300	10 500
$m$ , мм	4,5	5	6	9

В однослойных обмотках с двухслойными лобовыми частями вместо числа пазов  $z$  в формулу (4-44) нужно подставить 0,5  $z$ .

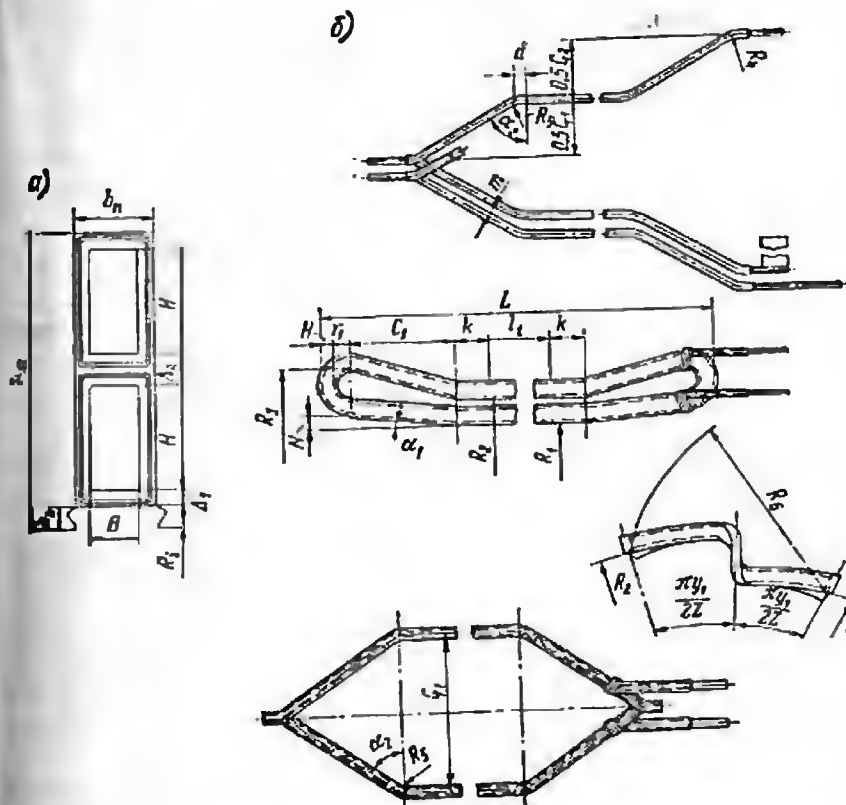


Рис. 4-9. К расчету размеров обмоток: а — размеры паза; б — размеры катушек

Средняя длина дуги лобовой части катушки с сокращенным шагом  $y_1$  составляет

$$G_1 = \frac{\pi (R_1 + R_2)}{2} y_1 \quad (4-45)$$

а в волновой обмотке, где первый частичный шаг  $y_1$  удлинен, а второй  $y_2$  укорочен или, наоборот, вместо  $y_1$  в формулу (4-45) нужно подставить 0,5 ( $y_1 + y_2$ ). Полезно также найти  $G_2$  по  $y_2$ .

Размеры головки катушечной обмотки определяются радиусом  $r_1$ , который, в свою очередь, зависит от толщины изоляции и составляет для напряжений

$U$ , В	До 3150	6300	10 500
$r_1$ , мм	12	15	20

а прямолинейный участок  $k$  (рис. 4-9) равен высоте нажимного пальца плюс расстояние  $A$ , зависящее от напряжения:

$U$ , В	До 3150	6300	10 500
$A$ , мм	20	25	32

Для волновых обмоток роторов размеры головки определяются размерами хомута, с помощью которого спанываются стержни верхнего и нижнего слоя.

Радиусы закруглений при переходе к отогнутому участку лобовых частей в плоскости катушки  $R_4$  и  $R_5$  составляют величину от 25 до 100 мм, возрастающую при больших напряжениях и сечениях катушек. Обычно эти радиусы нормализованы. Вылет катушки по разные стороны сердечника определяется формулой

$$0,5(L-l_t) = \frac{l}{\cos \alpha_2} [\sin \alpha_2 G_1 + (R_5 - 0,5B)(1 - \sin \alpha_2)] + k + r_1 + H. \quad (4-46)$$

Подставляя для волновых обмоток в эту формулу различные значения  $G_1$  и  $G_2$ , рассчитанные по частичным шагам  $y_1$  и  $y_2$ , получаем реальные значения вылета катушек по разные стороны сердечника.

Длина лобовой части катушки определяется формулой

$$l_s = 2k + \frac{G_1}{\cos \alpha_2} + (R_5 + 0,5B) \left[ 0,035 \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \right) - \frac{2(1 - \sin \alpha_2)}{\cos \alpha_2} \right] + \pi(r_1 + 0,5H). \quad (4-47)$$

Для катушек, выполненных в виде «мягких» секций, длина лобовой части витка может быть подсчитана с помощью приведенной формулы

$$l_{s1} = \frac{An(D_l + h_{21})\beta_1}{2p} + B.$$

где  $A$  составляет в зависимости от числа полюсов:

$2p$	2	4	6	8
$A$	1,25	1,3	1,4	1,5

а  $B$  зависит главным образом от конструкции корпуса и составляет величину от 20 до 30 мм. Более точный расчет длины лобовой части делается после разработки шаблона и намотки пробной катушки.

Сопротивление стержня короткозамкнутого ротора с сечением  $q_c$  подсчитывается по аналогичной формуле

$$r_c = [1 + \alpha_T(\theta - \theta_0)] \frac{l_c}{q_{\text{б.ст}}}, \quad (4-48)$$

где  $l_c$  — длина стержня, измеряемая от середины одного короткозамыкающего кольца до середины противоположного кольца. Для

двойных клеток с разделенными кольцами, естественно, длины стержней будут разными. При этом нужно учесть, что для латуни марки ЛС 59 и Л 62, которая часто применяется в короткозамкнутых обмотках ротора, температурный коэффициент составляет 0,0016, а удельная электрическая проводимость составляет  $14 \cdot 10^4$  См/м, что примерно в 4 раза меньше, чем у меди. По этой формуле рассчитываются отдельно сопротивления стержней верхней и нижней клеток.

В расчете сопротивления короткозамкнутой обмотки ротора  $r_z$  необходимо учесть также сопротивление участка короткозамыкающих колец со средним диаметром  $D_R$  и сечением  $q_R$  между соседними стержнями

$$r_k = [1 + \alpha_T(\theta - \theta_0)] \frac{2l_k}{\Delta^2 \sigma_{\text{лат}}}. \quad (4-49)$$

В этой формуле

$$l_k = \frac{\pi D_R}{z_1}, \quad \text{а} \quad \Delta = 2 \sin \frac{\rho \pi}{z_2} \approx \frac{2\rho \pi}{z_2}.$$

В целом суммарное сопротивление одной клетки, приходящееся на паз ротора, составляет

$$r_z = r_c + r_k. \quad (4-50)$$

При двух клетках по формуле (4-50) рассчитывается сопротивление верхней  $r_n$  и нижней  $r_k$  клеток, а суммарное определяется по формуле

$$r_z = \frac{r_n}{1 + \alpha}. \quad (4-51)$$

где  $\alpha = r_n/r_k$ .

В двойных клетках с общими кольцами, которые редко применяются,  $\alpha$  определяется как отношение сопротивлений только стержней  $r_{c.н}/r_{c.в}$ , а полное сопротивление двойной клетки составляет  $r_{c.н}/(1 + \alpha) + r_k$ .

Сопротивление обмоток переменному току на рабочих и пусковых частотах будет рассмотрено ниже.

Сопротивления обмоток ротора, включаемые в схему замещения, приводятся к обмотке статора умножением на коэффициент приведения  $k_z$ , который составляет:

для фазной обмотки ротора

$$k_z = \frac{m_1}{m_2} \left( \frac{\omega_1 k_{\text{об1}}}{\omega_2 k_{\text{об2}}} \right)^2; \quad (4-52)$$

для короткозамкнутой обмотки ротора

$$k_z = \frac{4m_1 \omega_1^2 k_{\text{об1}}^2}{z_2^2 k_{\text{ск}}^2}.$$

Индуктивные сопротивления обмоток. Индуктивные сопротивления обмоток статора и ротора, входящие в схему замещения, кроме  $x_m$ , расчет которого приведен в первом параграфе этой главы, являются сопротивлениями рассеяния и определяются формулами вида

$$x_l = (2m_1 \mu_0 \omega_1 w_1^2 k_{об1}^2) \frac{l_{0l}}{z_l k_{об1}^2} \sum_k \frac{\lambda_{lk}}{k_{ск}^2} \quad (4-53)$$

Для сопротивления рассеяния статора или ротора  $l = 1$  или  $2$ ; в формуле (4-53) множитель в круглых скобках всегда содержит члены, относящиеся только к обмотке статора: магнитную проницаемость  $\mu_0$ , круговую частоту  $\omega_1$ , число фаз  $m_1$  и витков  $w_1$  обмотки статора, обмоточный коэффициент  $k_{об1}$ . Во второй сомножитель при  $\sum$  входит расчетная длина сердечника статора или ротора  $l_{0l}$ , число пазов  $z_l$  и обмоточный коэффициент обмотки статора или ротора; под знаком суммы имеем различные составляющие магнитной проводимости для потоков рассеяния  $\lambda_{lk}$ . Расчетная длина сердечника составляет

$$l_0 = l - 0.5n, b_r.$$

Величины в правой части равенства могут относиться как к статору, так и к ротору, в зависимости от того, какое индуктивное сопротивление мы вычисляем.

Магнитные проводимости для потоков рассеяния вычисляются в предположении, что сталь сердечника имеет бесконечно большую магнитную проницаемость: в рабочих режимах, а также и в пусковых для машин средней мощности насыщением путей потоков рассеяния чаще всего можно пренебречь. Расчет магнитных проводимостей для потоков рассеяния при отсутствии насыщения стали достаточно подробно изложен в литературе [32, 33]. Мы рассмотрим вопросы расчета поля и магнитных проводимостей ниже, при учете влияния насыщения.

Обычно в практике расчета потока рассеяния обмотки и обусловленного этим потоком индуктивного сопротивления различают три вида рассеяния: пазовое, лобовое и дифференциальное. К первому еще относят так называемое рассеяние в зазоре или рассеяние по головкам зубцов. Мы рассмотрим эти составляющие в отдельности.

Пазовое рассеяние обусловлено сцеплением с обмоткой магнитного потока, замыкающегося поперек пазов и не попадающего в зазор. Расчеты поля, проведенные различными способами, как аналитическими, так и численными [7, 32], показывают, что формулы для определения этой составляющей магнитной проводимости прямоугольного открытого паза, а также пазов другой формы (см. рис. 4-2) дают достаточно точный результат.

Пазовая составляющая проводимости рассеяния для обмотки статора определяется, в свою очередь, как сумма двух членов: собственной проводимости для двух слоев обмотки и их взаимной проводимости, зависящей от того, сколько пазов принадлежит одной фазе и сколько — двум соседним фазам. Поэтому для двухслойной обмотки статора или фазного ротора

$$\lambda_n = \lambda_{n1} k_y + \lambda_{n2},$$

а для однослойной

$$\lambda_n = \lambda_{n1} + \lambda_{n2}.$$

Зависимость  $k_y$  от сокращения шага показана на рис. 4-10.

Выражения для составляющих  $\lambda_{n1}$  и  $\lambda_{n2}$ , приведенные ниже, соответствуют обозначениям на рис. 4-2:

	$\lambda_{n1}$	$\lambda_{n2}$
Поз. 1 . . .	$\frac{H_1}{2b_n} + \frac{h_3 + h_4 + h_5}{b_n}$	$\frac{H_1}{6b_n} + \frac{h_3}{4b_n}$
Поз. 2, 6 . .	$\frac{H_1}{2b_n} + \frac{h_2}{b_n} + \frac{2h_4}{b_n + b_s} + \frac{h_5}{b_s}$	
Поз. 3 . . .	$\frac{h_2}{b + d} + 0.785 + \frac{h_5}{b_s}$	$\frac{h_1}{6(a + b)} + \frac{h_2}{6(b + d)}$
Поз. 4 . . .	$\frac{h_2}{b + d} + \frac{2h_4}{d + b_s} + \frac{h_5}{b_s}$	
Поз. 7 . . .	$\frac{H_1}{2b_n} + \frac{h_3}{b_s}$	$\frac{H_1}{6b_n} + \frac{h_3}{4b_n}$
Поз. 5 . . .	$\frac{h_2}{b + d_s} + \frac{h_5}{b_s} + 0.785$	$\frac{h_1}{6(b + d_s)} + \frac{h_2}{6(b + d_1)} + 0.05$

Проводимость пазового рассеяния  $\lambda_n$  единственной или верхней клетки обмотки короткозамкнутого ротора определяется следующими формулами:

$$\begin{aligned} \text{Поз. 11, 12, 13, 16, 17} & \quad 0.66 + \frac{h_3}{b_s} \\ \text{Поз. 8 и 14} & \quad 0.66 + \frac{h_3}{b_s} + \frac{2h}{3(d_1 + d_2)} \\ \text{Поз. 9} & \quad 0.66 + \frac{2h}{3(d_1 + d_2)} + \lambda'' \\ \text{Поз. 10} & \quad 0.66 + \frac{h}{3d} + \lambda'' \end{aligned}$$

В двух последних формулах  $\lambda''$  представляет собой проводимость мостика закрытого паза, которую нужно подставить в формулы проводимости полузакрытых пазов вместо проводимости шлица  $h_s/b_s$ , фигурирующей в предыдущих формулах (определение

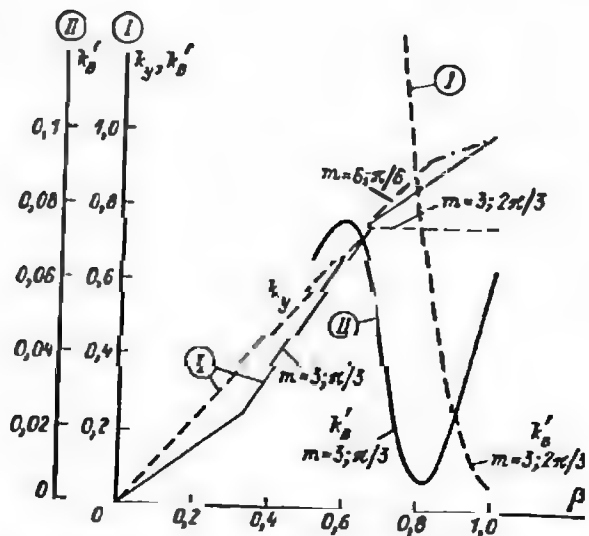


Рис. 4-10. К расчету магнитной проводимости пазового рассеяния

$\lambda''$  поясняется ниже, она зависит от напряженности магнитного поля. Так, например, для круглого закрытого паза формула для определения  $\lambda_n$  будет иметь вид

$$\lambda_n = 0,66 + \lambda''.$$

Проводимость пазового рассеяния нижней клетки двухклеточного ротора определяется следующими формулами (см. рис. 4-2):

$$\text{Поз. 12, 17} \quad \dots \dots \dots \frac{h_{nc}}{3b_{nc}} + \frac{h_0}{b_0} + \frac{h''_{x2}}{b_s}$$

$$\text{Поз. 13, 16} \quad \dots \dots \dots 0,66 + \frac{h_0}{b_0} + \frac{h''_{x2}}{b_s}$$

$$\text{Поз. 14, 15} \quad \dots \dots \dots 0,66 + \frac{h_0}{b_0} + \frac{2h_c}{3(d_1 + d_2)}$$

$$\text{Поз. 18, 19} \quad \dots \dots \dots \frac{2H}{3(b_{m1} + b_s)}$$

Второй составляющей проводимости рассеяния, аналогичной пазовому рассеянию, является рассеяние в зазоре, которое обычно в асинхронных машинах мало, так как малы сами зазоры. Эту составляющую проводимости можно оценить по формуле  $\lambda = 0,5 \delta / l$ , и ею обычно пренебрегают. Нельзя пренебречь, однако, этой составляющей рассеяния, если магнитное поле вокруг паза статора или ротора замыкается через зазор и проходит по зубцу противоположного сердечника (статора или ротора), не сцепляясь с его

обмоткой и, следовательно, не являясь потоком взаимной индукции. Так как поле рассеяния в этом случае замыкается в пределах зубцового деления, увеличивая уже и без того существующую гармонику порядка зубчатости, то его следует отнести к дифференциальному рассеянию.

Магнитная проводимость для таких полей прямо пропорциональна зубцовому делению  $l$  и обратно пропорциональна зазору  $\delta$ ; определить ее можно по формулам, выведенным еще Р. Рихтером [12] и уточненным А. И. Вольдеком [35] и Т. Г. Сорокером [36]. Однако в большинстве случаев можно обеспечить достаточную точность при использовании упрощенных формул, применяемых в заводских методиках расчета. Для машины с фазным ротором:

для обмотки статора и фазного ротора с полузакрытыми пазам (рассеяние по коронкам зубцов)

$$\lambda_{к1} = (l_1 - b_{s1} - b_{s1}) (0,6 + 0,4\beta_1) \frac{1}{16\delta}$$

$$\lambda_{к2} = (l_1 - b_{s1} - b_{s2}) \frac{1}{16\delta}$$

(в этом случае принимается  $\beta = 1$ );

для обмотки статора или фазного ротора с открытыми или полуоткрытыми пазам

$$\lambda_{к1} = \frac{l_1 k_{o01}^2 \left[ 1 + k'_{B1} \left( \frac{z_1}{10\rho} \right)^2 \right]}{12\delta k_c}$$

$$\lambda_{к2} = \frac{l_2 k_{o01}^2 \left[ 1 + k'_{B2} \left( \frac{z_2}{10\rho} \right)^2 \right]}{12\delta k_c}$$

Для машины с короткозамкнутым ротором

$$\lambda_{к1} = \frac{l_1 k_{o01}^2}{12\delta k_c}; \quad \lambda_{к2} = \frac{l_2 k_{o01}^2}{12\delta k_c}$$

Значения коэффициента  $k'_{B1}$ , применяемого в формулах для расчета  $\lambda_k$  в случае обмотки статора или ротора, приведены на рис. 4-10. При скошенных пазах проводимости  $\lambda_{к2}$  умножаются на коэффициент  $(1 + \beta_{сн}^2 / k_m)$ , где  $\beta_{сн}$  — скос пазов в долях  $l_s$ .

Третьей составляющей проводимости рассеяния является проводимость лобовых частей обмотки, определяемая по формуле:

для обмотки статора с укорочением шага  $\beta$

$$\lambda_s = k_s \frac{q}{l_0} (l_s - 0,64\tau\beta) k_y^2;$$

для однослойной обмотки или обмотки фазного ротора

$$\lambda_s = k_s \frac{q}{l_0} (l_s - 0.64\tau).$$

где  $l_s$  — длина лобовой части;  $\tau$  — полюсное деление;  $q$  — число пазов статора или ротора на полюс и фазу, а коэффициент  $k_s$  составляет для двухслойной статорной катушечной обмотки с укорочением шага и для обмотки фазного ротора 0,355, если фазная зона 60°, и 0,26, если фазная зона 120°; для однослойной двухплоскостной обмотки 0,67, для трехплоскостной обмотки 0,47.

Для короткозамыкающих колец короткозамкнутой клетки ротора эта составляющая магнитной проводимости определяется формулой

$$\lambda_s = \frac{2.32 D_R}{z_s l_0 \Delta^2} \lg \frac{4.7 D_R}{2(a_n + b_n)};$$

формулу  $\Delta$  см. на стр. 139.

Если короткозамыкающее кольцо имеет в сечении непрямоугольную форму, то вместо  $a_n + b_n$  в этой формуле берется полупериметр, а в случае плотного прилегания кольца к сердечнику или применения магнитного банджа при отставленном кольце знаменатель логарифмического выражения будет  $a_n + 2b_n$ .

Суммарная магнитная проводимость составляет

$$\Sigma \lambda_i = \lambda_n + \lambda_k + \lambda_s.$$

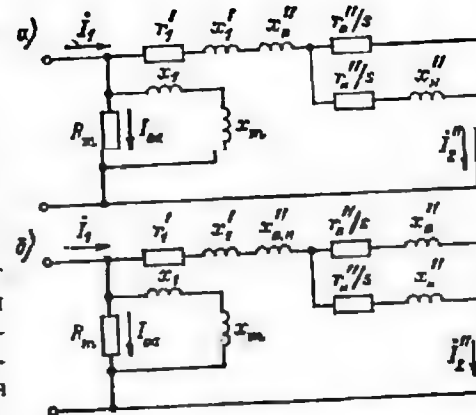
Индуктивные и активные сопротивления, рассчитанные по формулам (4-49) — (4-53), необходимо привести к одному из вариантов схемы замещения, описанному во второй главе, умножив эти сопротивления на соответствующие коэффициенты, которые указаны в формулах (2-40) — (2-49) применительно к различным вариантам схемы замещения. При этом индуктивные сопротивления рассеяния статорной обмотки всегда умножаются на  $c_1$ , а роторной — на  $c_1^2$ .

Некоторые тонкости возникают при расчете сопротивлений двухклеточного ротора, схема замещения цепей которого показана на рис. 4-11.

Здесь необходимо выделить три составляющие полного сопротивления ротора: собственное сопротивление верхней клетки, нижней клетки и взаимное сопротивление  $Z_{11}$ ,  $Z_{22}$  и  $Z_{12}$ . Параметры этой схемы замещения будут отличаться при различном расположении пазов верхней и нижней клеток, а также при общих и отдельных короткозамыкающих кольцах.

Двойные клетки роторов могут иметь так называемое нормальное и шахматное расположение пазов. В первом случае стержни верхней и нижней клеток лежат в одних и тех же пазах сложной формы друг под другом, а во втором — пазы верхней клетки, аналогичные пазам одноклеточного ротора, чередуются с пазами ниж-

Рис. 4-11. Схема замещения двухклеточного ротора



ней клетки, которые более заглублены, т. е. имеют глубокие и узкие верхние части. Собственные индуктивные сопротивления пазов верхней и нижней клеток рассчитывают так, как если бы эти клетки обтекались током независимо друг от друга, т. е. проводимости рассчитываются по приведенным выше формулам с учетом обозначений на рис. 4-9. Как легко убедиться, в формулах для расчета проводимости пазовой части клетки при нормальном расположении пазов не фигурируют размеры участка паза, занятого верхней клеткой, а в формулы для расчета проводимости верхней клетки эти размеры входят. Объясняется это тем обстоятельством, что весь поток, созданный нижней клеткой на участке, занятом верхней клеткой, как и весь поток рассеяния верхней клетки, является для обеих клеток потоком взаимной индукции и поэтому включается в общую для двух клеток цепь схемы замещения ротора. Таким образом, магнитная проводимость для индуктивного сопротивления общей ветви схемы, которым является, по существу, индуктивное сопротивление верхней клетки, составляет

$$\Sigma \lambda_{12} = \Sigma \lambda_{11} = \lambda_{11.н} + \lambda_{11.в} + \lambda_{12.в}.$$

Для нижней клетки суммарная магнитная проводимость, определяющая индуктивное сопротивление  $X_{12}$ ,

$$\Sigma \lambda_{12} = \lambda_{12.н} + \lambda_{12.в}.$$

Если у двух клеток общие короткозамыкающие кольца, то проводимость рассеяния колец учитывается только в расчете индуктивного сопротивления общей ветви схемы замещения на рис. 4-11.

При нормальном расположении пазов двух клеток в ветви, представляющей сопротивление верхней клетки, остается, по существу, только активное сопротивление.

Активное сопротивление в общей ветви схемы замещения является сопротивлением общих колец. Конструкция с общими кольцами редко выполняется на практике из-за недостаточной термической стойкости и при раздельных кольцах двух клеток это сопротивление принимается равным нулю.

Приведенное выше обоснование схемы замещения двойной клетки, строго говоря, не совсем точно. На самом деле, как можно



увидеть из более точных расчетов, взаимное индуктивное сопротивление двух клеток получается большим, нежели собственное сопротивление верхней клетки (это не противоречит закону электромагнитной индукции, так как речь идет только о части индуктивного сопротивления, а не о полном сопротивлении). Поэтому в верхней ветви схемы замещения должно было бы присутствовать некоторое отрицательное индуктивное сопротивление. Кроме того, взаимное активное сопротивление не равно нулю даже при отсутствии общих колец, так как ток в нижней клетке вызывает вихревые токи в верхней клетке и, следовательно, увеличение ее сопротивления собственному току. Однако этот эффект, как правило, невелик, так как верхняя клетка выполняется из материала повышенного сопротивления и имеет низкий коэффициент вытеснения и низкие добавочные потери как от собственного поля, так и от поля нижней клетки. Поэтому для расчета рабочих режимов принимается схема замещения, представленная на рис. 4-11, а, и ее модификация с сопротивлением ветви короткого замыкания в пределах ротора (рис. 4-11, б). В этой схеме при нормальном расположении пазов  $x_{в.н}$  определяется по  $\Sigma\lambda_{в.н}$ ,  $x_n$  — по сумме  $\Sigma\lambda_{н.н}$ , а индуктивное и активное сопротивления ветви главного тока Г-образной схемы замещения составляют

$$x_I = \frac{x_n}{(1 + \alpha)^2}; \quad r_I = \frac{r_n}{1 + \alpha},$$

где  $\alpha$  — отношение сопротивлений нижней клетки к верхней:  $\alpha = r_n/r_v$ .

Строго говоря, и здесь требовалось бы учесть коэффициенты вытеснения при определении отношений сопротивлений стержней, однако это требуется только при достаточно больших частотах и размерах стержней, что отмечалось еще Р. Рихтером [12], т. е. только в весьма крупных машинах, в режимах пуска и реверса.

При шахматном расположении пазов двух клеток взаимным индуктивным сопротивлением в схеме замещения является только сопротивление рассеяния в зазоре. При этом условно считается, что взаимное индуктивное сопротивление двух клеток обусловлено примерно половиной рассеяния в зазоре, т. е.  $x_{в.н}$  рассчитывается по формуле (4-53), в которую подставляется

$$\Sigma\lambda_{в.н} = 0,5\lambda_{в2},$$

а  $x_n$  и  $x_n$  в схемах замещения на рис. 4-11 рассчитываются по формуле (4-53), и при этом в нее подставляется

$$\Sigma\lambda_v = \lambda_{п.в} + 0,5\lambda_{в2} + \lambda_{з.н} \quad \text{и} \quad \Sigma\lambda_n = \lambda_{п.н} + 0,5\lambda_{в2} + \lambda_{з.н}.$$

Если короткозамыкающие кольца общие, то их проводимость рассеяния включается в сумму проводимостей для  $x_{в.н}$  и исключается из суммы проводимостей для индуктивных сопротивлений

рассеяния верхнего и нижнего стержней, как это имеет место и для активных сопротивлений.

Несколько замечаний о точности расчета параметров. Формулы для расчета индуктивных сопротивлений, приведенные выше, получены на основе упрощенных представлений о характере магнитного поля в активной зоне машины и, естественно, обладают ограниченной точностью. В литературе встречаются более сложные формулы, полученные на основе уточненных методов расчета электромагнитного поля [32, 36]. Совершенно очевидно, что добиться полного совпадения результатов расчета и опыта по конкретной машине или по серии однотипных машин невозможно даже при абсолютной строгости и точности методов расчета параметров схемы замещения, вследствие того, что сами размеры и свойства материалов, фигурирующие в расчетных формулах, известны нам с ограниченной допусками точностью. Поэтому расчетные методики должны давать совпадение результата с опытом с известной достоверностью. Применение уточненных формул расчета, базирующихся, например, на аналитических методах расчета поля, не учитывающих насыщение стали, зачастую бесполезно, так как реально на опыте мы имеем дело с более или менее насыщенной магнитной цепью. В процессе опыта изменяется температура, подведенное напряжение и частота, что также ограничивает точность экспериментальной проверки.

Поэтому все уточнения методов расчета, приведенные в настоящей книге и в других работах авторов, преследуют цель оценить не только значение параметра, но главным образом тенденцию его изменения при изменении режима: последнее гораздо важнее, так как дает возможность исследовать ряд явлений, развивающихся в машине при переходных процессах, с точки зрения их опасности для прочности и надежности.

#### 4-5. Влияние насыщения стали на параметры схемы замещения

Выше мы уже упоминали о влиянии насыщения на магнитную проводимость воздушного зазора, выражающемся в возрастании тока холостого хода при увеличении напряжения, а также на магнитную проводимость для полей рассеяния, выражающемся в росте тока короткого замыкания, непропорциональном питающему напряжению.

В настоящее время уже достаточно хорошо разработаны и широко применяются численные методы расчета плоского магнитного поля в поперечном сечении магнитной цепи машины, а также пространственного поля в ее торцевых зонах [6, 7]. Общий характер распределения поля в поперечном сечении магнитной цепи асинхронного двигателя показан на рис. 4-6. В режиме холостого хода (см. рис. 4-6, а) магнитный поток глубоко проникает в тело ротора,

намагничивая зубцы статора и ротора в основном в продольном направлении. В режиме короткого замыкания весь магнитный поток, сцепленный с обмоткой статора, т. е. замыкающийся по ярму статора, затем проходит в направлении поперек зубцов статора и ротора, практически не попадая в ярмо ротора. Естественно, что при том же токе в обмотке статора магнитное сопротивление для потока при коротком замыкании гораздо выше и путь магнитной силовой линии по воздуху гораздо длиннее, чем при холостом ходе.

Для того чтобы правильно оценить влияние насыщения на проводимость для магнитного потока рассеяния в зубцовой зоне, рассмотрим картину поля в пазу в тот момент, когда это поле рассеяния достигает максимума, т. е. когда ток в пазу достигает максимума. На каждом полюсном делении в каждый момент времени имеется один такой паз. Его можно считать намагниченным чисто поперечным полем в силу характера самого намагничивания, и если магнитная проницаемость зубцов достаточно велика, то поперечная составляющая индукции в пазу при равномерном распределении плотности тока по сечению обмотки будет линейно расти от основания к вершине зубца. Картина распределения индукции по высоте паза показана на рис. 4-12. В пределах высоты проводника эюра поперечной составляющей напряженности поля  $H$  и поперечной индукции  $B_x = \mu_0 H_x$  является прямой, уравнение которой

$$B_{x1} = \mu_0 \frac{I \sqrt{2}}{b_n} \frac{y}{h_1},$$

где  $h_1$  — высота паза, занятая проводником;  $b_n$  — ширина паза;

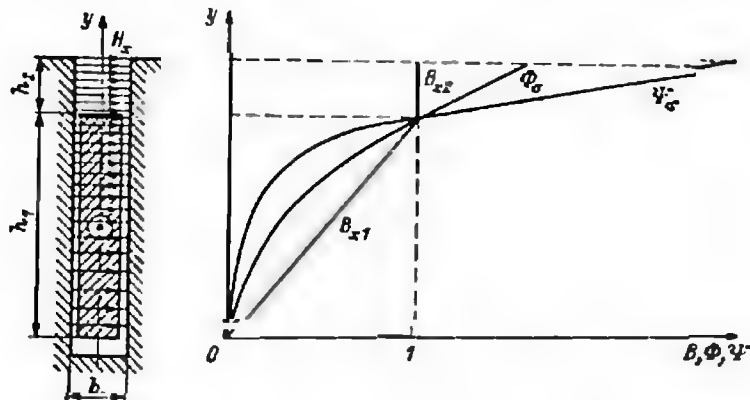


Рис. 4-12. Поле рассеяния прямоугольного паза. Эюры индукции, потока и потокоцеплений по высоте паза

$I$  — действующее значение тока в пазу. В промежутке от  $y = h_1$  до  $y = h_1 + h_2$  уравнение индукции

$$B_{x2} = \mu_0 \frac{I \sqrt{2}}{b_n} = \text{const.}$$

Поток рассеяния представляет собой интеграл от индукции, и уравнения для него на участках  $0-h_1$  и  $h_1-h_2$  будут следующими:

$$\Phi_1 = \frac{\mu_0 I \sqrt{2}}{b_n} \frac{y^2}{2h_1}; \quad \Phi_2 = \frac{\mu_0 I \sqrt{2}}{b_n} \frac{2y - h_1}{2}.$$

Наконец, потокоцепление представляет собой двойной интеграл от индукции (при равномерном распределении плотности тока или числа витков по высоте паза) и уравнения для него на тех же участках будут:

$$\Psi_1 = \frac{\mu_0 I \sqrt{2}}{b_n} \frac{y^3}{3h_1^2}; \quad \Psi_2 = \frac{\mu_0 I \sqrt{2}}{b_n} \frac{3y - 2h_1}{3}.$$

Из построенных на рис. 4-12 эюр индукции, потока и потокоцепления в относительных единицах видно, что основная часть потокоцепления и, следовательно, индуктивного сопротивления рассеяния паза обусловлена индукцией в верхней части паза. Ослабление индукции в верхней части паза при насыщении зубцов полями рассеяния в первую очередь сказывается на магнитной проводимости для индуктивного сопротивления. Поэтому естественно считать основным аргументом, влияющим на магнитную проводимость пазового и дифференциального рассеяния, напряженность поля у открытия паза, иными словами — линейную нагрузку, а еще точнее — ее амплитуду.

Проведенные численные расчеты поля для пазов различной формы при равномерном распределении плотности тока по сечению проводника [7] показали, что для прямоугольных открытых пазов зависимость магнитной проводимости пазовой части от амплитуды линейной нагрузки  $A$  в амперах на метр (на переменном токе — действующее значение, умноженное на  $\sqrt{2}$ ) имеет следующий вид:

$$\lambda_{n,n} = \lambda_n \left\{ \frac{b_n}{t} + \frac{t - b_n}{t} \exp [-(kA)^m] \right\}. \quad (4-54)$$

Здесь  $k = 0,55 \cdot 10^{-6}$ ,  $m = 1,6$  ( $0,625 + b_n/t$ );  $h_n$  — высота паза;  $b_n$  — ширина паза;  $t$  — пазовое деление.

Такая же зависимость будет иметь место и для пазов другой формы, например для круглых полуоткрытых пазов [7]. Как оказалось, зависимость магнитной проводимости для индуктивного сопротивления можно аппроксимировать для круглого паза при

пазовом делении  $l$ , диаметре паза  $d_c$  и ширине шлица  $b_s$  следующими выражениями:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{\text{н.н}} &= \lambda_{\text{н}} \left\{ 0,8 - 1,2 \frac{d_c}{l} + \left( 0,2 + 1,2 \frac{d_c}{l} \right) \times \right. \\ &\times \exp \left[ - (0,67 \cdot 10^{-6} A)^{0,8} \right]; \\ \lambda_{\text{з.н}} &= \lambda_{\text{з}} \left[ \frac{b_s}{l} + \frac{l - b_s}{l} \exp \left( - 3,28 \cdot 10^{-6} A \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (4-55)$$

Так как уже при равномерном распределении плотности тока по сечению проводника его индуктивное сопротивление определяется в основном потокосцеплением верхней части паза, то, по-видимому, аналогичный характер будет иметь зависимость магнитной проводимости от линейной нагрузки и при вытеснении тока в верхнюю часть проводника, так как это мало сказывается на распределении индукции и потокосцеплений в верхней части паза.

Насыщение, как показывают численные расчеты поля и использование аппроксимирующих формул, существенно сказывается на параметрах схем замещения только в переходных процессах при относительно высоких переходных токах, т. е. при пусках, реверсах, включении резервного питания при относительно большом рассогласовании фаз и т. п.

В закрытых пазах обычно проводимость самого паза принимается такой же, как будто паз полуоткрытый или открытый, а магнитная проводимость сплошного мостика принимается равной

$$\lambda'' = 0,24 + 0,98 \cdot 10^6 \frac{h_s}{A l}, \quad (4-56)$$

и это значение подставляется в формулы вместо проводимости шлица  $h_s/b_s$ . В формуле (4-56) действующее значение линейной нагрузки  $A$  определяется по реальному току стержня:

$$A = \frac{I_b}{l_2}; \quad I_b = \frac{\omega I_2'}{z_2}.$$

При расчете линейной нагрузки, по которой определяется поправка к проводимости рассеяния паза статора при насыщении, берется полный ток статора, включая ток намагничивающей ветви, а при расчете поставки к проводимости пазового рассеяния ротора — только ток ротора  $I_2'$ . Так как магнитный поток в спинке сердечника статора в режиме короткого замыкания при том же напряжении на зажимах машины несколько выше, чем при холостом ходе, то может возникнуть необходимость в дополнительном учете насыщения, вызванного этим дополнительным намагничиванием. Как правило, дополнительное насыщение спинки сердечника крайне мало и в известной степени компенсируется сниже-

нием насыщения зубцов сердечника статора, так что в большинстве случаев это можно не учитывать.

Магнитные проводимости для высших гармонических поля в зазоре также изменяются под влиянием насыщения, что особенно заметно в машинах с относительно малыми зазорами. Физическая природа этого явления заключается в том, что насыщающиеся верхние части зубцов как бы увеличивают магнитное сопротивление на пути силовых линий рассеяния в зазоре.

Расчетная гипотеза, положенная Х. Норманом [37] в основу вывода формул, состояла в том, что суммарная НС пары пазов статора и ротора обеспечивает прохождение через два зазора магнитного потока гармоники порядка зубчатости, а вызванная этим потоком дополнительная индукция насыщает головки зубцов. Удовлетворительное совпадение разработанной полупырически методики с опытом и отсутствие более совершенных расчетных формул привело к использованию этого метода до последнего времени. Согласно методике Нормана «насыщенное» значение проводимости составляет

$$\lambda_{\text{н.н}} = \lambda_{\text{н}} \{ 0,2 + 0,8 \exp [ - (0,19 B)^{1,3} ] \}, \quad (4-57)$$

где  $B$  — индукция, обусловленная средней совместной линейной нагрузкой статора и ротора в зазоре:

$$B = \mu_0 \frac{0,5 (k_1 A_1 l_1 + k_{001} A_1 l_1) \sqrt{2}}{2\delta [0,64 + 2,5 \sqrt{\delta(l_1 + l_2)}]} = 0,5 (k_1 A_1 + k_2 A_2). \quad (4-58)$$

Здесь  $A_1$  и  $A_2$  — линейные нагрузки статора и ротора ( $\sqrt{2}$  указывает на то, что взяты амплитуды);  $\delta$  — зазор;  $l_1$  и  $l_2$  — шаг по пазам статора и ротора. Так как поток рассеяния по головкам зубцов является общим для статора и ротора, то  $\lambda_{\text{н.1}}$  и  $\lambda_{\text{н.2}}$  умножаются на один и тот же коэффициент, меньший 1. Следовательно, формула (4-57), как и предыдущие формулы, может быть записана в виде

$$\lambda_{\text{н.н}} = \lambda_{\text{н}} \left\{ 0,2 + 0,8 \exp \left[ - \left( \frac{k_1 A_1 + k_2 A_2}{10,5} \right)^{1,3} \right] \right\} \quad (4-59)$$

Проводимости рассеяния лобовых частей обмотки от насыщения стали сердечников не зависят.

Так как приведенные выше формулы содержат члены, зависящие, в свою очередь, от токов статора и ротора, то при расчете характеристик с учетом насыщения появляется необходимость в последовательных приближениях. Формулы, записанные в виде, приведенном выше, вследствие дифференцируемости облегчают итерационные процессы типа метода Ньютона.

Как уже отмечалось во второй главе, удобно рассматривать магнитную цепь статора в ее зубцовом слое как магнитно-анизотропную среду, обладающую различными магнитными проницае-

мостями по осям  $x$  и  $y$ . Если принимать постоянными магнитные проницаемости стали, то для  $\mu_x$  и  $\mu_y$  при статическом магнитном поле (токи в зубцах сердечников не протекают) можно получить следующие формулы:

$$\mu_x = \frac{1}{\frac{b_n}{l} \frac{1}{\mu_0} + \frac{b_z}{l} \frac{1}{\mu_{Fe}}};$$

$$\mu_y = \mu_{Fe} \frac{b_z}{l} + \mu_0 \frac{b_n}{l}.$$

Используя понятие эквивалентной магнитной проницаемости  $\mu_x$  при расчете магнитной проводимости прямоугольного паза, можно сразу же записать ( $\mu_{Fe} = \infty$ ,  $\mu_x = \mu_0 l / b_n$ ):

$$\mu_x \lambda_n = \mu_x \frac{b_n}{l} \lambda_n = \mu_x \lambda_n^*;$$

$$\lambda_n^* = \frac{h_1}{3l} + \frac{h_2}{l} \quad (4-60)$$

и тем самым учесть влияние конечной магнитной проницаемости  $\mu_{Fe}$  на магнитную проводимость  $\lambda_n$ . Для паза непрямоугольной формы, естественно, можно записать выражение для магнитной проводимости, как частное от деления потокоцеплений  $\Psi$  на ток:

$$\lambda_n = \frac{\Psi}{I} = \frac{1}{l} \left[ \int_0^h \mu_x(y) H(y) \omega(y) dy + \int_{h_1}^h \mu_x(y) H(y) dy \right],$$

где  $\omega(y)$  — доля числа витков, лежащих ниже некоторого  $y$ , при непрямоугольном пазе непропорциональная  $y/h_1$ ;  $\mu_x(y)$  — магнитная проницаемость  $\mu_x$  на высоте  $y$  от нижнего проводника.

Аналогично можно условиться, что при насыщении  $\mu_x$  зависит от линейной нагрузки, и эта зависимость в большинстве случаев может быть представлена формулой типа

$$\mu_x = a + b \exp[-f(A)].$$

Для каждой машины эта зависимость может быть пересчитана в зависимость от тока статора в долях номинального тока:

$$\mu_x = c + d \exp[-\varphi(I/I_n)].$$

#### 4-6. Влияние вытеснения тока в проводящих контурах

Под воздействием магнитных полей рассеяния в проводниках обмотки наводятся ЭДС, вызывающие токи, замыкающиеся внутри самих проводников, так называемые вихревые токи. При этом распределение плотности тока нагрузки по сечению провод-

ника изменяется: оно становится неравномерным. Это явление получило название вытеснения тока и может быть как полезным, так и вредным. В обмотке статора вытеснение тока имеет место во всех режимах, так как частота тока не меняется и вызывает добавочные потери. В обмотке ротора даже при значительных размерах проводников оно сказывается главным образом в пусковом режиме, так как в рабочих режимах частота тока невелика.

Рассмотрим прямоугольный паз, в котором расположен сплошной проводник высотой  $h$  (рис. 4-13, а), целиком заполняющий паз по ширине. При достаточно большой магнитной проницаемости стали сердечника можно считать, что напряженность магнитного поля практически имеет только составляющую, перпендикулярную оси паза,  $H_y$ . Если проводник не занимает всей ширины паза из-за наличия изоляции, то можно заменить его проводником, равным по ширине пазу, но имеющим удельную электрическую проводимость  $\sigma^* = \sigma b / b_n$ , где  $\sigma$  — реальная удельная проводимость металла,  $b$  — ширина проводника,  $b_n$  — ширина паза. Используя уравнения Максвелла

$$J = \text{rot } \dot{H}; \quad \text{rot } \dot{E} = -\frac{\partial \dot{B}}{\partial t}$$

при синусоидальном изменении поля и тока во времени:  $\dot{H} = \dot{H}_m e^{j\omega t}$ ,  $\dot{J} = \dot{J}_m e^{j\omega t}$ , после подстановки  $\dot{E} = \dot{J} / \sigma = \text{rot } \dot{H} / \sigma$  приходим к параболическому уравнению относительно  $H$ :

$$\text{rot} \left( \frac{1}{\sigma} \text{rot } \dot{H} \right) = -\mu \frac{\partial \dot{H}}{\partial t} = -j\omega \mu \dot{H}.$$

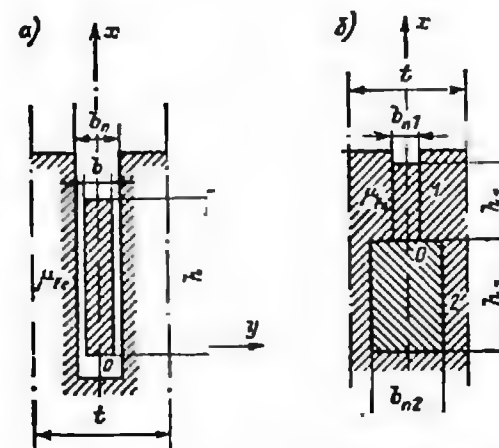


Рис. 4-13. К расчету вытеснения тока в прямоугольном ступенчатом пазу

Если ЭДС  $E$  и плотность тока  $J$  имеют только составляющую, направленную по оси  $z$  ( $E = E_z$ ,  $J = J_z$ ), то

$$\operatorname{rot}_z H = \frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x} = J_z = \frac{E_z}{\sigma};$$

$$\operatorname{rot}_y E = \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\sigma} \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) - \mu \frac{\partial H_y}{\partial t}.$$

На границе паза и зубца  $H_x = 0$ ; в силу симметрии  $H_x = 0$  и на оси паза логично допустить, что и везде  $H_x = 0$ . Тогда для единственной составляющей  $H_y$  справедливо уравнение

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\sigma} \frac{\partial H_{ym}}{\partial x} \right) = \frac{\partial B}{\partial t} = j\omega\mu H_m,$$

из которого при  $\sigma = \operatorname{const}$  получаем

$$\frac{\partial^2 H_{ym}}{\partial x^2} - j\omega\mu\sigma H_{ym} = 0. \quad (4-61)$$

Для всех проводников, изготовленных не из ферромагнетика, можно считать, что  $\mu = \mu_0$ . Общее решение этого уравнения

$$H = A \operatorname{sh} kx + B \operatorname{ch} kx,$$

где

$$k^2 = j\omega\mu\sigma; \quad k = (1+j)(0.5\omega\mu\sigma)^{0.5} = (1+j)\alpha.$$

На нижней границе стержня ( $x = 0$ )  $H_y = 0$ , на верхней ( $x = h$ )  $H_{ym} = j\sqrt{2}/b_n = H_0$ . Тогда в пределах проводника

$$H_{ym}(x) = H_0 \frac{\operatorname{sh} kx}{\operatorname{ch} kh}; \quad J_{zm} = kH_0 \frac{\operatorname{ch} kx}{\operatorname{sh} kh}. \quad (4-62)$$

Выше проводника  $H_{ym} = H_0$  и  $J_{zm} = 0$ .

Преобразуя гиперболические функции комплексного аргумента по известным правилам [7], получим выражения для модулей напряженности поля и плотности тока:

$$H_y(x) = H_0 \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2\alpha x - \cos 2\alpha x}{\operatorname{ch} 2\alpha h - \cos 2\alpha h}}; \quad (4-63)$$

$$J_z(x) = \sqrt{2} \alpha H_0 \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2\alpha x + \cos 2\alpha x}{\operatorname{ch} 2\alpha h - \cos 2\alpha h}}.$$

Интеграл вектора Пойнтинга по верхней границе паза составит

$$S|_{x=h} = b_n \left( \frac{\dot{E}_z \hat{H}_y}{2} \right) = -\frac{b_n H_0^2 k \operatorname{ch} kh}{2\alpha \operatorname{sh} kh} - \frac{j^2 k \operatorname{ch} kh}{\sigma b_n \operatorname{sh} kh} = j^2 Z.$$

Тогда

$$Z = r + jx = \frac{(1+j)\alpha}{b_n \sigma} \frac{\operatorname{ch} kh}{\operatorname{sh} kh} = R_0 \alpha h (\varphi + j\zeta) \quad (4-64)$$

где  $R_0$  — сопротивление продольному току;

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= \frac{1}{\sigma b_n h}; \\ \varphi &= \frac{\operatorname{sh} 2\alpha h + \sin 2\alpha h}{\operatorname{ch} 2\alpha h - \cos 2\alpha h}; \\ \zeta &= \frac{\operatorname{sh} 2\alpha h - \sin 2\alpha h}{\operatorname{ch} 2\alpha h - \cos 2\alpha h}; \\ r &= R_0 \alpha h \varphi; \quad x = R_0 \alpha h \zeta. \end{aligned} \right\} \quad (4-64a)$$

Потери в единице объема проводника на высоте  $x$  от дна паза составят

$$p(x) = \frac{b_n J^2}{2\sigma} = \frac{b_n H_0^2 \alpha^2}{\sigma} \frac{\operatorname{ch} 2\alpha x + \cos 2\alpha x}{\operatorname{ch} 2\alpha h - \cos 2\alpha h}, \quad (4-65)$$

а полные потери в пазу

$$\begin{aligned} P &= \operatorname{Re} \left( \frac{\dot{E} \hat{H}}{2} \right)_{x=h} = \operatorname{Re} \left( \frac{b_n J \hat{H}}{2\sigma} \right)_{x=h} = \\ &= \operatorname{Re} \left[ \frac{H_0^2 \alpha}{2\sigma} \left( \frac{\operatorname{sh} 2\alpha h + \sin 2\alpha h}{\operatorname{ch} 2\alpha h - \cos 2\alpha h} + j \frac{\operatorname{sh} 2\alpha h - \sin 2\alpha h}{\operatorname{ch} 2\alpha h - \cos 2\alpha h} \right) \right]. \end{aligned} \quad (4-66)$$

Средние потери на единицу высоты паза составляют

$$p_{cp} = \frac{P}{h} = \frac{b_n H_0^2 \alpha}{2h\sigma} \frac{\operatorname{sh} 2\alpha h + \sin 2\alpha h}{\operatorname{ch} 2\alpha h - \cos 2\alpha h}. \quad (4-67)$$

Отношение местных потерь на высоте  $x$  к средним будет

$$\frac{p(x)}{p_{cp}} = 2\alpha h \frac{\operatorname{ch} 2\alpha x + \cos 2\alpha x}{\operatorname{sh} 2\alpha h + \sin 2\alpha h}. \quad (4-68)$$

Отношение потерь в проводнике на переменном токе к потерям на постоянном токе — так называемый коэффициент Фильда (коэффициент вытеснения)

$$k_f = \frac{P}{I^2} \sigma h b_n = \alpha h \frac{\operatorname{sh} 2\alpha h + \sin 2\alpha h}{\operatorname{ch} 2\alpha h - \cos 2\alpha h}. \quad (4-69)$$

Коэффициент снижения индуктивного сопротивления части паза, занятой проводником, составляет

$$k_x = \operatorname{Im} \left( \frac{b_n \dot{E} \hat{H}}{2} \right)_{x=h} \frac{3b_n}{I^2 \omega \mu_0 h}.$$



С учетом того, что  $\omega\mu_0 = \frac{2\alpha^2}{\sigma}$  и  $1 - \frac{H_0\delta_n}{\sqrt{2}}$ , можно записать:

$$k_x = \frac{3}{2\alpha h} \frac{\operatorname{sh} 2\alpha h - \sin 2\alpha h}{\operatorname{ch} 2\alpha h - \cos 2\alpha h}. \quad (4-70)$$

При большом аргументе  $\alpha h \gg 1$  гиперболические функции намного превосходят тригонометрические и  $\varphi + j\zeta \approx 1 + j$ . При малом аргументе  $\alpha h \ll 1$   $\varphi \approx 1/(\alpha h)$ ,  $\zeta \approx 1/3 \alpha h$ , и мы получим значения активного и индуктивного сопротивлений без учета вытеснения:  $\operatorname{Re} Z = R_0 = (\sigma b_n h)^{-1}$ ,  $x = \operatorname{Im} Z = \omega\mu_0 h / (3b_n)$ . Обычно уже при  $\alpha h > 1,6$  можно принимать, что  $k_r = \alpha h$ , а  $k_x = \frac{3}{2\alpha h}$ .

При частоте 50 Гц для меди  $\alpha = 100 \text{ м}^{-1}$  и значение  $\alpha h$  примерно равно высоте медного проводника в сантиметрах и 0,78 высоты алюминиевого проводника в сантиметрах. Следовательно, упрощенные формулы справедливы при высоте медного проводника более 16 мм и алюминиевого — более 20 мм.

При этом активное и индуктивное сопротивления стержня оказываются равными друг другу:

$$r = x = R_0 \alpha h = 3X_0 \frac{1}{2\alpha h} = \frac{1}{b_n} \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}}, \quad (4-71)$$

где  $R_0$  и  $X_0$  — активное и индуктивное сопротивление при отсутствии вытеснения тока. Тогда  $X_0/R_0 = 1/2 \alpha^2 h^2 = 1/3 k_r^2 = 1/3 k_x^2$ , и предельное значение коэффициентов вытеснения оказывается зависящим только от соотношений активного и индуктивного сопротивлений паза при отсутствии вытеснения тока, так же, как и предельные значения самих активных и индуктивных сопротивлений:

$$\left. \begin{aligned} k_r &= [3X_0/(2R_0)]^{0,5}; \quad k_x = [3R_0/(2X_0)]^{0,5}; \\ k_r R_0 &= k_x X_0 = (3X_0 R_0/2)^{0,5} = \frac{1}{b_n} \sqrt{\frac{\mu_0 \omega}{2\sigma}} \end{aligned} \right\} \quad (4-72)$$

Из выражения (4-64) следует, что  $Z = R_0 k_r + jX_0 k_x$ , однако нужно помнить, что вытеснение тока, как и насыщение, имеет место только для части проводника, лежащей в сердечнике. Поэтому на  $k_x$  нужно умножить только часть  $X_0$ , соответствующую пазовой части магнитной проводимости и расчетной длине сердечника (без лобовых частей); то же самое можно сказать и о  $k_r$ . При подстановке значений параметров в схему замещения используются значения  $k_r$  и  $k_x$ , а именно

$$k_r^* = k_r \frac{l_1 - 0,5n_r b_r}{0,5l_a}; \quad k_x^* = k_x \frac{\lambda_{n1}}{\Sigma \lambda},$$

где  $\lambda_{n1}$  — проводимость рассеяния для части паза, занятой проводником;  $0,5l_a$  — длина полувытката.

Полезно отметить здесь еще одно обстоятельство. Если рассматривать не внутренность паза, а все пазовое деление как электрически и магнитно однородную, но анизотропную среду с эквивалентной магнитной проницаемостью  $\mu_s = \mu_0 l/b_n$  и удельной проводимостью  $\sigma_s = \sigma l/b_n$ , так что коэффициенты  $\alpha$  и  $k$  остаются неизменными, а  $H_0 = I\sqrt{2}/l$ , то в формулы для определения потерь следует подставлять вместо  $l\sqrt{2}/(\sigma b_n)$  величину  $l/b_n$ . При этом потери сохраняют прежнее значение, так же как и индукция:

$$B_x = \mu_0 \dot{H}_0 = \mu_s \dot{H}_0 = \mu_s I \sqrt{2}/l;$$

иными словами, замена паза эквивалентной магнитно-анизотропной средой не меняет результатов расчета активных и индуктивных сопротивлений.

Проводники в пазах роторов асинхронных машин часто имеют прямоугольную форму. Наиболее распространенными формами являются клиновидная, обратная клиновидная и различные виды бутылочного профиля, показанные на рис. 4-2. Обычно эту форму можно аппроксимировать с достаточной точностью несколькими прямоугольными участками.

Если заменить паз прямоугольной формы зубцовым делением, эквивалентная магнитная проницаемость которого и эквивалентная электрическая проводимость изменяются в зависимости от координаты  $x$ , то уравнение (4-61), получаемое из общих уравнений Максвелла, в этом случае будет иметь вид

$$\frac{\partial^2 \dot{H}}{\partial x^2} + \sigma_s \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\sigma_s} \right) \frac{\partial \dot{H}}{\partial x} - j\omega\mu_s \sigma_s \dot{H} = 0. \quad (4-73)$$

Если разбить паз по высоте на ряд участков с параллельными стенками, то в пределах участка  $\mu_s$  и  $\sigma_s$  неизменны и, следовательно, второй член левой части уравнения (4-73) будет равен нулю. Тогда уравнение (4-73) преобразуется к виду (4-61), а на границах участков будут выполняться следующие граничные условия

$$\dot{H}_1 = \dot{H}_2; \quad \frac{1}{\sigma_{s1}} \frac{\partial \dot{H}_1}{\partial x} = \frac{1}{\sigma_{s2}} \frac{\partial \dot{H}_2}{\partial x}.$$

При двух участках по высоте паза, что соответствует, например, пазам на рис. 4-2 (поз. 17, «нижняя» клетка или приближенно поз. 14, если формы пазов верхней и нижней клеток, отлитых заодно из алюминиевого сплава, аппроксимировать прямоугольниками), получим расчетную схему, показанную на рис. 4-13, б.

Рассмотрим вначале некоторые почти очевидные случаи. Пусть паз ступенчатой или другой, сужающейся к открытию формы сечением  $q_0$  заполнен однородным материалом и верхняя его часть может быть аппроксимирована прямоугольным участком высотой  $h_1$

и шириной  $h_1$ . Если частота тока такова, что для этого участка  $\alpha_1 h_1 > 1,6$ , то практически весь ток сосредоточен в нем на высоте  $\Delta = 1/\alpha$ . Коэффициент вытеснения  $k$ , для прямоугольного паза, равный  $\alpha h$ , фактически представляет собой отношение сопротивлений участка паза высотой  $1/\alpha$  и всего паза высотой  $h$ . Для паза произвольной формы с прямоугольным верхним участком коэффициент вытеснения также составит отношение сопротивления участка шириной  $b_1$  и высотой  $1/\alpha$ , равного  $\alpha/b_1 \sigma$ , к сопротивлению всего паза, равному  $R_0 = \frac{1}{\sigma a}$ :

$$k = \alpha a / b_1 = \alpha h_1. \quad (4-74)$$

Аналогично коэффициент вытеснения для индуктивного сопротивления будет в этом случае отношением

$$k_x = \frac{a}{\sigma_1 b_1} \frac{1}{\lambda_n}. \quad (4-75)$$

Следовательно, чем шире нижняя часть паза, тем больший максимальный коэффициент вытеснения может быть достигнут при максимальной рабочей частоте.

Если рассмотреть теперь расчетную схему рис. 4-13, б, заменив паз ступенчатой формы прямоугольным с различной эквивалентной удельной проводимостью на каждом участке  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , то уравнение для напряженности поля будет иметь следующие решения:

$$\dot{H}_1 = C_1 \operatorname{sh} k_1 x + D_1 \operatorname{ch} k_1 x;$$

$$\dot{H}_2 = C_2 \operatorname{sh} k_2 x + D_2 \operatorname{ch} k_2 x.$$

На нижней границе паза  $x = -h_2$ ,  $\dot{H}_2 = 0$  и, следовательно,  $C_2 = D_2 \operatorname{cth} k_2 h_2$ . Тогда

$$\dot{H}_2 = D_2 \frac{\operatorname{sh} k_2 (x + h_2)}{\operatorname{sh} k_2 h_2}.$$

На нижней границе верхнего проводника  $x = 0$ ,  $\dot{H}_1 = \dot{H}_2$  и, следовательно,  $D_1 = D_2$ . На этой же границе должно соблюдаться условие  $\dot{E}_1 = \dot{E}_2$  или, иначе,  $j_1/\sigma_1 = j_2/\sigma_2$ , что дает  $C_1 = D_2 \sigma_1 k_2 \operatorname{cth} k_2 h_2 / (k_1 \sigma_2)$ .

Тогда выражение для  $H_1$  приобретает следующий вид:

$$\dot{H}_1 = D_2 \left( \frac{k_2 \sigma_1}{k_1 \sigma_2} \operatorname{cth} k_2 h_2 \operatorname{sh} k_1 x + \operatorname{ch} k_1 x \right).$$

На верхней границе верхнего проводника  $H = I \sqrt{2}/l$  и, следовательно,

$$D_1 = D_2 = \frac{j \sqrt{2}}{l} \left[ \frac{\sigma_1}{k_1} \operatorname{sh} k_1 h_1 \left( \frac{\operatorname{ch} k_2 h_2}{\operatorname{sh} k_2 h_2} \frac{k_2}{\sigma_2} + \frac{\operatorname{ch} k_1 h_1}{\operatorname{sh} k_1 h_1} \frac{k_1}{\sigma_1} \right) \right]^{-1}.$$

Тогда

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_1 &= \frac{j \sqrt{2}}{l} \frac{\frac{\operatorname{sh} k_1 x}{\operatorname{sh} k_1 h_1} \frac{\operatorname{ch} k_2 h_2}{\operatorname{sh} k_2 h_2} \frac{k_2}{\sigma_2} + \frac{k_1}{\sigma_1} \frac{\operatorname{ch} k_1 x}{\operatorname{sh} k_1 h_1}}{\frac{k_2 \operatorname{ch} k_2 h_2}{\sigma_2 \operatorname{sh} k_2 h_2} + \frac{k_1 \operatorname{ch} k_1 h_1}{\sigma_1 \operatorname{sh} k_1 h_1}}; \\ j_1 &= \frac{j \sqrt{2}}{l} \frac{k_1 \frac{\operatorname{ch} k_1 x}{\operatorname{sh} k_1 h_1} \frac{\operatorname{ch} k_2 h_2}{\operatorname{sh} k_2 h_2} \frac{k_2}{\sigma_2} + \frac{k_1^2}{\sigma_1} \frac{\operatorname{sh} k_1 x}{\operatorname{sh} k_1 h_1}}{\frac{k_2 \operatorname{ch} k_2 h_2}{\sigma_2 \operatorname{sh} k_2 h_2} + \frac{k_1}{\sigma_1} \frac{\operatorname{ch} k_1 h_1}{\operatorname{sh} k_1 h_1}}; \\ \dot{H}_2 &= \frac{j \sqrt{2}}{l} \frac{k_1}{\sigma_1} \frac{\frac{\operatorname{sh} k_1 h_1}{\operatorname{sh} k_1 h_1} \frac{\operatorname{sh} k_2 h_2}{\operatorname{sh} k_2 h_2}}{\frac{k_2 \operatorname{ch} k_2 h_2}{\sigma_2 \operatorname{sh} k_2 h_2} + \frac{k_1 \operatorname{ch} k_1 h_1}{\sigma_1 \operatorname{sh} k_1 h_1}}; \\ j_2 &= \frac{j \sqrt{2}}{l} \frac{k_2}{\sigma_2} \frac{\frac{\operatorname{sh} k_1 h_1}{\operatorname{sh} k_1 h_1} \frac{\operatorname{sh} k_2 h_2}{\operatorname{sh} k_2 h_2}}{\frac{k_2 \operatorname{ch} k_2 h_2}{\sigma_2 \operatorname{sh} k_2 h_2} + \frac{k_1 \operatorname{ch} k_1 h_1}{\sigma_1 \operatorname{sh} k_1 h_1}}. \end{aligned} \right\} \quad (4-76)$$

Интеграл вектора Пойнтинга по верхней границе верхнего проводника составит

$$\begin{aligned} S|_{x=h_1} &= \frac{j^2}{l} \left[ \frac{k_1}{\sigma_1} \frac{\operatorname{ch} k_1 h_1}{\operatorname{sh} k_1 h_1} \frac{k_2}{\sigma_2} \frac{\operatorname{ch} k_2 h_2}{\operatorname{sh} k_2 h_2} + \left( \frac{k_1}{\sigma_1} \right)^2 \right] = \\ &= \frac{k_2 \operatorname{ch} k_2 h_2}{\sigma_2 \operatorname{sh} k_2 h_2} + \frac{k_1}{\sigma_1} \frac{\operatorname{ch} k_1 h_1}{\operatorname{sh} k_1 h_1} = \\ &= j^2 \frac{\frac{k_1}{\sigma_1 b_{n1}} \frac{\operatorname{ch} k_1 h_1}{\operatorname{sh} k_1 h_1} \frac{k_2}{\sigma_2 b_{n2}} \frac{\operatorname{ch} k_2 h_2}{\operatorname{sh} k_2 h_2} + \left( \frac{k_1}{\sigma_1 b_{n1}} \right)^2}{\frac{k_1}{\sigma_1 b_{n1}} \frac{\operatorname{ch} k_1 h_1}{\operatorname{sh} k_1 h_1} + \frac{k_2}{\sigma_2 b_{n2}} \frac{\operatorname{ch} k_2 h_2}{\operatorname{sh} k_2 h_2}} = j^2 Z_n. \end{aligned} \quad (4-76a)$$

Если  $\alpha_1 h_1 > 1,6$ , то выражение для эквивалентного сопротивления приобретает следующий вид:

$$Z_3 = R_{01} \frac{k_1}{\sigma_1 b_{n1}} \frac{R_{02} \frac{k_2}{\sigma_2 b_{n2}} + R_{01} \frac{k_1}{\sigma_1 b_{n1}}}{R_{02} \frac{k_2}{\sigma_2 b_{n2}} + R_{01} \frac{k_1}{\sigma_1 b_{n1}}} = R_{01} (1 + j) \alpha_1 h_1 = Z_{11} \quad (4-77)$$

что соответствует предыдущим рассуждениям. Из выражений (4-76) легко получаются довольно громоздкие формулы, содержащие только гиперболические и тригонометрические функции действительного аргумента, которые, однако, вследствие громоздкости мало пригодны к анализу. Вычисление непосредственно по формулам (4-76) легко осуществляется на любой ЭВМ при помощи алгоритмического языка, содержащего встроенные функции комплексного аргумента, например фортрана-77. Один из возможных вариантов программы для вычисления  $Z_3$  приведен в программе 4-1

Из суммарного сопротивления  $Z_3$  можно выделить отдельные составляющие: полные сопротивления верхнего и нижнего стержня  $Z_{11}$ ,  $Z_{22}$  и их взаимное сопротивление  $Z_{12}$ . Для этого воспользуемся отношениями  $H_1$  при  $x = h_1$  к  $H_2$  при  $x = 0$ , которые пропорциональны токам в верхнем и нижнем стержнях и обратно пропорциональны собственным их сопротивлениям  $Z_1 = Z_{11} - Z_{12}$  и  $Z_2 = Z_{22} - Z_{12}$ , а также учтем, что

$$Z_3 = \frac{Z_{11} Z_{22} - Z_{12}^2}{Z_{11} + Z_{22} - 2Z_{12}} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + Z_{12}$$

при этом член  $\left(\frac{k_1}{b_{n1} \sigma_1}\right)^2$  в (4-76а) преобразуем к виду  $\left(\frac{k_1}{\sigma_1 b_{n1}}\right)^2 \frac{\text{ch}^2 k_1 h_1 - 1}{\text{sh}^2 k_1 h_1}$ .

Тогда получим:

$$\begin{aligned} Z_{22} &= \frac{k_2}{\sigma_2 b_{n2}} \frac{\text{ch} k_2 h_2}{\text{sh} k_2 h_2} + \frac{2k_1 (\text{ch} k_1 h_1 - 1)}{\sigma_1 b_{n1} \text{sh} k_1 h_1}; \\ Z_{11} &= \frac{k_1}{\sigma_1 b_{n1}} \frac{\text{ch} k_1 h_1}{\text{sh} k_1 h_1}; \\ Z_{12} &= \frac{k_1 (\text{ch} k_1 h_1 - 1)}{\sigma_1 b_{n1} \text{sh} k_1 h_1}; \\ Z_2 &= \frac{k_2}{\sigma_2 b_{n2}} \frac{\text{ch} k_2 h_2}{\text{sh} k_2 h_2} + \frac{k_1 (\text{ch} k_1 h_1 - 1)}{\sigma_1 b_{n1} \text{sh} k_1 h_1}; \\ Z_1 &= \frac{k_1}{\text{sh} k_1 h_1 \sigma_1 b_{n1}}. \end{aligned} \quad (4-78)$$

# Расчет коэффициентов $k_r$ и $k_x$ сложного паза

Паз состоит из двух прямоугольных участков. Расчет ведется по формулам (4-76). Задаются размеры участков, магнитные проницаемости и удельные электрические проводимости частота и число точек, в которых изменяется скольжение. Определяются  $k_r(z)$  и  $k_x(z)$

```

integer*4
real*8 mu1,mu2,s1,s2,x1,x2,z1,z2,ld1
common /1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,50,51,52,53,54,55,56,57,58,59,60,61,62,63,64,65,66,67,68,69,70,71,72,73,74,75,76,77,78,79,80,81,82,83,84,85,86,87,88,89,90,91,92,93,94,95,96,97,98,99,100,101,102,103,104,105,106,107,108,109,110,111,112,113,114,115,116,117,118,119,120,121,122,123,124,125,126,127,128,129,130,131,132,133,134,135,136,137,138,139,140,141,142,143,144,145,146,147,148,149,150,151,152,153,154,155,156,157,158,159,160,161,162,163,164,165,166,167,168,169,170,171,172,173,174,175,176,177,178,179,180,181,182,183,184,185,186,187,188,189,190,191,192,193,194,195,196,197,198,199,200,201,202,203,204,205,206,207,208,209,210,211,212,213,214,215,216,217,218,219,220,221,222,223,224,225,226,227,228,229,230,231,232,233,234,235,236,237,238,239,240,241,242,243,244,245,246,247,248,249,250,251,252,253,254,255,256,257,258,259,260,261,262,263,264,265,266,267,268,269,270,271,272,273,274,275,276,277,278,279,280,281,282,283,284,285,286,287,288,289,290,291,292,293,294,295,296,297,298,299,300,301,302,303,304,305,306,307,308,309,310,311,312,313,314,315,316,317,318,319,320,321,322,323,324,325,326,327,328,329,330,331,332,333,334,335,336,337,338,339,340,341,342,343,344,345,346,347,348,349,350,351,352,353,354,355,356,357,358,359,360,361,362,363,364,365,366,367,368,369,370,371,372,373,374,375,376,377,378,379,380,381,382,383,384,385,386,387,388,389,390,391,392,393,394,395,396,397,398,399,400,401,402,403,404,405,406,407,408,409,410,411,412,413,414,415,416,417,418,419,420,421,422,423,424,425,426,427,428,429,430,431,432,433,434,435,436,437,438,439,440,441,442,443,444,445,446,447,448,449,450,451,452,453,454,455,456,457,458,459,460,461,462,463,464,465,466,467,468,469,470,471,472,473,474,475,476,477,478,479,480,481,482,483,484,485,486,487,488,489,490,491,492,493,494,495,496,497,498,499,500,501,502,503,504,505,506,507,508,509,510,511,512,513,514,515,516,517,518,519,520,521,522,523,524,525,526,527,528,529,530,531,532,533,534,535,536,537,538,539,540,541,542,543,544,545,546,547,548,549,550,551,552,553,554,555,556,557,558,559,560,561,562,563,564,565,566,567,568,569,570,571,572,573,574,575,576,577,578,579,580,581,582,583,584,585,586,587,588,589,590,591,592,593,594,595,596,597,598,599,600,601,602,603,604,605,606,607,608,609,610,611,612,613,614,615,616,617,618,619,620,621,622,623,624,625,626,627,628,629,630,631,632,633,634,635,636,637,638,639,640,641,642,643,644,645,646,647,648,649,650,651,652,653,654,655,656,657,658,659,660,661,662,663,664,665,666,667,668,669,670,671,672,673,674,675,676,677,678,679,680,681,682,683,684,685,686,687,688,689,690,691,692,693,694,695,696,697,698,699,700,701,702,703,704,705,706,707,708,709,710,711,712,713,714,715,716,717,718,719,720,721,722,723,724,725,726,727,728,729,730,731,732,733,734,735,736,737,738,739,740,741,742,743,744,745,746,747,748,749,750,751,752,753,754,755,756,757,758,759,760,761,762,763,764,765,766,767,768,769,770,771,772,773,774,775,776,777,778,779,780,781,782,783,784,785,786,787,788,789,790,791,792,793,794,795,796,797,798,799,800,801,802,803,804,805,806,807,808,809,810,811,812,813,814,815,816,817,818,819,820,821,822,823,824,825,826,827,828,829,830,831,832,833,834,835,836,837,838,839,840,841,842,843,844,845,846,847,848,849,850,851,852,853,854,855,856,857,858,859,860,861,862,863,864,865,866,867,868,869,870,871,872,873,874,875,876,877,878,879,880,881,882,883,884,885,886,887,888,889,890,891,892,893,894,895,896,897,898,899,900,901,902,903,904,905,906,907,908,909,910,911,912,913,914,915,916,917,918,919,920,921,922,923,924,925,926,927,928,929,930,931,932,933,934,935,936,937,938,939,940,941,942,943,944,945,946,947,948,949,950,951,952,953,954,955,956,957,958,959,960,961,962,963,964,965,966,967,968,969,970,971,972,973,974,975,976,977,978,979,980,981,982,983,984,985,986,987,988,989,990,991,992,993,994,995,996,997,998,999,1000,1001,1002,1003,1004,1005,1006,1007,1008,1009,1010,1011,1012,1013,1014,1015,1016,1017,1018,1019,1020,1021,1022,1023,1024,1025,1026,1027,1028,1029,1030,1031,1032,1033,1034,1035,1036,1037,1038,1039,1040,1041,1042,1043,1044,1045,1046,1047,1048,1049,1050,1051,1052,1053,1054,1055,1056,1057,1058,1059,1060,1061,1062,1063,1064,1065,1066,1067,1068,1069,1070,1071,1072,1073,1074,1075,1076,1077,1078,1079,1080,1081,1082,1083,1084,1085,1086,1087,1088,1089,1090,1091,1092,1093,1094,1095,1096,1097,1098,1099,1100,1101,1102,1103,1104,1105,1106,1107,1108,1109,1110,1111,1112,1113,1114,1115,1116,1117,1118,1119,1120,1121,1122,1123,1124,1125,1126,1127,1128,1129,1130,1131,1132,1133,1134,1135,1136,1137,1138,1139,1140,1141,1142,1143,1144,1145,1146,1147,1148,1149,1150,1151,1152,1153,1154,1155,1156,1157,1158,1159,1160,1161,1162,1163,1164,1165,1166,1167,1168,1169,1170,1171,1172,1173,1174,1175,1176,1177,1178,1179,1180,1181,1182,1183,1184,1185,1186,1187,1188,1189,1190,1191,1192,1193,1194,1195,1196,1197,1198,1199,1200,1201,1202,1203,1204,1205,1206,1207,1208,1209,1210,1211,1212,1213,1214,1215,1216,1217,1218,1219,1220,1221,1222,1223,1224,1225,1226,1227,1228,1229,1230,1231,1232,1233,1234,1235,1236,1237,1238,1239,1240,1241,1242,1243,1244,1245,1246,1247,1248,1249,1250,1251,1252,1253,1254,1255,1256,1257,1258,1259,1260,1261,1262,1263,1264,1265,1266,1267,1268,1269,1270,1271,1272,1273,1274,1275,1276,1277,1278,1279,1280,1281,1282,1283,1284,1285,1286,1287,1288,1289,1290,1291,1292,1293,1294,1295,1296,1297,1298,1299,1300,1301,1302,1303,1304,1305,1306,1307,1308,1309,1310,1311,1312,1313,1314,1315,1316,1317,1318,1319,1320,1321,1322,1323,1324,1325,1326,1327,1328,1329,1330,1331,1332,1333,1334,1335,1336,1337,1338,1339,1340,1341,1342,1343,1344,1345,1346,1347,1348,1349,1350,1351,1352,1353,1354,1355,1356,1357,1358,1359,1360,1361,1362,1363,1364,1365,1366,1367,1368,1369,1370,1371,1372,1373,1374,1375,1376,1377,1378,1379,1380,1381,1382,1383,1384,1385,1386,1387,1388,1389,1390,1391,1392,1393,1394,1395,1396,1397,1398,1399,1400,1401,1402,1403,1404,1405,1406,1407,1408,1409,1410,1411,1412,1413,1414,1415,1416,1417,1418,1419,1420,1421,1422,1423,1424,1425,1426,1427,1428,1429,1430,1431,1432,1433,1434,1435,1436,1437,1438,1439,1440,1441,1442,1443,1444,1445,1446,1447,1448,1449,1450,1451,1452,1453,1454,1455,1456,1457,1458,1459,1460,1461,1462,1463,1464,1465,1466,1467,1468,1469,1470,1471,1472,1473,1474,1475,1476,1477,1478,1479,1480,1481,1482,1483,1484,1485,1486,1487,1488,1489,1490,1491,1492,1493,1494,1495,1496,1497,1498,1499,1500,1501,1502,1503,1504,1505,1506,1507,1508,1509,1510,1511,1512,1513,1514,1515,1516,1517,1518,1519,1520,1521,1522,1523,1524,1525,1526,1527,1528,1529,1530,1531,1532,1533,1534,1535,1536,1537,1538,1539,1540,1541,1542,1543,1544,1545,1546,1547,1548,1549,1550,1551,1552,1553,1554,1555,1556,1557,1558,1559,1560,1561,1562,1563,1564,1565,1566,1567,1568,1569,1570,1571,1572,1573,1574,1575,1576,1577,1578,1579,1580,1581,1582,1583,1584,1585,1586,1587,1588,1589,1590,1591,1592,1593,1594,1595,1596,1597,1598,1599,1600,1601,1602,1603,1604,1605,1606,1607,1608,1609,1610,1611,1612,1613,1614,1615,1616,1617,1618,1619,1620,1621,1622,1623,1624,1625,1626,1627,1628,1629,1630,1631,1632,1633,1634,1635,1636,1637,1638,1639,1640,1641,1642,1643,1644,1645,1646,1647,1648,1649,1650,1651,1652,1653,1654,1655,1656,1657,1658,1659,1660,1661,1662,1663,1664,1665,1666,1667,1668,1669,1670,1671,1672,1673,1674,1675,1676,1677,1678,1679,1680,1681,1682,1683,1684,1685,1686,1687,1688,1689,1690,1691,1692,1693,1694,1695,1696,1697,1698,1699,1700,1701,1702,1703,1704,1705,1706,1707,1708,1709,1710,1711,1712,1713,1714,1715,1716,1717,1718,1719,1720,1721,1722,1723,1724,1725,1726,1727,1728,1729,1730,1731,1732,1733,1734,1735,1736,1737,1738,1739,1740,1741,1742,1743,1744,1745,1746,1747,1748,1749,1750,1751,1752,1753,1754,1755,1756,1757,1758,1759,1760,1761,1762,1763,1764,1765,1766,1767,1768,1769,1770,1771,1772,1773,1774,1775,1776,1777,1778,1779,1780,1781,1782,1783,1784,1785,1786,1787,1788,1789,1790,1791,1792,1793,1794,1795,1796,1797,1798,1799,1800,1801,1802,1803,1804,1805,1806,1807,1808,1809,1810,1811,1812,1813,1814,1815,1816,1817,1818,1819,1820,1821,1822,1823,1824,1825,1826,1827,1828,1829,1830,1831,1832,1833,1834,1835,1836,1837,1838,1839,1840,1841,1842,1843,1844,1845,1846,1847,1848,1849,1850,1851,1852,1853,1854,1855,1856,1857,1858,1859,1860,1861,1862,1863,1864,1865,1866,1867,1868,1869,1870,1871,1872,1873,1874,1875,1876,1877,1878,1879,1880,1881,1882,1883,1884,1885,1886,1887,1888,1889,1890,1891,1892,1893,1894,1895,1896,1897,1898,1899,1900,1901,1902,1903,1904,1905,1906,1907,1908,1909,1910,1911,1912,1913,1914,1915,1916,1917,1918,1919,1920,1921,1922,1923,1924,1925,1926,1927,1928,1929,1930,1931,1932,1933,1934,1935,1936,1937,1938,1939,1940,1941,1942,1943,1944,1945,1946,1947,1948,1949,1950,1951,1952,1953,1954,1955,1956,1957,1958,1959,1960,1961,1962,1963,1964,1965,1966,1967,1968,1969,1970,1971,1972,1973,1974,1975,1976,1977,1978,1979,1980,1981,1982,1983,1984,1985,1986,1987,1988,1989,1990,1991,1992,1993,1994,1995,1996,1997,1998,1999,2000,2001,2002,2003,2004,2005,2006,2007,2008,2009,2010,2011,2012,2013,2014,2015,2016,2017,2018,2019,2020,2021,2022,2023,2024,2025,2026,2027,2028,2029,2030,2031,2032,2033,2034,2035,2036,2037,2038,2039,2040,2041,2042,2043,2044,2045,2046,2047,2048,2049,2050,2051,2052,2053,2054,2055,2056,2057,2058,2059,2060,2061,2062,2063,2064,2065,2066,2067,2068,2069,2070,2071,2072,2073,2074,2075,2076,2077,2078,2079,2080,2081,2082,2083,2084,2085,2086,2087,2088,2089,2090,2091,2092,2093,2094,2095,2096,2097,2098,2099,2100,2101,2102,2103,2104,2105,2106,2107,2108,2109,2110,2111,2112,2113,2114,2115,2116,2117,2118,2119,2120,2121,2122,2123,2124,2125,2126,2127,2128,2129,2130,2131,2132,2133,2134,2135,2136,2137,2138,2139,2140,2141,2142,2143,2144,2145,2146,2147,2148,2149,2150,2151,2152,2153,2154,2155,2156,2157,2158,2159,2160,2161,2162,2163,2164,2165,2166,2167,2168,2169,2170,2171,2172,2173,2174,2175,2176,2177,2178,2179,2180,2181,2182,2183,2184,2185,2186,2187,2188,2189,2190,2191,2192,2193,2194,2195,2196,2197,2198,2199,2200,2201,2202,2203,2204,2205,2206,2207,2208,2209,2210,2211,2212,2213,2214,2215,2216,2217,2218,2219,2220,2221,2222,2223,2224,2225,2226,2227,2228,2229,2230,2231,2232,2233,2234,2235,2236,2237,2238,2239,2240,2241,2242,2243,2244,2245,2246,2247,2248,2249,2250,2251,2252,2253,2254,2255,2256,2257,2258,2259,2260,2261,2262,2263,2264,2265,2266,2267,2268,2269,2270,2271,2272,2273,2274,2275,2276,2277,2278,2279,2280,2281,2282,2283,2284,2285,2286,2287,2288,2289,2290,2291,2292,2293,2294,2295,2296,2297,2298,2299,2300,2301,2302,2303,2304,2305,2306,2307,2308,2309,2310,2311,2312,2313,2314,2315,2316,2317,2318,2319,2320,2321,2322,2323,2324,2325,2326,2327,2328,2329,2330,2331,2332,2333,2334,2335,2336,2337,2338,2339,2340,2341,2342,2343,2344,2345,2346,2347,2348,2349,2350,2351,2352,2353,2354,2355,2356,2357,2358,2359,2360,2361,2362,2363,2364,2365,2366,2367,2368,2369,2370,2371,2372,2373,2374,2375,2376,2377,2378,2379,23
```

```

PRINT 2,1011 5,02 ,12 ,K1,13,551,BETA1,BE102
101 FORMAT(2x,' ',F7.3, ' ',F7.4, ' ',F7.4, ' ',F7.3,
' ',F7.3, ' ',F7.3, ' ',F7.3, ' ',F7.3, ' ')
1 CONTINUE
PRINT 2,102
102 FORMAT(2x, '_____')
STOP
END

```

Теперь рассмотрим случай, когда в верхнем стержне  $\alpha_1 h_1 < 1$ , т. е. в нем нет вытеснения тока. В машине с двумя клетками ротора верхний стержень обычно выполняется из металла повышенного сопротивления, что позволяет увеличить пусковой момент, поэтому вытеснение в нем становится заметным только при достаточно больших размерах. Заметим попутно, что при уменьшении  $\alpha_1 h_1$ ,  $Z_1$  стремится к  $R_{01}$ , а  $Z_{12}$  — к  $0,5 j \omega \mu_0 h / b_{n1} = j x_{12}$ . В заводской практике обычно принимается, что  $x_1 = 0$ , а  $x_{12} = x_{11} = x_1^*$ . Как видно из приведенных формул, для прямоугольных стержней  $x_{12} = \frac{1}{2} x_1^*$ , а  $x_2 = x_2^* + x_{12}$ , где  $x_1^*$  и  $x_2^*$  — собственные индуктивные сопротивления части прямоугольного паза, занятой проводником. Объясняется это тем обстоятельством, что при отсутствии тока в верхнем стержне полное собственное сопротивление нижнего стержня определяется всем потоком, проходящим в пазу выше него, а взаимное — только половиной этого потока. Однако при наличии расстояния между верхним стержнем и верхней границей паза эта разница уменьшается и формулы для расчета собственных и взаимных сопротивлений двойных клеток, приведенные в § 4-4, становятся более точными. Положим, что  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = x_2^*$ ; тогда, преобразуя выражение для эквивалентного сопротивления, получаем

$$Z_s = r_s + j(x_s + x_{12}) = \frac{r_1 r_2 (r_1 + r_2) + x_2^2 r_1}{(r_1 + r_2)^2 + x_2^2} + j \frac{x_2^2 r_1}{(r_1 + r_2)^2 + x_2^2} + j x_{12}. \quad (4-79)$$

При рабочей частоте обычно  $x \ll r$ , и в этом случае

$$r_s = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}; \quad x_s = \frac{x_2^2 r_1}{(r_1 + r_2)^2}. \quad (4-80)$$

Обозначив  $r_2/r_1 = \alpha$  и  $x_2^*/r_2 = \beta$ , получим, что

$$r_s = r_2^* \left( 1 + \frac{\alpha \beta^2}{1 + \alpha^2 \beta^2} \right); \quad x_s = x_2^* \frac{1}{1 + \alpha^2 \beta^2}.$$

Следовательно, значения  $k_x$  и  $k_r$  составят:

$$k_x = \frac{1}{1 + \alpha^2 \beta^2}; \quad k_r = 1 + \alpha \beta^2 k_x. \quad (4-81)$$

При расчете  $r_s$  и  $x_s$  в пусковом режиме, если размеры нижнего стержня достаточно велики, необходимо также учесть его собственное вытеснение, умножив  $r_s$  на  $k_r$ , а магнитную проводимость части паза, занятой проводником, на  $k_{x2}$ :

$$\lambda_{n2} = \frac{h_2}{3b_{n2}} k_{x2} + \frac{h_0}{b_0}$$

Опыт показывает, что такие уточнения могут быть существенными для крупных машин.

Интересно, что на основе выражений (4-81), содержащих всего два параметра, можно сделать выводы об оптимальном их выборе. Если искать оптимальную величину  $\alpha$ , предоставляющую максимум  $k_r$ , то она будет равна  $1/\beta$  и при этом  $k_r$  составит  $1 + 0,5 \beta$ , а  $k_x$  составит 0,5.

В конструкции двойных клеток применяется часто так называемое шахматное расположение пазов, когда пазы одной клетки чередуются с пазами другой и обе системы имеют форму, показанную на рис. 4-2, поз. 16 или 17. В этом случае можно считать, что взаимным для двух клеток является только поток рассеяния в зазоре, а пазовый поток рассеяния вызывает собственные индуктивные сопротивления. Это, однако, не совсем справедливо, так как при насыщении стали часть потока рассеяния одной системы пазов будет замыкаться и поперек пазов другой системы вместо того, чтобы «обходить» их. Особенно это относится к клетке, изображенной на рис. 4-2, поз. 17: при высокой частоте тока в роторе, что имеет место при пуске, поток рассеяния «верхней» клетки замыкается через мостики пазов нижней клетки и насыщает их, в результате чего проводимость пазового рассеяния «верхней» клетки существенно снижается. Поэтому при расчете индуктивных сопротивлений ротора в данном случае проводимость «мостика» нужно определять по суммарной линейной нагрузке ротора, а не одного закрытого паза, а проводимость рассеяния «верхних» пазов — умножать на дополнительный коэффициент насыщения. Наиболее правильным будет в этом случае расчет по картине магнитного поля с учетом насыщения стали.

Если считать, что при шахматном расположении пазов двух клеток собственное индуктивное сопротивление верхней и нижней клеток не равно нулю, то полное эквивалентное сопротивление составит

$$Z_s = \frac{(r_1 + jx_1)(r_2 + jx_2)}{r_1 + r_2 + j(x_1 + x_2)} + jx_{12} =$$

$$= \frac{\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + \frac{x_1^2 r_2 + x_2^2 r_1}{(r_1 + r_2)^2}}{1 + \left( \frac{x_1 + x_2}{r_1 + r_2} \right)^2} + j x_{12} +$$

$$+ j \frac{\frac{x_1 r_2^2 + x_2 r_1^2}{(r_1 + r_2)^2} + \frac{x_1 x_2 (x_1 + x_2)}{(r_1 + r_2)^2}}{1 + \left( \frac{x_1 + x_2}{r_1 + r_2} \right)^2}.$$

При низкой частоте

$$r_s^* = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = \frac{r_2}{1 + \alpha};$$

$$x_s^* = \frac{x_1 r_2^2 + x_2 r_1^2}{(r_1 + r_2)^2} = \frac{x_2 + x_1 \alpha^2}{(1 + \alpha)^2}.$$

Обозначив

$$\gamma = \frac{x_1}{x_2}; \quad \beta = \frac{x_s^*}{r_s^*} = \frac{x_2 (1 + \gamma \alpha^2)}{r_2 (1 + \alpha)}$$

получим в результате

$$k_r = \frac{1 + \frac{\beta^2 \alpha (1 + \alpha) (1 + \gamma \alpha^2)}{(1 + \gamma \alpha^2)^2}}{1 + \frac{\beta^2 \alpha^2 (1 + \gamma)^2}{(1 + \gamma \alpha^2)^2}};$$

$$k_x = \frac{1 + \frac{\gamma \beta^2 (1 + \alpha)^2 (1 + \gamma)}{(1 + \gamma \alpha^2)^2 (\gamma + \alpha^2)}}{1 + \frac{\beta^2 \alpha^2 (1 + \gamma)^2}{(1 + \gamma \alpha^2)^2}}. \quad (4-82)$$

Как можно убедиться непосредственным расчетом, коэффициенты вытеснения в этом случае меньше отличаются от единицы, чем при расположении клеток в одних и тех же пазах. И в этом случае можно найти оптимальные значения  $\alpha$  и  $\gamma$ , однако для крупных машин вопрос выбора параметров обмотки ротора решается с учетом требований к термической и механической ее стойкости (см. главу 6).

Вытеснение тока в обмотке статора вызывает добавочные потери, расчет которых можно провести на основе тех же уравнений электромагнитного поля для случая многовитковой обмотки. В обмотке статора по всем виткам катушки протекает один и тот же ток. Пусть в пазу содержится  $S_n$  витков по высоте, состоящих из нескольких проводников, так что общее число проводников по вы-

сот паза  $N$  равно или кратно  $S_n$ . Вывод формул для определения  $k_r$  и  $k_x$  достаточно подробно изложен в доступной литературе [3, 12], поэтому мы не останавливаемся на нем и сразу приведем практическую формулу для определения  $k_r$ :

$$k_r = 1 + k_1 \varphi + k_2 \varepsilon^2 c. \quad (4-83)$$

Здесь  $k_1$  представляет собой средний по высоте паза коэффициент вытеснения, вызванный как полем, созданным самим проводником, лежащим на данной высоте от дна паза, так и всеми проводниками, лежащими ниже него, при условии, что в пазу лежат полукатушки, принадлежащие одной фазе обмотки:

$$k_1 = 0,107 \left( \frac{l}{50} \right)^2 \left( \frac{b_{\text{пр}}}{b_n} \right)^2 N^4 a^4 \cdot 10^6; \quad (4-84)$$

$\varphi$  — коэффициент, учитывающий фазовый сдвиг полукатушек, лежащих в одном пазу;  $\varepsilon$  — отношение расчетной длины сердечника к длине полувитка;

$$\varepsilon = \frac{l_s - 0,5 \pi b_s}{0,5 l_a}.$$

При большом значении  $k_1$  целесообразно учитывать его зависимость от сокращения шага, имеющего место в двухслойных обмотках. Коэффициент  $\varphi$  зависит от сокращения шага  $\beta$  и числа фаз; его значения для основной гармонической тока и гармонических порядка  $2mk \pm 1$  приведены в табл. 4-2.

Таблица 4-2

m	Значение $\varphi$ при $\beta$ , равном					
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
6	0,3	0,437	0,625	0,813	0,95	1,0
3	0,344	0,437	0,625	0,813	0,906	1,0

Для гармонических тока порядка  $6k \pm 1$ , где  $k = 1, 3, 5 \dots$ , в шестифазной обмотке значения  $\varphi$  будут другими. В практике чаще всего принимается  $\varphi = 1$ , однако это может дать большую ошибку при несинусоидальном напряжении.

Величина  $k_2$  представляет собой коэффициент вытеснения, вызванный вихревыми токами в последовательно соединенных витках катушек, не имеющих транспозиции в лобовой части (транспозиция учитывается множителем  $c$ ):

$$k_2 = \frac{0,019}{S_n^2} \left( \frac{l}{50} \right)^2 \left( \frac{b_{\text{пр}}}{b_n} \right)^2 (Na)^4 \cdot 10^6. \quad (4-85)$$



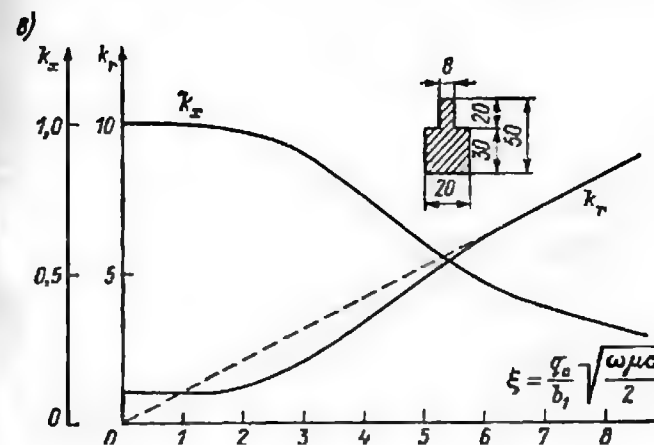
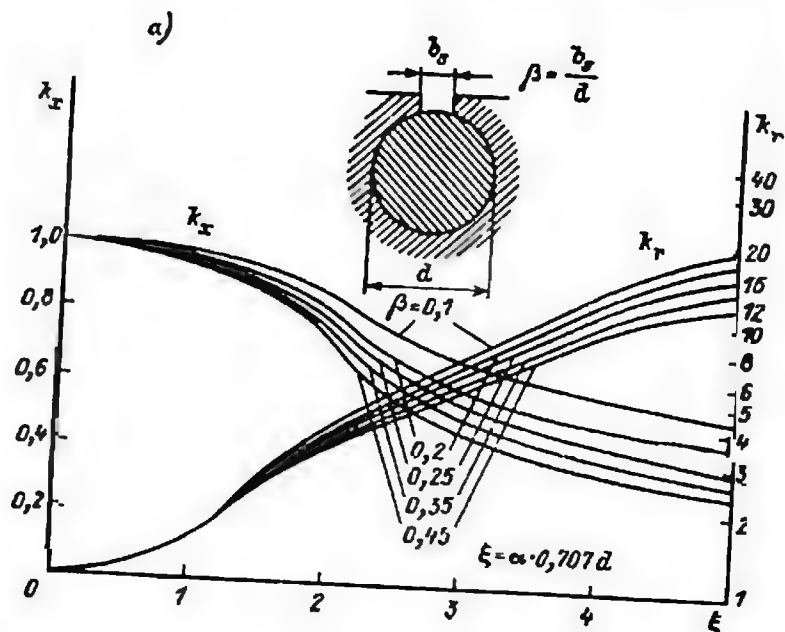


Рис. 4-14. Коэффициенты вытеснения для пазов различной формы

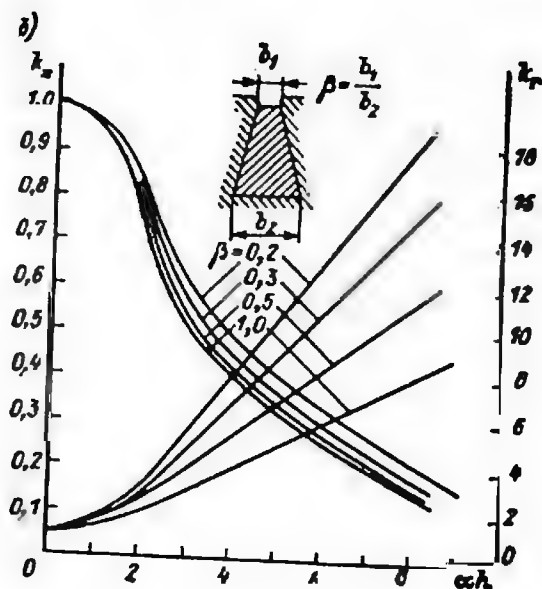
Коэффициент  $s$  в зависимости от числа витков в катушке  $w_k$  и сокращения шага обмоток принимает значения, приведенные в табл. 4-3.

Таблица 4-3

$\beta$	Значение $s$ при $w_k$ равно				
	2	3	4	5	Более 5
0.8	0.08	0.11	0.13	0.18	$0.8 - \frac{4\beta}{w_k}$
0.85	0.08	0.08	0.1	0.16	
0.9	0.08	0.08	0.08	0.13	

В заключение приведем удобные для читателя графические зависимости  $k_r$  и  $k_x$  для проводников различной формы от основных размеров, показанные на рис. 4-14. Эти зависимости построены по формулам, выведенным различными авторами. Программы для расчета параметров схем замещения чаще всего строятся так, чтобы использовать эти формулы непосредственно, хотя некоторые из них требуют значительного машинного времени и объема памяти. Для тех случаев, когда не требуется очень высокой точности, можно прибегнуть к машинной кусочно-линейной аппроксимации зависимостей, приведенных на рис. 4-14, или к оценке предельных значений  $k_r$  и  $k_x$  по формулам (4-74) и (4-75).

В качестве примера на рис. 4-14, в приведены зависимости  $k_r$  и  $k_x$  от  $\xi = \frac{q_a}{b_1} \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}}$ , полученные по программе 4-1 для па-



за, размеры которого показаны на том же рисунке. Время, требующееся для расчета такой характеристики, составляет несколько секунд, что, по-видимому, оправдывает включение таких процедур в общую программу проектирования машины. При определении индуктивного сопротивления при низкой частоте  $\omega$  использовалась, как можно заметить из текста программы, точная, а не приближенная формула.

#### 4-7. Массивный ротор

Массивный ротор асинхронного двигателя может выполняться без клетки или с клеткой. Применение массивных роторов без клеток диктуется в основном требованиями механической прочности: поковка ротора может быть выполнена из высокопрочной стали и в этом случае выдерживает значительные напряжения. Поэтому массивные роторы применяются главным образом в быстроходных двигателях. Удельное электрическое сопротивление стали в 10—30 раз выше, чем у меди, поэтому при асинхронном пуске массивный ротор может развить значительно более высокий пусковой момент, нежели ротор с клеткой. Однако эти положительные свойства массивного ротора ведут к ухудшению рабочих характеристик: из-за большого сопротивления ротора повышаются потери в нем, а кроме того, повышаются добавочные потери, вызванные высшими гармониками поля на поверхности ротора. Чтобы обеспечить снижение поверхностных потерь, приходится увеличивать зазор, что приводит к росту намагничивающего тока и дополнительной нагрузке обмотки статора. Поэтому номинальная мощность двигателя с массивным ротором в тех же габаритах оказывается более низкой, чем двигателя с шихтованным ротором и клеткой, на 25—35 % при пониженном КПД.

Если в массивном роторе сделать клетку из хорошо проводящего материала (меди или алюминия), то его рабочие характеристики улучшаются и габаритная мощность приближается к мощности обычного двигателя. Уменьшению потерь в роторе способствуют также закрытые пазы на статоре или магнитные клинья. Массивный ротор с клеткой или без клетки обладает также повышенной прочностью по сравнению с обычным ротором термической стойкостью в переходных процессах; кроме того (см. главу 6), его пусковой коэффициент мощности и пусковой КПД оказываются более высокими, что делает эту конструкцию выгодной для повторно-кратковременной работы.

Схема замещения массивного ротора показана на рис. 4-15, а и состоит из одного контура, содержащего последовательно включенные активное и индуктивное сопротивления массива:  $r(fs) + jx(fs)1/s$ . Сопротивление массивного проводящего ротора можно считать обратно пропорциональным площади поперечного сечения области, в которой распределен ток; эта площадь пропорциональна

рис. 4-15. Эквивалентная схема массивного ротора

глубине проникновения поля и в металлы и, следовательно, обратно пропорциональна частоте тока в роторе, иначе говоря скольжению, в степени  $1/2$ . То же справедливо относительно внутреннего индуктивного сопротивления массива. Предполагая, что основная волна индукции синусоидальна, а число фаз ротора бесконечно, считаем, что дифференциальное рассеяние гладкого массивного ротора отсутствует. Следовательно, в схеме замещения полное сопротивление будет выражаться формулой

$$Z_r(fs) = \frac{r(f) + jx(f)}{s} \sqrt{s} = \frac{r(f) + jx(f)}{\sqrt{s}} \quad (4-86)$$

В зарубежной литературе до настоящего времени продолжают дискуссии относительно определения эквивалентной глубины проникновения поля в материал ротора  $\Delta$  и отношения  $x/r$ . В отечественной практике утвердилась концепция, основанная на трудах Л. Р. Неймана [38], согласно которой для большинства ферромагнетиков  $x/r = 0,6$  (фазовый угол  $31^\circ$ ), а эффективная глубина проникновения определяется напряженностью магнитного поля на границе ротора  $H_r = A$ :

$$\Delta = \frac{1}{100} \sqrt{\frac{A}{\mu}} \quad (4-87)$$

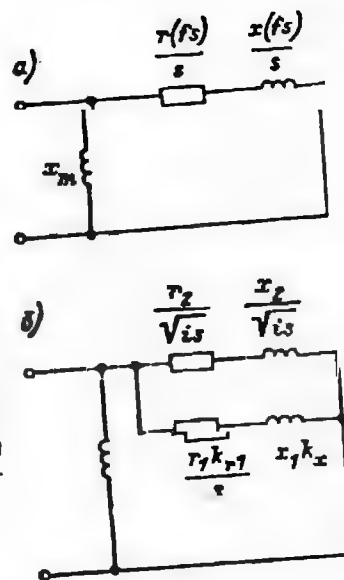
В заводской практике применяется также формула

$$\Delta = \sqrt{\frac{1}{\omega \mu \sigma}} \quad (4-88)$$

где  $\mu$  находится по кривой намагничивания  $B = f(H_r)$ ;  $H_r$  — это напряженность поля на поверхности ротора:

$$H_r = \frac{4\pi k_{\text{доб}}}{\pi^2 D_{\text{ак}} k_{\text{н}}} I_2 \quad (4-89)$$

Здесь  $k_{\text{н}}$  отражает влияние насыщения на форму поля и составляет 0,80—0,88.



Формулы для определения приведенных к обмотке статора  $r_2'$  и  $x_2'$  имеют следующий вид:

$$r_2' = \frac{4m_1 (\omega_1 k_{01})^2 l_{11} k_T}{\alpha_2 D_{\alpha\alpha} \Delta} \left( 1 + \frac{D_{\alpha\alpha}}{\rho l_{11}} \right) \quad (4-90)$$

$$x_2' = \alpha r_2' \approx 0,6 r_2'.$$

Здесь  $k_T = [1 + \alpha_T (\theta - \theta_0)]^{0,5}$ ; с учетом насыщения  $\alpha = 1,96/(H_c)^{0,125}$ .

При расположении на роторе полузакрытых пазов с относительно узкими шлицами сопротивление стального массива ротора незначительно отличается от сопротивления сплошной поковки и может определяться по формулам (4-90).

Определение тока статора и ротора по эквивалентному сопротивлению, составляющие которого  $r/\sqrt{S_i}$  и  $x/\sqrt{S_i}$  сами зависят от тока, требует для каждого скольжения решения алгебраического уравнения, в общем виде не разрешимого в радикалах. Его несложно решить графически или численно, например, используя метод Ньютона. Вычислительный процесс удовлетворительно сходится даже при простой итерации, что было показано еще в [39].

Более сложные теоретические проблемы возникают при расчете эквивалентных параметров массивного ротора с медной или алюминиевой клеткой, размещенной в пазах определенной формы.

Естественно предположить, что в схеме замещения ротора должна в этом случае появиться ветвь, параллельная ветви, эквивалентирующей влияние массива, но характеризующаяся другой зависимостью сопротивлений от скольжения. Такой подход не вызывает принципиальных возражений, однако возникает вопрос о взаимном влиянии токов, протекающих в медной обмотке и массивных зубцах, на поле в соседних участках, т. е. зубцов на пазы и пазов на зубцы.

Действительно, если представить себе, что содержимое паза отделено от его стенок достаточным промежутком, например, за счет изоляции, то можно предположить, что поле в стержне и зубце таково, как если бы они не влияли друг на друга. Иначе говоря, вытеснение тока в стержне происходит так, как при непроводящих зубцах, а в зубце — так, как в сплошном массиве. Граничные условия равенства векторов поля  $H$  и  $E$  имеют место на промежуточной границе в непроводящей среде. Очевидно также, что это допущение тем ближе к истине, чем шире стержень и зубец по отношению к глубине проникновения поля в их материал и чем больше расстояние между их границами. Если же стержень в пазу и зубец граничат друг с другом, что и имеет место в клетках короткозамкнутых роторов, то в пограничной зоне каждого из них на глубине, сравнимой с глубиной проникновения, вследствие соблюдения граничных условий поле будет распределяться иначе: в пограничной зоне зубца вытеснение будет меньше, чем на его середине, а

в пограничной зоне стержня — больше, чем на его середине. В этой зоне даже при чисто поперечном намагничивании будет существовать продольная составляющая поля  $H_z$ , падающая до нуля на середине паза и зубца.

Первым приближением в расчете поля в такой системе проводящих тел будет пренебрежение явлениями в пограничном слое, т. е. расчет полных сопротивлений стержня и зубца как не зависящих друг от друга. Это было сделано в работе [40] и показало неплохое совпадение расчета с опытом.

Рассмотрим прямоугольный паз и прямоугольный зубец, расположенные как на рис. 4-13, а, но в данном случае зубец будет проводящим. Пусть паз и зубец достаточно широки, чтобы можно было пренебречь явлениями в пограничном слое. Тогда полное сопротивление каждого из них будет определяться по формуле

$$Z_1 = \alpha_1 h (\varphi_1 + j \xi_1) R_{01}; \quad Z_2 = \alpha_2 h (\varphi_2 + j \xi_2) R_{02}. \quad (4-91)$$

где

$$\varphi = \frac{\operatorname{sh} 2ah + \sin 2ah}{\operatorname{ch} 2ah - \cos 2ah}; \quad (4-92)$$

$$\xi = \frac{\operatorname{sh} 2ah - \sin 2ah}{\operatorname{ch} 2ah - \cos 2ah}. \quad (4-93)$$

При большом аргументе ( $ah > 1,6$ )  $\varphi \approx \xi \approx 1$  и  $Z = \frac{1+j}{b} \sqrt{\frac{1}{2} \omega \mu \sigma}$ ; при малом аргументе ( $ah < 1$ )  $\varphi \approx 1/(ah)$ ,

$$\xi \approx \frac{2}{3} ah \text{ и } Z = R_0 + jX_0.$$

В схеме замещения ротора на рис. 4-15, б эти две ветви включены параллельно. При большом аргументе эквивалентное сопротивление пазового деления составляет

$$Z_3 = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R_{01} \alpha_1 h R_{02} \alpha_2 h (1+j)^2}{(1+j) (R_{01} \alpha_1 h + R_{02} \alpha_2 h)} = \frac{1+j}{b_1 \sqrt{\frac{2\sigma_1}{\omega \mu_1}} + b_2 \sqrt{\frac{2\sigma_2}{\omega \mu_2}}}. \quad (4-94)$$

Если попытаться заменить зубец и паз некоторой сплошной средой с эквивалентными параметрами  $\sigma_3$  и  $\mu_3$ , то для нее эквивалентное сопротивление будет определяться формулой

$$Z_3 = \frac{1+j}{b \sqrt{\frac{2\sigma_3}{\omega \mu_3}}}.$$

Положив эквивалентную электрическую проводимость

$$\sigma_3 = \frac{b_1 \sigma_1 + b_2 \sigma_2}{l},$$

получим, что эквивалентная магнитная проницаемость составит

$$\mu_3 = \frac{\frac{\sigma_1 b_1}{l} + \frac{\sigma_2 b_2}{l}}{\left( \frac{b_1}{l} \sqrt{\frac{\sigma_1}{\mu_1}} + \frac{b_2}{l} \sqrt{\frac{\sigma_2}{\mu_2}} \right)^2}. \quad (4-95)$$

Если зубец или стержень в пазу имеют нулевую электрическую проводимость, то эквивалентная магнитная проницаемость будет  $\mu_3 = \mu_2 l / b_2$  при  $\sigma_1 = 0$  и  $\mu_3 = \mu_1 l / b_1$  при  $\sigma_2 = 0$ . При этом параметр  $\alpha_3 = \sqrt{0.5 \mu_3 \sigma_3 \omega}$  для эквивалентной среды будет таким же, как и для проводящего стержня при непроводящем зубце или для проводящего зубца при непроводящем стержне. Это дает возможность расчета зубцовой зоны ротора (массивного с закрытыми пазами, с пазами, в которых имеется зона шлица, не заполненная проводником, или клиновидная зона, заполненная металлическими клиньями, электропроводность которых отличается от электропроводности стержня) по схеме, рассмотренной выше для двухклеточного ротора. Иными словами, если в массивном роторе можно выделить две зоны, расположенные на разной глубине от его поверхности, то для этих зон с высотами  $h_1$  и  $h_2$ , эквивалентными  $\sigma_{13}$  и  $\sigma_{23}$ ,  $\mu_{13}$  и  $\mu_{23}$ , полностью справедливы формулы (4-76) — (4-78), в которые нужно подставить соответствующие эквивалентные  $\mu_3$  и  $\sigma_3$ , а также положить  $b_{n1} = b_{n3} = l$ .

Выше было указано, что при расчете полного сопротивления массивного ротора необходимо учитывать влияние насыщения, а также, согласно Л. Р. Нейману, уменьшение глубины проникновения в  $\sqrt{2}$  раз по сравнению с глубиной при постоянной магнитной проницаемости и то, что отношение  $x/r$  не равно  $j$ , а само зависит от напряженности поля, составляя в среднем 0,6  $j$ .

Это можно учесть при расчете полного сопротивления зубца по формуле

$$Z_2 = \frac{1 + aj}{b_2 \Delta_2},$$

где  $a$  и  $\Delta_2$  определяются в соответствии с формулами (4-87) — (4-90). После определения эквивалентного сопротивления параллельно включенных паза и зубца в виде

$$Z_3 = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = b + jc$$

можно найти эквивалентную магнитную проницаемость слоя как

$$\mu_3 \approx \frac{Z_3^2 l^2}{\left(1 + \frac{c}{b} l\right)^2} \frac{2\sigma_3}{\omega}.$$

## Глава пятая

### РАСЧЕТ И АНАЛИЗ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ РАБОТЫ

#### 5-1. Расчет различных режимов работы с помощью круговой диаграммы и аналитических формул

Долгие годы круговая диаграмма являлась единственным доступным средством расчета рабочих режимов асинхронной машины и в настоящее время может использоваться для этого в тех случаях, когда других возможностей расчета не существует. По этой причине как принципы ее построения, так и вытекающие из нее расчетные возможности были освещены в главе 2. Однако неточности построения и, главное, необходимость в повторном построении круговой диаграммы для учета насыщения магнитной цепи, а также сложность и трудоемкость графоаналитических расчетов с ее помощью в случае двойных клеток или глубоких пазов ротора приводят в конце концов к тому, что расчеты режимов работы асинхронных машин в большинстве случаев ведутся по аналитическим формулам, чему способствует, несомненно, компьютеризация расчетно-конструкторской работы.

Тем не менее круговая диаграмма в некоторых случаях благодаря ясности представления физических процессов с помощью графических образов дает возможность сделать некоторые полезные обобщения, позволяющие дать оценки возможностей разработанной или изготовленной и испытанной асинхронной машины.

Если выразить все активные и индуктивные сопротивления в долях базисного сопротивления

$$Z_0 = \frac{U_1}{I_1 \cos \varphi}, \quad (5-1)$$

принятого за единицу, принять за единицу номинальное напряжение номинальную, активную мощность и активную составляющую номинального тока  $I_0 = I_1 \cos \varphi$ , а также обозначить в соответствии с эквивалентной схемой рис. 5-1, а

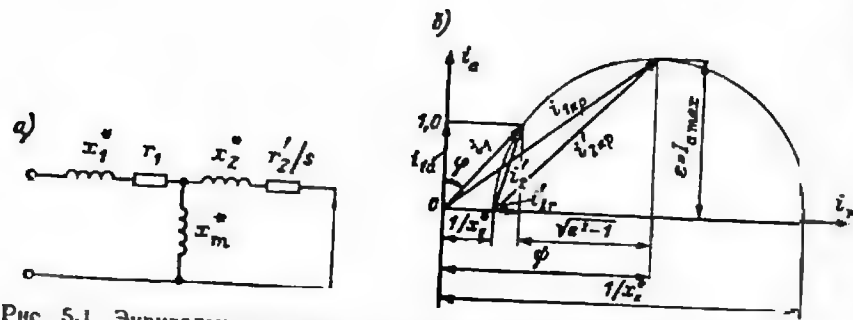


Рис. 5-1. Эквивалентная схема (а) и упрощенная круговая диаграмма (б) для асинхронной машины

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_0 &= \dot{x}_1 + \dot{x}_m; & \dot{x}_k &= \dot{x}_1 + \frac{\dot{x}_2 \dot{x}_m}{\dot{x}_2 + \dot{x}_m}; & \xi &= \frac{\dot{x}_k}{\dot{x}_0} \\ I_0 &= \frac{1}{\dot{x}_0}; & e &= 0,5(I_k - I_0); & \psi &= \frac{1 + \xi}{2\dot{x}_k} \\ I_k &= I_0 + e(1 - \sqrt{1 - 1/e}), \end{aligned} \right\} \quad (5-2)$$

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \sqrt{\psi^2 - 2\psi\sqrt{e^2 - 1} + e^2}; \\ I_2 &= \sqrt{2(e^2 - e\sqrt{e^2 - 1})}; \\ \cos \varphi &= \frac{1}{I_1}; & \cos \varphi_2 &= \frac{1}{I_2}; \\ \frac{s}{s_{кр}} &= e - \sqrt{e^2 - 1}. \end{aligned} \right\} \quad (5-3)$$

В режиме максимальной мощности

$$\cos \varphi_{кр} = \frac{e}{\sqrt{\psi^2 + e^2}}; \quad I_{кр} = \sqrt{\psi^2 - e^2}. \quad (5-4)$$

В режиме максимального коэффициента мощности

$$\cos \varphi_{max} = \frac{1}{\sqrt{\psi^2 - e^2}} \frac{1}{\sqrt{\dot{x}_0 \dot{x}_k}}; \quad i = \sqrt{\dot{x}_0 \dot{x}_k}. \quad (5-5)$$

Если выразить те же величины в относительных единицах, приняв за единицу не активную составляющую, а полный ток статора  $I_1$ , то все активные и индуктивные сопротивления в новых единицах будут уже зависеть от  $\cos \varphi$  и составят  $x = x^*/\cos \varphi$ . Тогда

момент и коэффициент мощности можно будет рассчитать по формулам, получаемым из (5-3) — (5-5) после некоторых преобразований:

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi_n &= \sqrt{\frac{(x_0^2 - 1)(1 - x_k^2)}{x_0 + x_k}} \approx \frac{x_0 - x_k}{x_0 + x_k} = \frac{1 - \xi}{1 + \xi}; \\ M_{max} &= \frac{(x_0 - x_k)(x_0 + x_k)}{2x_0 x_k \sqrt{(x_0^2 - 1)(1 - x_k^2)}} \approx \\ &\approx \frac{x_0 + x_k}{2x_0 x_k} \approx \frac{1}{(1 + \cos \varphi_n) x_k}. \end{aligned} \right\} \quad (5-6)$$

Выражения (5-3) — (5-6) показывают, что основные технико-экономические показатели номинального режима асинхронной машины определяются коэффициентом рассеяния ее статорной обмотки  $\sigma_1 = x_1/x_m$  и индуктивным сопротивлением короткого замыкания  $x_k = x_1 + x_2' \approx 2x_1'$ :

$$\left. \begin{aligned} M_{max} &\approx 0,5 \left( \frac{1}{x_0} + \frac{1}{x_k} \right) = \frac{0,5}{x_k} \frac{1 + 3\sigma_1}{1 + \sigma_1}; \\ \cos \varphi &\approx \frac{1 - \sigma_1}{1 + 3\sigma_1}. \end{aligned} \right\} \quad (5-7)$$

По упрощенной круговой диаграмме легко оценить увеличение тока и снижение момента при понижении напряжения до значения  $U'$ , введя отношение  $k_u = U'/U_n$ , а также при одновременном изменении частоты, введя отношение  $k_f = f/f_n$ . Тогда в диаграмме вместо  $e$  нужно будет записать  $ek_u/k_f$ , а вместо единицы  $1/k_n$ , после чего все приближенные формулы для токов, приведенные выше, сохраняют свою силу, если в них подставить  $ek_u/k_f$  вместо  $e$  и  $1/k_n$  вместо 1. Мощность при этом изменится в  $k_u^2/k_f$  раз, а момент — в  $(k_u/k_f)^2$  раз.

Асинхронный двигатель может работать в нормальном установившемся режиме, если момент нагрузки у него на валу не превышает развиваемого двигателем электромагнитного момента за вычетом момента, идущего на покрытие механических потерь, т. е. в диапазоне от  $s = 0$  до критического  $s_k$ . Установившаяся работа при повышенных скольжениях также может иметь место, однако такой режим не может считаться нормальным, так как потери в роторе при этом, как правило, превышают возможности системы охлаждения.

Рабочие характеристики представляют собой табличные или графические зависимости первичной мощности, коэффициента мощности, скольжения, токов статора и ротора от вторичной мощности или момента на валу. Можно построить также зависимости первич-



ной мощности, коэффициента мощностн, вторичной мощности и токов от скольжения.

При расчете рабочих режимов обычно используются формулы, приведенные в главе 2, а за основной параметр принимается скольжение  $s$  или мощность на валу двигателя  $P_2$ .

В первом случае, пользуясь точной схемой замещения, задаваясь различным скольжением и обозначив

$$x = r_1 + c_1 \left( \frac{r_2'}{s} \cos \gamma + x_2' \sin \gamma \right) \approx r_1 + c_1 r_2' / s;$$

$$\xi = x_1 + c_1 \left[ x_2' \cos \gamma - \frac{r_2'}{s} \sin \gamma \right] \approx x_1 + x_2' c_1,$$

определяем при заданном напряжении на зажимах двигателя  $U_1$  модуль вторичного тока статора

$$I_2' = \frac{U_1}{\sqrt{x^2 + \xi^2}}. \quad (5-8)$$

момент двигателя

$$M = \frac{m_1 U_1^2 r_2'}{\omega_1 s (x^2 + \xi^2)} \quad (5-9)$$

и полную механическую мощность на валу

$$P_2 = \frac{m_1 U_1^2 r_2'}{x^2 + \xi^2} \frac{1-s}{s}. \quad (5-10)$$

Перейти к упрощенным формулам можно, положив  $\sin \gamma = 0$  и  $\cos \gamma = 1$ .

Если задаваться моментом  $M$ , то скольжение можно определить по формуле

$$s = \frac{(c_1 r_2')^2}{B + \sqrt{B^2 - A (c_1 r_2')^2}}, \quad (5-11)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A &= \beta^2 + \psi^2; \\ B &= \frac{m U_1^2 r_2'}{2 \omega_1 M} + \delta; \\ \beta &= r_1 + c_1 x_2' \sin \gamma \approx r_1; \\ \psi &= x_1 + c_1 x_2' \cos \gamma; \\ \delta &= c_1 r_2' (x_1 \sin \gamma - r_1 \cos \gamma) \approx -c_1 r_2' r_1. \end{aligned} \right\} \quad (5-12)$$

Если задаться мощностью  $P_2$ , то

$$s = (c_1 r_2')^2 \left[ \omega + \sqrt{\omega^2 - v (c_1 r_2')^2} \right], \quad (5-13)$$

где

$$v = \beta^2 + \psi^2 + \frac{m U_1^2 r_2'}{P_2};$$

$$\omega = r_2' \frac{m U_1^2}{2 P_2} + \delta.$$

Подставив значение скольжения, полученное с помощью (5-11) или (5-13), в (5-8), получим зависимость вторичного тока от мощности  $P_2$  или момента  $M$ . Можно получить также зависимость скольжения от вторичного тока

$$s = \frac{F + \sqrt{F^2 + E (c_1 r_2')^2}}{E}, \quad (5-14)$$

где

$$F = -\delta \quad E = (U_1 / I_2')^2 - \beta^2 - \psi^2$$

Аналогично при расчетах по эквивалентной схеме Т. Г. Сорочера (см. рис. 2-8) обычно исходят из значения мощности на валу  $P_2$  и определяют механическую мощность, передаваемую на ротор,

$$P_2' = P_2 + p_{мх} + p_d \quad (5-15)$$

где  $p_{мх}$  — механические потери;  $p_d$  — добавочные потери в роторе. После этого находят так называемое активное и полное сопротивления заданного режима по формулам:

$$\left. \begin{aligned} R_m &= R'' + \sqrt{(R'')^2 - Z_1^2}; & R'' &= 0,5 \frac{m_1 U_1^2}{P_2'} - r_k; \\ z_m &= \sqrt{x_k^2 + (R_m + r_k)^2}, \end{aligned} \right\} \quad (5-16)$$

где

$$\left. \begin{aligned} z_k &= \sqrt{x_k^2 + r_k^2}; & r_k &= r_1 + r_2'; & r_1' &= r_1; & x_k &= x_1' + x_2'; \\ x_1' &= x_1 (1 + \tau_1) (1 + \rho_1 r_1 / x_1); \\ r_2' &= r_2 (1 + \tau_1)^2 (1 + \rho_1^2); \\ x_2' &= x_2 (1 + \tau_1)^2 (1 + \rho_1^2) \end{aligned} \right\}$$

(все обозначения соответствуют главе 2).

Затем определяются токи в схеме замещения и их составляющие, а также скольжение:

$$\begin{aligned} I_2' &= \frac{U_1}{z_n}; & I_1 &= \sqrt{I_{1a}^2 + I_{1r}^2}; & \cos \varphi &= \frac{I_{1a}}{I_1}; \\ I_{1a} &= I_{0a} + I_2' \left[ \frac{(r_k + R_n)(1 - \rho_1^2)}{z_n(1 + \rho_1^2)} + \frac{x_k}{z_n} \frac{2\rho_1}{1 + \rho_1^2} \right]; \\ I_{1r} &= I_{0r} + I_2' \left( \frac{x_k}{z_n} \frac{1 - \rho_1^2}{1 + \rho_1^2} - \frac{R_n + r_n}{z_n} \frac{2\rho_1}{1 + \rho_1^2} \right). \end{aligned} \quad (5-17)$$

Далее строятся характеристики — зависимости всех величин от  $P_2$ .

Приведенные выше алгебраические выражения легко реализуются в качестве блоков программ для любых современных ЭВМ. Необходимо отметить еще ряд обстоятельств. Если рассчитываются режимы крупных машин, у которых относительно низки активные сопротивления, то при работе от сети промышленной частоты практически во всем диапазоне рабочих скольжений справедливы упрощенные формулы, которые получаются из точных в предположении  $\gamma = 0$ . Этого, однако, нельзя делать, если рассчитывается режим работы при пониженной частоте сети, что бывает, если машина питается от источника напряжения регулируемой частоты, например от статического преобразователя напряжения и частоты. При работе на низких частотах со стороны статора уже нельзя пренебрегать активным сопротивлением его обмотки и полагать, что  $\gamma = 0$ , как это имеет место при анализе режимов малых машин.

Кроме того, необходимо учесть, что в крупных двигателях с глубоким пазом или двойной клеткой ротора, в которых размеры проводников достаточно велики, нужно учитывать вытеснение тока в роторе даже при скольжениях, близких к критическому. Особенно это касается быстроходных двигателей с частотой вращения больше 3000 об/мин. Такие двигатели питаются от источников напряжения повышенной частоты и частота тока в их роторах даже при номинальном скольжении может быть достаточной для того, чтобы вызвать ощутимое вытеснение тока в проводниках обмотки ротора.

При расчете рабочих характеристик двигателя с массивным ротором без клетки или с клеткой используют схему замещения, показанную на рис. 4-15, б, в которой отдельные сопротивления цепи ротора соответствуют участкам массива и проводящей клетки. Обычно в начале расчета задаются приближенным значением тока  $I_2'$  исходя из мощности  $P_2$ :

$$I_2' = - \frac{P_2}{m \cdot U_1 \cos \varphi} \quad (5-18)$$

По этому току определяют

$$H_r = \frac{4m_1 \omega_1 k_{об} I_2'}{\pi^2 D_{a2} l_n} \quad (5-19)$$

и по нему —  $\mu$ ,  $\Delta$  и  $r_{Fe}$ :

$$\mu = B/H_r \quad (5-20)$$

где  $B(H_r)$  — см. в табл. 4-1 для роторной стали;

$$\Delta = \sqrt{\frac{1}{\omega_1 \mu \sigma}}; \quad (5-21)$$

$$r_{Fe} = \frac{4m_1 (\omega_1 k_{об})^2 l_n \sqrt{k_T}}{\sigma \pi D_{a2} \Delta} \left( 1 + \frac{D_{a2}}{\rho l_n} \right). \quad (5-22)$$

По найденному значению  $r_{Fe}$  находят

$$x_{Fe} = \omega r_{Fe}, \quad (5-23)$$

где

$$\sigma = 1.96 / \sqrt{H_r}.$$

Остальные сопротивления схемы замещения, в том числе и сопротивление короткозамкнутой клетки  $r_2' k_r + j x_2' k_x$ , считают не зависящими от тока и определяют по формулам с учетом вытеснения тока и насыщения, приведенным выше. Преобразовав комплексное сопротивление ротора к одной ветви,

$$Z_2 = r_2' c_1^2 + j x_2' c_1^2, \quad (5-24)$$

находят модуль полного сопротивления рабочей ветви схемы

$$z_1 = \sqrt{(r_1 c_1 + r_2' c_1^2)^2 + (x_1 c_1 + x_2' c_1^2)^2} \quad (5-25)$$

при заданной мощности и заданном скольжении. Если полученный в результате расчета по формуле

$$I_2' = U_1 c_1 / z_1 \quad (5-26)$$

ток ротора, приведенный к обмотке статора, отличается от первоначально заданного тока  $I_2'$ , то расчет сопротивлений повторяется для нового значения скольжения  $s$  и так далее до достижения требуемой точности совпадения по току ротора, приведенному к статору. Затем рассчитывается полное сопротивление схемы замещения, включающей в себя сопротивление статора и контура намагничивания:

$$\left. \begin{aligned} Z &= \frac{Z_1 Z_m}{Z_1 + Z_m} = r + jx; \\ Z_1 &= r_1 c_1 + r_2' c_1^2 + j(x_1 c_1 + x_2' c_1^2); \\ Z_m &= j(x_m + x_1). \end{aligned} \right\} \quad (5-27)$$

определяется ток статора

$$I_1 = U_1 / z \quad (5-28)$$

и коэффициент мощности

$$\cos \varphi = r / x. \quad (5-29)$$

Потребляемая из сети мощность и электромагнитный момент составляют

$$P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos \varphi; \quad M = \frac{P_1 - P_{ст} - P_{м1}}{\omega_1}. \quad (5-30)$$

По мощности  $P_1$ , токам  $I_1$  и  $I_2'$  и напряжению  $U_1$  находят потери в машине (см. § 5-2), полезную мощность  $P_2$  и момент на валу  $M_2$ :

$$P_2 = P_1 - \Sigma p; \quad M_2 = \frac{P_2}{\omega_1 (1 - s)}.$$

Если полезная мощность не совпадает с ранее заданной  $P_2$ , то задаются вновь полученной мощностью, новым предварительным значением тока  $I_2'$  и вновь проводят расчет до достижения требуемой точности.

## 5-2. Расчет потерь и коэффициента полезного действия

К рабочим характеристикам обычно относят также зависимости потерь или КПД от нагрузки машины. Потери в любой электрической машине можно разделить на потери, пропорциональные квадрату тока в обмотке якоря, потери, пропорциональные квадрату магнитного потока, потери, пропорциональные произведению тока и магнитного потока, а также потери, не зависящие от нагрузки, но зависящие от частоты вращения. Строго говоря, такое деление довольно условно, однако оно позволяет, зная потери в двух режимах, определить потери в любом другом режиме путем пересчета, что чрезвычайно удобно при проектировании и эксплуатации асинхронных машин. На практике потери в асинхронной машине делят на потери холостого хода, потери короткого замыкания и механические, полагая первые и последние не зависящими от нагрузки, так как в режиме от номинального скольжения до критического магнитный поток и частота вращения изменяются незначительно. При этом механические потери определяются при наименьшем возможном скольжении, т. е. практически при синхронной частоте вращения, а потери холостого хода — при наибольшем магнитном потоке, иначе говоря, с запасом.

Основные потери в сердечнике статора при холостом ходе определяются по формуле

$$p_{ст} = \left[ k_a p_a \left( \frac{B_a}{B_0} \right)^2 G_a + k_z p_z \left( \frac{B_z}{B_0} \right)^2 G_z \right] \left( \frac{f}{f_0} \right)^{1.5}. \quad (5-31)$$

Здесь  $p_a$  и  $p_z$  — удельные потери в стали, измеренные на образце при базисном значении индукции  $B_0$  и частоты  $f_0$ . При изготовлении сердечника из изотропной стали  $p_a = p_z$ , при изготовлении сердечника из отдельных вырубок анизотропной стали (сегментированного)  $p_a$  и  $p_z$  зависят от положения листа относительно направления проката; при цельном круглом листе  $p_a \approx p_z$  и соответствуют пробе, снятой на кольцевом образце. Величины  $k_a$  и  $k_z$  — технологические коэффициенты, учитывающие увеличение потерь вследствие обработки листовой электротехнической стали (штамповки, снятия грата, сборки сердечника и т. п.). Эти коэффициенты зависят не только от марки стали, состояния инструмента и технологических приспособлений, но и от конструкции машины, поэтому значение их различно для разных серий и типов. В практике ряда заводов принимается  $k_a = 1,6$ ;  $k_z = 1,8$ ; другие заводы принимают  $k_a = k_z = 1,8$ . Удельные потери в стали при базисной индукции 1 Тл для наиболее широко применяемых марок стали приведены в табл. 5-1. Эти значения соответствуют базисной частоте 50 Гц. Зависимость потерь от частоты в степени 1,5 справедлива в определенном диапазоне частот. Если двигатель работает от источника напряжения повышенной частоты или требуется подсчитать потери от высших гармонических потока при несинусоидальном напряжении, то в ряде случаев может потребоваться уточненная формула для определения потерь, в которой отдельно учитываются потери на гистерезис и вихревые токи. Она имеет следующий вид:

$$p_{ст} = k_{a,z} p_0 \left[ \left( \frac{B_a}{B_0} \right)^2 G_a + \left( \frac{B_z}{B_0} \right)^2 G_z \right], \quad (5-32)$$

где  $k_{a,z} = 1,8$ , а удельные потери в стали определяются по формуле

$$p_0 = p_r \frac{f}{f_0} + p_b \left( \Delta_n \frac{f}{f_0} \right)^2. \quad (5-33)$$

Здесь  $p_r$  — удельные потери на гистерезис при индукции  $B_0$  и частоте  $f_0$ ,  $p_b$  — удельные потери на вихревые токи;  $\Delta_n$  — толщина листа, мм.

Для стали марки 1514  $p_r = 2,16$  Вт/кг, а  $p_b = 4,9$  Вт/кг при  $f_0 = 100$  Гц.

Все потери холостого хода в стали пропорциональны квадрату магнитного потока, т. е. квадрату ЭДС  $E_1^2$ . С достаточной точностью

Таблица 5-1. Основные и добавочные потери в стали

Марка материала	Толщина листа, мм	Основные потери, Вт/кг	Коэффициент добавочных потерь			
			пульсационных $k_0$	поверхностных $k_0'$		
				без обработки	при шлифовке	при обточке
Сталь						
1211	0,5; 0,35	3,3	0,32	1,8	—	2,5
1212	0,5; 0,35	2,8	0,3	1,6	1,8	2,3
1311	0,5; 0,35	2,5	0,28	1,5	1,7	2,2
1411	0,5	2,0	0,25	1,4	1,7	2,0
	0,35	1,6	0,18	1,0	1,2	1,4
1511	0,5	1,6	0,22	1,25	—	—
	0,35	1,35	0,16	0,88	—	—
1512	0,5	1,44	0,21	1,20	—	—
	0,35	1,2	0,15	0,84	—	—
1513	0,5	1,25	0,20	1,12	—	—
	0,35	1,05	0,14	0,80	—	—
1514	0,5	1,15	0,19	1,06	—	—
	0,35	0,95	0,12	0,75	—	—
3413	0,5	$\frac{0,8}{1,2}$ *	0,16	0,88	—	—
	0,35	$\frac{0,6}{0,9}$ *	0,08	0,62	—	—
1521	0,5	—	—	—	—	—
	0,35	—	0,13	0,72	—	—
	0,2	—	—	0,42	—	—
1X13	0,5	—	—	0,24	—	—
Конструкционная	0,5—0,65	—	—	2,0	2,5	2,8
	1,0	—	—	4,5	5,0	5,5
	2,0	—	—	7,2	8,0	8,6
Чугун	Массив	—	—	23,3	—	—
	Массив	—	—	17,5	—	—

\* В числителе — потери при намагничивании стали в направлении проката, в знаменателе — при намагничивании стали поперек проката.

можно сказать, что они пропорциональны квадрату напряжения  $U_1^2$ . Если асинхронная машина работает в системе регулируемого электропривода, когда напряжение и частота на ее зажимах меняются с нагрузкой, то потери в стали для каждой рабочей точки пересчитываются пропорционально квадрату напряжения и пропорционально частоте в степени 1,5.

В режиме холостого хода дополнительные потери в стали ротора и статора возникают вследствие пульсаций индукции в зазоре из-за высших гармоник поля, вызванных пространственными гармониками НС и пульсациями магнитной проводимости (см.

главу 3). Эти потери пропорциональны квадратам амплитуд пульсаций и частоте их в степени 1,5.

По методике, разработанной Т. Г. Сорокером [27], поверхностные потери в киловаттах для статора или ротора при холостом ходе можно определить с помощью формулы

$$P_{0\text{ пв}} = 3,3k_0'(B_\delta tk_c)^2 k_{\text{по}} \pi D_{11} l_0 \frac{t-b_s}{t} \sqrt{\left(\frac{l}{50}\right)^3 \frac{p}{z}}. \quad (5-34)$$

Здесь  $k_0'$  — технологический коэффициент, зависящий от марки стали и вида обработки поверхности ротора (см. табл. 5-1),  $k_{\text{по}}$  — пульсационный коэффициент, который зависит от отношения открытия паза к зазору  $b_s/\delta$ :

$b_s/\delta$	0,25	0,5	1	2	3	4	5	6	10	20
$k_{\text{по}}$	0,1	0,2	0,5	2	4,5	6,6	10	12	16	20

Определяя потери на поверхности ротора, мы подставляем в формулу (5-34)  $k_0'$  и  $(t-b_s)/t$  для поверхности ротора, а  $k_{\text{по}}$  и  $p/z$  определяем по размерам и числу зубцов статора. Если же потери определяются на статоре, то  $k_0'$  и  $(t-b_s)/t$  берутся для статора, а  $k_{\text{по}}$  и  $p/z$  — для ротора. Полные поверхностные потери холостого хода составляют сумму потерь на поверхности статора и ротора

$$P_{0\text{ пв}} = P_{0\text{ пв1}} + P_{0\text{ пв2}}. \quad (5-35)$$

Кроме поверхностных потерь имеют место потери, связанные с продольной пульсацией магнитного поля в зубцах ротора при изменении их положения относительно пазов и зубцов статора. Такие же потери возникают в зубцах статора. Их можно определить по формуле

$$P_{0\text{ пл}} = k_0'(B_z C_{\text{пл}})^2 \left(f \frac{z}{p}\right)^2 G_z \cdot 10^{-3}, \quad (5-36)$$

в которой  $k_0'$  — коэффициент, приведенный в табл. 5-1;  $C_{\text{пл}}$  — коэффициент пульсации потока, зависящий от показателя  $(b_z-2\delta)/t$  и отношения  $t_1/t_2 = z_2/z_1$  шагов по статору и ротору (рис. 5-2);  $G_z$  — масса зубцов, кг. При вычислении потерь в роторе  $k_0'$  и  $G_z$  принимаются для него, а  $C_{\text{пл}}$  и  $t_1/t_2$  — для статора, при расчете потерь в статоре — наоборот. Полные пульсационные потери

$$P_{0\text{ пл}} = P_{0\text{ пл1}} + P_{0\text{ пл2}}. \quad (5-37)$$

Строго говоря, требуется еще расчет потерь в стержнях обмотки короткозамкнутого ротора от токов зубцовой частоты, наводимых пульсирующим полем, а также потери, вызванные замыканием токов зубцовой частоты между соседними стержнями при скосе пазов статора или ротора. Используемая в методиках расчетов схема замещения для токов, вызванных высшими гармониками поля порядка зубчатости, включает в себя в качестве элемента со-

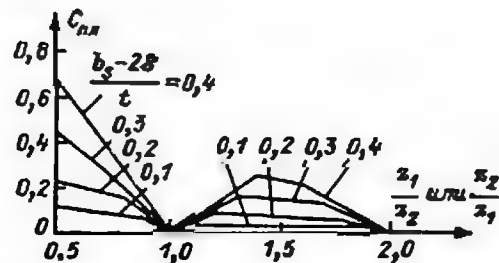


Рис. 5-2. Коэффициенты для расчета поверхностных потерь в шихтованном и массивном сердечнике

противления самих стержней при токе зубцовой и двойной зубцовой частоты ( $f_{z1} = zn/60$  и  $f_{z2} = 2zn/60$ ), рассчитанное с учетом вытеснения тока. Если имеется скос пазов, то сопротивление участков листов, по которым замыкаются токи от стержня к стержню, тоже зависит от частоты и тока. Поэтому параметры схемы замещения в этом случае определяются с относительно невысокой степенью достоверности. Сопротивление сердечника для токов зубцовой частоты зависит от контакта между стержнями и сердечником, который даже в литых клетках не бывает идеальным. Выделение этих потерь в стержнях из общих потерь холостого хода затруднительно, что снижает возможности экспериментальной проверки методов расчета. Однако снижение потерь холостого хода при изолировке стержней короткозамкнутого ротора наблюдается на опыте, поэтому общие представления о природе потерь в стержнях от токов зубцовой частоты, по-видимому, верны, формулы же для их определения носят ориентировочный характер, и на практике обычно задаются некоторым отношением этих добавочных потерь к основным потерям в сердечнике или увеличивают технологические коэффициенты, исходя из данных опыта. Читатель сможет самостоятельно изучить формулы для расчетов этого вида потерь по технической литературе [24].

Основные потери при нагрузке — это потери в обмотках статора и ротора

$$p_{\text{м1}} = m_1 I_1^2 r_1 \quad (5-38)$$

$$p_{\text{м2}} = m_2 I_2^2 r_2 \quad (5-39)$$

При нагрузке появляются дополнительные потери в стали, вызванные гармониками поля, обусловленными токами в пазах статора и ротора. Эти потери также разделяют на поверхностные и пульсационные, причем токи ротора вызывают потери в статоре, а токи статора — в роторе. Поверхностные потери подсчитываются по формуле

$$p_{\text{н. п}} = 0,5 p_{0 \text{ п}} \left( \frac{At}{F_0} \right)^2 \frac{k_y k_{\text{н. п}}}{k_{\text{г0}}}, \quad (5-40)$$

где  $p_{0 \text{ п}}$  — значение этих потерь при холостом ходе;  $k_{\text{н0}}$  — коэффициент, фигурирующий в формуле (5-34) для расчета поверхностных потерь при холостом ходе;  $k_y$  — коэффициент, учитывающий, уменьшение среднего объема тока в пазу при сокращении шага обмотки статора (для ротора он равен единице), определяемый по тем же формулам, что и при расчете агнитной проводимости пазового рассеяния;  $k_{\text{н. п}}$  — коэффициент поверхностных потерь при нагрузке, зависящий от отношения открытия паза к шагу:

$b_s/l$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$k_{\text{н. п}}$	0,5	0,35	0,25	0,16	0,1	0,05	0,025	0,01

При расчете потерь на поверхности ротора  $A$  принимается для статора, так же как и  $k_y$ ,  $l$ ,  $b_s$ , а  $p_{0 \text{ п}}$  — для ротора; при расчете потерь на поверхности статора — наоборот. Пульсационные потери в роторе и статоре при нагрузке изменяются пропорционально поверхностным потерям:

$$p_{\text{п. п}} = p_{0 \text{ п}} \frac{p_{\text{н. п}}}{p_{0 \text{ п}}}. \quad (5-41)$$

Добавочные потери в обмотке статора от вытеснения тока при нагрузке имеют место при всех скольжениях, так как частота статора не меняется, если привод регулируемый. Обычно добавочные потери от вытеснения тока в проводниках ротора малы во всем диапазоне изменения рабочих скольжений. Это справедливо как для обычных роторов, так и для роторов с глубоким пазом или с двойной клеткой. Исключение составляют массивные роторы, а также роторы асинхронных машин, питающихся от сети с повышенной частотой. В этих машинах даже при рабочих скольжениях частота тока в роторе  $f_2 = sf_1$  может оказаться достаточной для того, чтобы заметно изменить сопротивление стержней обмотки ротора вследствие вытеснения тока. Возникающие при этом добавочные потери будут прямо пропорциональны квадрату тока ротора и примерно пропорциональны скольжению в степени  $1/2$ , если не учитывать насыщения.

Условимся, что обозначения  $k_r$  и  $k_s$  относятся к номинальной частоте статора, т. е. соответствуют скольжению ротора, равному единице. Тогда при скольжении  $s$  коэффициенты вытеснения составят

$$k_{rs} = \alpha_s h f(\alpha_s); \quad k_{ss} = \frac{3\xi(\alpha_s)}{2\alpha_s h}$$

где  $\alpha_s$  — значение аргумента  $\alpha$  при скольжении  $s$ :

$$\alpha_s = \sqrt{\omega_1 s \mu_0 \sigma_1} / 2.$$



Добавочные потери в обмотке ротора при этом составят, если нет вытеснения в кольцах,

$$p_{мд} = m_1 i_2'^2 r_2' (k_{r2} - 1) \frac{l_{02}}{l_{02}} \frac{r_b}{r_b + r_k}. \quad (5-42)$$

В обмотке статора эти потери будут определяться по аналогичной формуле

$$p_{мд} = m_1 i_1'^2 r_1 (k_{r1} - 1), \quad (5-43)$$

где  $k_{r1}$  определяется по формуле (4-83) с учетом отношения длины сердечника к длине проводника  $e$ .

Потери в стали сердечника статора, в обмотках статора и ротора двигателя с массивным ротором рассчитываются по тем же формулам, что и двигателя с шихтованным ротором, однако для расчета поверхностных потерь необходимо учесть другие значения коэффициента  $k_0''$ . Обычно в заводской практике машины с массивным ротором с клеткой изготавливаются так, что пазы ротора имеют относительно небольшое открытые. Поэтому пульсационные потери не учитываются. Потери на поверхности массивного ротора от гармоник зубчатости при холостом ходе подсчитываются по формуле

$$p_{0 \text{ пвз}} = \frac{5,1}{\sqrt{2} p^3} |B_0 (k_{c1} - 1)|^2 D_{a2}^3 l_{12} \left( \frac{I}{50} \right)^{1,5}. \quad (5-44)$$

в при нагрузке — по формуле

$$p_{н. \text{ пвз}} = \varphi \left( \frac{\delta}{l_1} \right) A_1^2 \frac{D_{a2}^3 l_{12}}{\sqrt{2} p^3} \left( \frac{I}{50} \right)^{1,5} \cdot 10^3. \quad (5-45)$$

Здесь

$$\varphi \left( \frac{\delta}{l_1} \right) = \frac{52,5}{\sinh^2 \frac{2\pi \delta k_0}{l_1}}.$$

От гармоник НС статора на поверхности ротора могут возникать потери, которые подсчитываются по формуле

$$p_{н. \text{ пвз}} = \frac{10 \varphi(\beta)}{p^4} \left( \frac{A_1}{\delta k_0} \right)^2 D_{a2}^3 l_{12} \left( \frac{I}{50} \right)^{1,5}. \quad (5-46)$$

Здесь

$$\varphi(\beta) = 2,36 \cdot 10^4 \sum_{n=5}^{31} \frac{(n \pm 1)^{1,5}}{n^4} k_{обн}^2, \quad \text{если } m_1 = 3;$$

$$\varphi(\beta) = 2,36 \cdot 10^4 \sum_{n=11, 13, 23, 25, 35, 37, \dots} \frac{(n \pm 1)^{1,5}}{n^4} k_{обн}^2, \quad \text{если } m_1 = 6.$$

Механические потери считаются не зависящими от нагрузки, так как скольжение на большей части рабочей характеристики мелиется незначительно. В них входят потери на вентиляцию и на трение в подшипниках. Их можно подсчитать по ориентировочным полуэмпирическим формулам следующего вида, справедливым для достаточно мощных машин.

При аксиальной вентиляции с радиальными вентиляторами потери составляют

$$p_n = k_n n^2 D_{a1}^4. \quad (5-47)$$

где  $k_n$  зависит от числа пар полюсов:

$p$	1	2	3	4 и более
$k_n$	0,004	0,006	0,007	0,008

При аксиальной вентиляции и осевых вентиляторах потери, подсчитанные по формуле (5-46), уменьшаются вдвое.

При радиальной вентиляции потери подсчитываются по формуле

$$p_n = 48 p^3 (l_{11} + 0,5). \quad (5-48)$$

Если двигатель рассчитывается на повышенную частоту вращения, более 3000 об/мин, или заполняется газом под повышенным давлением, жидкостью, т. е. если среда и теплоноситель обладают повышенной плотностью и вязкостью, расчет потерь на трение ротора нужно проводить с учетом этого обстоятельства.

Тогда для синхронной скорости вращения подсчитывается коэффициент Рейнольдса в зазоре

$$Re_n = v_{окр} \delta / \nu \quad (5-49)$$

где  $v_{окр} = 2\pi r$  — окружная скорость;  $\nu$  — кинематическая вязкость среды (для воздуха при атмосферном давлении  $\nu = 19 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ).

При значении  $Re_n \leq 110 \cdot 10^3$  коэффициент трения определяется по одной из следующих формул.

Если ротор гладкий, без пазов или с закрытыми пазами,

$$C_f = \frac{3}{(Re_n - 3000)^{0,81}}. \quad (5-50)$$

Если ротор с открытыми пазами,

$$C_f = \frac{5,2}{(Re_n - 3000)^0}. \quad (5-51)$$

При  $Re_n > 110 \cdot 10^3$  независимо от типа ротора принимается

$$C_f = 1,57 \cdot 10^{-3}. \quad (5-52)$$

Потери на трение ротора при вращении в зазоре составляют

$$P_{\text{тр}} = 0,045 \gamma C_f n^3 \left( D_{a2}^4 l_{12} + D_{a2}^6 \frac{1}{4} \right) \cdot 10^{-3}, \quad (5-53)$$

где  $\gamma$  — плотность среды, в которой вращается ротор (для воздуха  $\gamma = 1,29 \text{ кг/м}^3$ ).

Потери на трение в подшипниках определяются по формуле

$$P_{\text{нд}} = 0,0207 \sqrt{G_p L_{\text{ш}}} d_{\text{ш}} n, \quad (5-54)$$

где  $G_p$  — масса ротора;  $L_{\text{ш}}$  — длина и  $d_{\text{ш}}$  — диаметр шейки вала внутри подшипника;  $n$  — частота вращения, об/мин.

Сумма потерь при данном режиме работы машины определяется по формуле

$$\Sigma P = P_{\text{ст}} + P_{0 \text{ пн1}} + P_{0 \text{ пн2}} + P_{0 \text{ пн1}} + P_{0 \text{ пн2}} + P_{\text{м1}} + P_{\text{м2}} + P_{\text{н. пн1}} + P_{\text{н. пн2}} + P_{\text{н. пн1}} + P_{\text{н. пн2}} + P_{\text{н}} + P_{\text{нд}}, \quad (5-55)$$

где сумма  $P_{\text{ст}} + P_{0 \text{ пн1}} + P_{0 \text{ пн2}} + P_{0 \text{ пн1}} + P_{0 \text{ пн2}} = P_{\text{Fe}}$  пропорциональна относительному напряжению на зажимах машины  $U_1/U_n$  в квадрате, а сумма  $P_{\text{м1}} + P_{\text{м2}} + P_{\text{н. пн1}} + P_{\text{н. пн2}} + P_{\text{н. пн1}} + P_{\text{н. пн2}} = P_{\text{Cu}}$  пропорциональна относительному току статора  $I_1/I_n$  в квадрате; сумма  $P_{\text{н}} + P_{\text{нд}} = P_{\text{мх}}$  от тока и напряжения не зависит.

Коэффициент полезного действия (в процентах)

$$\eta = \frac{P_1 - \Sigma P}{P_1} \cdot 100 = \frac{P_2}{P_1 + \Sigma P} \cdot 100. \quad (5-56)$$

### 5-3. Влияние пространственных гармоник поля и временных гармоник напряжения в установившихся режимах работы

Высшие пространственные гармонические поля в зазоре асинхронной машины создают не только дополнительные потери, но и дополнительные моменты вращения, которые накладываются на момент вращения, вызванный основной гармоникой поля, и могут ослабить или усилить его. Их иногда называют паразитными моментами вращения. Если кривая напряжения на зажимах машины содержит высшие гармоники, то каждая из них воздействует на машину, как напряжение другой частоты, т. е. способна вызвать вращающееся или пульсирующее поле. В этом поле появятся свои высшие гармонические, которые могут создавать дополнительные моменты вращения, накладывающиеся на основной момент. Вопросы расчета гармонического состава поля в обмотках разных типов рассмотрены в главе 3; здесь мы остановимся на расчете моментов вращения, вызванных высшими гармо-

никами, и на вопросах учета этих моментов при расчете характеристик машины.

Рассмотрим моменты вращения, обусловленные гармоническими поля в зазоре асинхронной машины. Если представить тангенциальное усилие, приложенное к ротору, как производную электромагнитной энергии  $W$  по координате  $r d\varphi$ , то момент вращения, равный произведению силы и радиуса, будет

$$M = - \frac{\partial W}{\partial \varphi} = - \frac{l_0 \delta}{2 \mu_0} \frac{\partial}{\partial \varphi} \int_0^{2\pi} |B_\delta(\alpha, t)|^2 d\alpha \quad (5-57)$$

В этой формуле индукция в зазоре

$$B_\delta = \frac{\mu_0}{\delta k_C} F(\alpha, t), \quad (5-58)$$

где  $F(\alpha, t)$  — геометрическая сумма НС статора и НС ротора:

$$F(\alpha, t) = F_1(\alpha, t) + F_2(\alpha, t).$$

При неподвижном статоре НС ротора зависит только от положения ротора в системе координат, связанной со статором. Дифференцируя подынтегральное выражение в (5-57), получаем

$$M = - \frac{\mu_0 l_0}{\delta} \int_0^{2\pi} [F_1(\alpha, t) + F_2(\alpha, t)]^2 \frac{\partial F_2(\alpha, t)}{\partial \varphi} d\alpha. \quad (5-59)$$

Если на статоре размещена  $m_1$ -фазная обмотка, то можно записать:

$$F_1(\alpha, t) = \sum_{v=1}^{\infty} F_{m_1, v} \sin(\omega t + v\alpha). \quad (5-60)$$

Угловая скорость гармонической порядка  $v$  по отношению к основной гармонике относительно статора составит  $\omega_v = \omega_1/v$ . При этом нужно учесть, что порядку гармоник мы приписываем знак, который определяет и знак угловой скорости. Так как при гладком якоре в поле могут присутствовать только гармоники кратности  $v = km_1 + 1$ , где  $m_1$  — число фаз обмотки, а  $k$  — положительное или отрицательное четное число, то при  $k = 0$  или  $k > 0$  гармоника имеет то же направление вращения, что и основная, т. е.  $v$  имеет знак плюс; если же  $k < 0$ , то гармоника имеет знак минус. Относительно ротора гармоника имеет скорость

$$\omega_{2v} = \frac{\omega_1}{v} - \omega_2 = \omega_1 \left[ \frac{1}{v} - (1 - s_1) \right]. \quad (5-61)$$

Эта гармоника наводит в роторе ЭДС частотой

$$f_{2v} = f_1 s_v = f_1 [1 - (1 - s_1) v],$$

которая вызывает в роторе НС вида

$$F_{2v} = \frac{\delta}{\mu_0} \sum_{\mu=1}^{\infty} B_{\mu v} \sin [\mu \alpha - (\omega_1 - v\omega_2) t - \varphi_{\mu}], \quad (5-62)$$

где  $B_{\mu v}$  — гармоника индукции в зазоре, вызываемая  $v$ -й гармоникой статорной НС  $F_{m,v}$ :

$$B_{\mu v} = \frac{\mu_0}{\delta k_C} F_{m,v}.$$

Полная результирующая НС ротора будет

$$F_2(\alpha, t) = \frac{\delta k_C}{\mu_0} \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} B_{\mu v} \sin [\mu (\alpha - \omega_2 t) - (\omega_1 - v\omega_2) t - \varphi_{\mu}]. \quad (5-63)$$

Подставив (5-63) в (5-59), получим

$$\begin{aligned} M = & -\frac{\mu_0 I_s}{\delta k_C} \left\{ \int_0^{2\pi} F_{m,v} \sin (v\alpha \pm \omega_1 t) \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} B_{\mu v} \cos [\mu (\alpha - \omega_2 t) + \right. \\ & \left. + (\omega - v\omega_2) t - \varphi_{\mu}] d\alpha + \int_0^{2\pi} \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} B_{m\mu} \sin [\mu (\alpha - \omega_2 t) - \right. \\ & \left. - (\omega - v\omega_2) t - \varphi_{\mu}] \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} B_{m\mu} \cos [\mu (\alpha - \omega_2 t) - (\omega_1 - v\omega_2) t - \varphi_{\mu}] d\alpha \right\}. \end{aligned} \quad (5-64)$$

Второй интеграл в (5-64) после интегрирования в пределах от 0 до  $2\pi$  даст нуль. Первый интеграл

$$\int_0^{2\pi} \sin m\alpha \cos (n\alpha - \varphi) d\alpha,$$

для всех  $m \neq n$  дает нуль, а для  $m = n$  дает  $\pi \sin \varphi$ .

Отсюда следует, что момент вращения возникает от взаимодействия гармоник статорного и роторного полей одного порядка  $\mu = v = p$ . Однако нужно учесть, что гармоника ротора порядка  $\mu$  может быть вызвана гармоникой статора совершенно другого порядка. Момент, можно, следовательно, записать в виде интеграла

$$\begin{aligned} M = M_p = & -\frac{\mu_0 I_s}{\delta k_C} \int_0^{2\pi} F_{m,v} \sin (p\alpha \pm \omega_1 t) \sum_{v=1}^{\infty} B_{pv} \cos [p (\alpha - \omega_2 t) - \\ & - (\omega_1 - v\omega_2) t - \varphi_{\mu}] d\alpha. \end{aligned} \quad (5-65)$$

Интегрируя и суммируя, получаем

$$M = M_p = \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} K_{vp} \sin [(p\omega_2 + \omega_1 - v\omega_2 \pm \omega_1) t + \varphi_p].$$

Здесь  $K_{vp}$  — коэффициент.

Можно заметить, что момент содержит пульсирующие и постоянные составляющие. Если исключить первые, дающие нуль за полный период, то останется постоянный момент. Аргумент синуса при этом составляет  $\varphi_p$ ; второй его член должен быть равен нулю,

$$p\omega_2 + \omega_1 - v\omega_2 \pm \omega_1 = 0.$$

Это равенство удовлетворяется в двух случаях. Во-первых, если  $p = v$ , т. е. если гармоника поля статора возбуждает гармонику поля ротора того же порядка. Дело происходит так, как если бы на статоре была обмотка с числом пар полюсов  $2v$ , а на роторе — короткозамкнутая клетка с бесконечно большим числом пазов. Тогда гармонике статорного поля  $v$  соответствовала бы такая же гармоника роторного поля, порождающая момент вращения в функции скольжения ротора в поле статорной гармоники

$$s_v = \frac{\frac{\omega_1}{v} - \omega_1 (1 - s_1)}{\omega_1/v} = 1 - v(1 - s_1) \quad (5-66)$$

Гармоники положительного порядка  $v$  являются гармониками прямого вращения, а отрицательного порядка — обратного вращения. Для первых асинхронный момент достигает максимума при скольжении, меньшем единицы, близком к величине  $s_1^* = 1 - 1/v$ , т. е. в режиме двигателя, для вторых это скольжение больше единицы, т. е. достигается в режиме электромагнитного тормоза, а на практике — в режиме реверса. Если максимальный момент от высшей гармоники поля при скольжении  $s_1^*$  будет больше, чем избыточный момент, равный разности момента вращения от основной гармоники при этом же скольжении и момента сопротивления привода, а инерция, накопленная ротором при разгоне, будет мала, то ротор может «застрять» на частоте вращения, соответствующей как показано на рис. 5-3,  $\omega_2 = \omega_1(1 - s_1^*) = \omega_1/v$ . В режиме реверса в большинстве случаев момент сопротивления способствует торможению, однако здесь также возможны застревания.

Во-вторых, возможен случай, когда гармоника порядка статорного поля возбуждает гармонику роторного поля другого порядка.

Равенство (5-65) в этом случае выполняется не при всех  $\omega_2$ , как было в предыдущем случае, а только при

$$\omega_2 = \frac{2\omega_1}{p - v},$$

где в знаменателе нужно учитывать знаки  $p$  и  $v$ , отражающие направление вращения этих гармоник относительно основной гармоники поля. Так как момент при этом возникает не при всех ча-

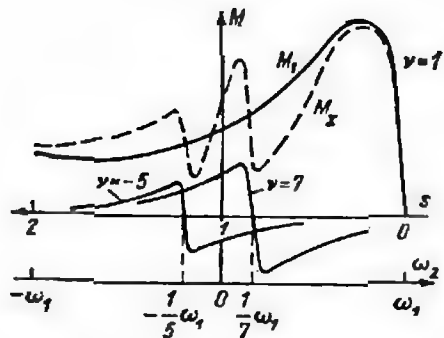


Рис. 5-3. Характеристики моментов вращения от основной, пятой и седьмой пространственных гармоник поля статора

стотах вращения ротора, а лишь при одной, то его называют синхронным моментом в отличие от предыдущего случая, когда момент называется асинхронным. Пусть гармоника статорного поля порядка  $p$  вращается относи-

тельно статора с частотой  $\omega_1/p$  и возбуждает в поле ротора гармонику порядка  $v \neq p$ . Эта гармоника в свою очередь будет вращаться относительно ротора с частотой порядка

$$\frac{1}{v} s_p \omega_1 = \frac{\omega_1}{v} [1 - p(1 - s_1)],$$

а относительно статора — с частотой порядка

$$\omega_2 \left(1 - \frac{p}{v}\right) + \frac{\omega_1}{v}.$$

Если  $\omega_2 = 2\omega_1/(p-v)$ , то предыдущее выражение превращается в  $\omega_1/v$ , т. е. гармоника роторного поля порядка  $v$  будет вращаться с синхронной скоростью по отношению к гармонике статорного поля порядка  $v$ . В их взаимодействии и состоит физическая причина возникновения синхронного момента вращения.

Из формул (5-57) — (5-64) видно, что момент вращения пропорционален произведению амплитуды магнитной индукции и амплитуды НС; следовательно, чем ниже порядок и больше пространственный период гармоники поля, тем больше вероятность возникновения существенного паразитного момента вращения в том или ином режиме. Выше мы уже отмечали (см. главу 3), что обмоточные коэффициенты можно выбрать таким образом, чтобы свести к минимуму по крайней мере две гармоники поля статора; кроме того, числом фаз и фазных зон можно регулировать гармонический состав поля обмотки статора. Труднее обстоит дело с гармоническими поля, являющимися результатом взаимодействия гармонических порядка зубчатости статора и ротора, т. е. порядка

$$\frac{z_1}{n} \pm v; \quad \frac{z_2}{n} \pm \mu; \quad \frac{z_1}{p} + \frac{z_2}{p} \pm \lambda.$$

Из этих гармоник наиболее опасными представляются те, порядок которых ниже, т. е. гармоники порядка

$$\frac{z_1}{p} \pm \frac{z_2}{p} \pm \lambda.$$

Для их возникновения необходимо, чтобы числа пазов статора и ротора отличались на целое число, кратное числу пар полюсов, т. е. числа пазов ротора вида  $z_2 = z_1 + \lambda p$  являются нежелательными ( $\lambda$  — целое, положительное или отрицательное). Однако такое ограничение, будучи жестким, вызвало бы в ряде случаев невозможность изготовления машин на существующих штампах статора и ротора или же затруднения в подборе чисел пазов многоскоростных машин с полюсно-переключаемыми обмотками и т. п. Поэтому на практике требования к числу пазов ротора ограничиваются тем, что проверяется возможный паразитный момент и та частота вращения, на которой он достигает максимума. Если эта частота лежит в диапазоне больших моментов вращения от основной гармоники поля, то опасаться застревания ротора нет оснований.

Сам по себе расчет асинхронных моментов от высших гармоник поля статора и ротора можно сделать, воспользовавшись схемой замещения для ротора, показанной на рис. 5-4. Расчет параметров ротора производится так, как если бы этот ротор был помещен в статор, имеющий  $\nu p$  пар полюсов. При этом  $\nu$ -я гармоника НС ротора будет составлять по отношению к  $\nu$ -й гармонике НС статора:

$$\frac{F_{1\nu}}{F_{1\nu}} = \frac{jx_{m\nu}}{jx_{m\nu} + jx'_{2\nu} + r'_{2\nu}/s_\nu}. \quad (5-67)$$

Так как для гармоник достаточно высокого порядка скольжение  $s_\nu$  уже велико и отношением  $r'_{2\nu}/s_\nu$  можно пренебречь, то ориентировочно, учитывая, что  $x_{m\nu}$  пропорционально  $1/\nu$ , а  $x'_{2\nu}$  пропорционально  $\nu$ , получим, что НС ротора отражает НС статора: отношение их амплитуд обратно пропорционально квадрату порядка гармоники поля. Поэтому с асинхронными моментами высокого порядка можно не считаться.

Синхронные моменты труднее поддаются оценке, однако общим соображением здесь является то, что синхронный момент снижается с увеличением его порядка, т. е. с увеличением числа пар полюсов вызвавшей его гармоники. Так как наиболее опасными являются гармоники порядка  $z_1 - z_2 \pm p$ , то на них и следует сосредоточить внимание. В обстоятельной работе С. Дреемана и Д. Ленингера [44] приводится результат расчета и экспериментальной оценки синхронных моментов вращения, возникающих в асинхронных двигателях, когда число пазов статора и ротора отличается на число, кратное  $p$ :

$$z_2 = z_1 + kp.$$

где  $k$  может быть и положительным и отрицательным. Авторы [44] разделяют провалы в кривой момента вращения, вызванные синхронным моментом, на пять порядков по величине, исходя из числа пар полюсов результирующей гармоники в зазоре. Это иллюстри-

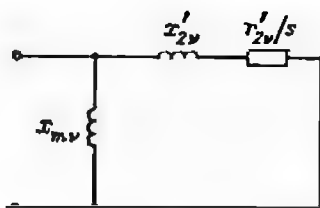


Рис. 5-4. Схема замещения для  $v$ -й гармоники поля статора

руется таблицей 5-2. Возможные провалы момента вращения показаны в табл. 5-3, где в соответствующем месте на пересечении столбца и строки стоит буква, обозначающая, в каком режиме может

быть этот провал. Буква Н означает неподвижный ротор (начало пуска или конец торможения), Д — режим двигателя и Т — режим тормоза (реверс). Особо сильные провалы кривой момента вращения обозначены жирным шрифтом. Наконец, в табл. 5-4 приведены частоты вращения ротора в долях синхронной, при которых имеют место наиболее сильные провалы кривой момента в режиме двигателя при неблагоприятном сочетании чисел пазов статора и ротора.

Таблица 5-2. Гармоники поля в зазоре и порядок амплитуд провалов в кривой момента вращения при неблагоприятных числах пазов статора и ротора  $z_1$  и  $z_2$

Порядок амплитуды провала момента	1	2	3	4	5
Число пар полюсов гармоники поля $v$	$p$	$p$	$2p$	$3p$	$5p$
Частота вращения ротора в долях синхронной $\omega_2/\omega_1$	0	$\frac{2p}{z_2}$	0	$\frac{p}{z_2}$	0
Число пазов ротора $z_2$	$z_1$	$z_1 \pm 2p$	$z_1 \pm 3p$	$z_1 \pm 4p$ $z_1 - 2p$	$z_1 \pm 5p$

Пользование таблицами 5-2 — 5-4 облегчает выбор не только числа пазов, но и типа клетки двигателя: так, при большом провале момента и неподвижном роторе можно увеличить тем или иным способом пусковой момент и избежать застревания ротора при пуске.

В главе 3 были получены выражения для амплитуд и порядков временных и пространственных гармоник  $m$ -фазной обмотки, по которой протекает ток, несинусоидально изменяющийся во времени. В табл. 3-4 приведены порядки таких гармоник и их угловые частоты вращения, отнесенные к частоте вращения основной гар-

моники поля обмотки статора. Из этих данных следует, что когда порядок временной и пространственной гармоники совпадает, эта гармоника вращается синхронно с основной и, следовательно, образует полезный вращающий момент. Наличие этих гармоник приводит только к дополнительному насыщению магнитной цепи и некоторому снижению коэффициента мощности. Все остальные гар-

Таблица 5-3. Провалы в кривой момента вращения двигателя при числе пазов ротора  $z_2 = z_1 + kp$

k	Число пар полюсов высшей гармоники по отношению к основной												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
10	Т		Д		Т		Т		Д		Т		Т
9		Н	Д	Н				Н		Н			
8	Д				Д		Д		Т		Д		Д
7	Н					Д						Д	
6					Н		Н				Н	Т	Н
5						Т			Д			Т	
4	Т		Д	Н	Т		Т		Н	Н	Т		Т
3		Н						Н			Д		Д
2	Д		Т		Д		Д		Т		Д	Д	Д
1	Н				Н	Д	Н				Н	Т	Н
0						Т						Т	
-1							Т					Т	
-2	Т		Д	Н	Т		Т		Д	Н	Т		Т
-3		Н						Н		Н		Д	Д
-4	Д		Т		Д		Д		Т		Д		Д
-5						Д						Д	
-6	Н				Н		Н				Н	Т	Н
-7						Т						Т	
-8	Т		Д	Н	Т		Т		Д	Н	Т		Т
-9		Н						Н		Н		Д	
-10	Д		Т		Д		Д		Т		Д		Д

Таблица 5-4. Частоты вращения ротора в долях основной частоты  $\omega_2/\omega_1$ , при которых наблюдаются особо сильные провалы в кривой момента двигателя при числе пазов ротора, равном  $z_2 = z_1 + kp$

k	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0		+			+			+			+
$p/z_1$	+			+			+			+	
$2p/z_1$			+						+		



k	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10
0			+			+			+	
p/z <sub>2</sub>		+			+			+		
2p/z <sub>2</sub>				+						

моники являются несинхронными и в результате образуют тормозные или ускоряющие моменты, которые эквивалентны дополнительным потерям. Прежде чем пояснить расчет этих потерь, укажем, что число несинхронных гармоник с ростом числа фаз падает, а порядок оставшихся возрастает и амплитуда их снижается. Следовательно, для повышения КПД целесообразно в разумных пределах увеличивать число фаз двигателя, питающегося от преобразователя частоты.

В пределе при бесконечно большом числе фаз все гармоники становятся синхронными и потери от них исчезают, однако на практике достаточно, по-видимому, иметь от 6 до 12 фаз при ширине фазной зоны  $\pi/m$ .

Для расчета дополнительных потерь от высших гармоник тока статора необходимо вначале определить амплитуды гармоник тока, так как при расчете двигателя, питаемого от преобразователя напряжения и частоты, обычно задаются только гармоники питающего напряжения. Для этого используется основная схема замещения, параметры которой рассчитываются для каждой временной гармоники в отдельности.

Все индуктивные сопротивления, рассчитанные ранее для основной гармоники, умножаются на порядок временной гармоники. Кроме того, коэффициенты вытеснения для токов вычисляются по формулам, в которые вместо частоты  $f$  подставляется частота  $\nu f$ . Активные и индуктивные сопротивления массивного ротора умножаются на  $\sqrt{\nu}$ . После этого определяется результирующее сопротивление рабочей и намагничивающей ветвей схемы замещения, а по этим сопротивлениям — токи ротора и статора, как если бы машина питалась от напряжения частотой  $\nu f$  и амплитудой  $U_{1\nu}$ :

$$I_{2\nu} = \frac{I'_{\nu}}{c_1} = \frac{U_{1\nu}}{\sqrt{r_{2\nu}^2 + x_{2\nu}^2}}; \quad I_{1\nu} = \frac{U_{1\nu}}{z_{\nu}} \quad (5-68)$$

момент, вызванный  $\nu$ -й гармоникой при синхронной частоте вращения,

$$M_{\nu} = \frac{m_1 (I'_{\nu})^2 r_{2\nu}}{\omega_{1\nu}} \quad (5-69)$$

и коэффициент мощности  $\nu$ -й гармонической напряжения

$$\cos \varphi_{\nu} = r_{\nu} / z_{\nu} \quad (5-70)$$

При расчете потерь, вызванных  $\nu$ -й временной гармоникой поля, нужно потери в стали умножить на отношение квадратов амплитуд  $\nu$ -й и основной гармоник напряжения, поделить на квадрат порядка  $\nu$  и рассчитать или получить на опыте удельные потери в стали при  $f_{\nu} = \nu f_1$ :

$$p_{0\nu} = 2,16 \frac{f_{\nu}}{100} + 4,9 \left( \Delta \frac{f_{\nu}}{100} \right)^2 \quad (5-71)$$

$$p_{ст\nu} = \frac{p_{0\nu}}{p_0} \left( \frac{U_{1\nu}}{\nu U_1} \right)^2 p_{ст}$$

Поверхностные и пульсационные потери в роторе и статоре также получают приведением:

$$\left. \begin{aligned} p_{0\nu\nu} &= p_{0\nu} \left( \frac{U_{1\nu}}{U_1} \right)^2 \nu^{1.5}; \\ p_{0\nu\nu} &= p_{0\nu} \left( \frac{U_{1\nu}}{U_1} \right)^2 \nu^2; \\ p_{0\nu\nu} &= p_{0\nu} \left( \frac{I_{\nu}}{I_1} \right)^2 \nu^{1.5}; \\ p_{0\nu\nu} &= p_{0\nu} \left( \frac{I_{\nu}}{I_1} \right)^2 \nu^2. \end{aligned} \right\} \quad (5-72)$$

Учесть потери от высших гармонических тока в меди статора можно, записав суммарный коэффициент Фильда в виде

$$k_r = k_{r1} + \sum_{\nu} \left( \frac{I_{\nu}}{I_1} \right)^2 + (k_{r1} - 1) \sum_{\nu} \left( \frac{I_{\nu}}{I_1} \right)^2 \varphi(\nu) \quad (5-73)$$

Значения  $\varphi(\nu)$  в зависимости от порядка гармоники и числа фаз приведены в табл. 5-5.

Потери в роторе от каждой гармонической поля статора составляют

$$p_{\nu} = m (I_{2\nu})^2 r_{2\nu} s_{\nu} \quad (5-74)$$

Таблица 5.5

m	v	k	Значения $\Phi(v)$ при $\beta$ , равном					
			$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{4}$	1,0
3	$1 \pm 6k$	1, 2, 3, ...	0,344	0,437	0,625	0,812	0,906	1,0
6	$1 \pm 6k$	1, 3, 5, ...	0,95	0,437	0,625	0,813	0,3	1,0
6	$1 \pm 12k$	0, 1, 2, ...	0,3	0,437	0,625	0,813	0,95	1,0

Дополнительные потери складываются с основными и учитываются при расчете КПД. Результирующий коэффициент мощности двигателя можно определить, воспользовавшись формулой

$$\cos \varphi = \frac{\sum_{v=1}^{\infty} \frac{U_{1v}}{U_1} I_v \cos \varphi_v}{\sqrt{\left(\sum_{v=1}^{\infty} \frac{U_{1v}}{U_1} I_v \cos \varphi_v\right)^2 + \left(\sum_{v=1}^{\infty} \frac{U_{1v}}{U_1} I_v \sin \varphi_v\right)^2}} \quad (5-75)$$

Необходимо отметить еще следующее обстоятельство. Оценка влияния несинусоидальности кривой напряжения на показатели работы двигателя становится наиболее важной при проектировании частотно-регулируемых приводов, основным элементом которых является статический преобразователь частоты. При широком регулировании частоты нужно помнить, что даже для весьма мощных машин расчет режимов работы на низких частотах желательно проводить с помощью точной схемы замещения, как указано в главе 2.

#### 5-4. Несимметричные режимы работы асинхронных машин

В процессе эксплуатации асинхронных машин могут иметь место случаи несимметрии подведенной системы напряжений, включения машины в сеть через систему сопротивлений, несимметричную по фазам, и, наконец, эксплуатация машины после ремонта с отключенными катушками в отдельных фазах, что может создавать несимметрию самой обмотки машины. Основным методом расчета токов и напряжений в этих режимах является метод симметричных составляющих в тех или иных модификациях, диктуемых удобством расчета. Общая методика расчета методом симметричных составляющих с преобразованием многофазных систем к координатам прямой, обратной и нулевой последовательности приводилась в главе 2. В практике могут встретиться следующие основные несимметричные режимы работы асинхронной машины:

работа симметричной машины с симметричными обмотками от системы напряжений, в которой имеется несимметрия; работа машины с несимметричными обмотками от симметричной системы напряжений и работа несимметричной машины от несимметричной системы напряжений. К последнему случаю можно отнести режимы работы однофазных машин. В начале рассмотрим вопрос учета несимметрии статорных обмоток.

Пусть в статорной обмотке трехфазной асинхронной машины неодинаковы числа витков в каждой из трех фаз  $A$ ,  $B$  и  $C$ , неодинаковы и обмоточные коэффициенты для основной гармоники. Примем фазу  $A$  за основную и введем два коэффициента, являющихся отношением эффективных чисел витков фаз  $B$  и  $C$  к эффективному числу витков фазы  $A$ :

$$a_{BA} = \frac{\omega_B k_{обБ}}{\omega_A k_{обА}}; \quad a_{CA} = -\frac{\omega_C k_{обС}}{\omega_A k_{обА}}.$$

Тогда матрицы перехода от системы фазных токов  $i_A, i_B, i_C$  к системе токов прямой, обратной и нулевой последовательности  $i_+, i_-, i_0$  будут выглядеть следующим образом

$$\begin{bmatrix} i_+ \\ i_- \\ i_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & e_{i+} \frac{a_{BA}}{3} & e_{i-} \frac{a_{CA}}{3} \\ \frac{1}{3} & e_{i-} \frac{a_{BA}}{3} & e_{i+} \frac{a_{CA}}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{a_{BA}}{3} & \frac{a_{CA}}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_+ \\ i_- \\ i_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{e_{i-}}{a_{BA}} & \frac{e_{i+}}{a_{BA}} & \frac{1}{a_{BA}} \\ \frac{e_{i+}}{a_{CA}} & \frac{e_{i-}}{a_{CA}} & \frac{1}{a_{CA}} \end{bmatrix} \quad (5-76)$$

Здесь  $e_{i+}$  — оператор поворота на угол  $2\pi/m$  в прямом направлении;  $e_{i-}$  — оператор поворота на угол  $2\pi/m$  в обратном направлении;  $m$  — число фаз (в данном случае  $m = 3$ ).

Если из результатов расчета несимметричного режима нам известны фазные токи  $i_A, i_B$  и  $i_C$ , то симметричные их составляющие для несимметричной системы обмоток определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} i_+ &= \frac{1}{3} (i_A + i_B e_{i+} a_{BA} + i_C e_{i-} a_{CA}); \\ i_- &= \frac{1}{3} (i_A + i_B e_{i-} a_{BA} + i_C e_{i+} a_{CA}); \\ i_0 &= \frac{1}{3} (i_A + a_{BA} i_B + a_{CA} i_C). \end{aligned} \quad (5-77)$$

а механический момент вращения можно найти по формуле

$$M_1 = \frac{m_1 p}{2\pi f} (I_+^2 r_+ - I_-^2 r_-), \quad (5-78)$$

где

$$\left. \begin{aligned} r_+ &= \operatorname{Re} Z_+; \quad r_- = \operatorname{Re} Z_-; \\ Z_+ &= \frac{1}{\frac{1}{Z_{2s+}} + \frac{1}{jx_m}}; \quad Z_- = \frac{1}{\frac{1}{Z_{2s-}} + \frac{1}{jx_m}}; \\ Z_{2s+} &= \frac{r_2'}{s} + jx_2'; \quad Z_{2s-} = \frac{r_2'}{2-s} + jx_2'. \end{aligned} \right\} \quad (5-79)$$

Основной задачей, стало быть, является определение самих фазных токов или их симметричных составляющих. Здесь можно использовать два подхода. Во-первых, найти симметричные составляющие фазных напряжений и симметричные составляющие системы полных сопротивлений, в результате чего сразу получаются симметричные составляющие токов. Во-вторых, можно определять фазные токи, воспользовавшись уравнениями для контурных токов или уравнениями Кирхгофа по конкретной схеме включения обмоток.

Как первый, так и второй способ находит применение на практике [20, 32]. Если использовать уравнения для фазных токов, собственные и взаимные сопротивления отдельных фаз, то нужно ввести сопротивления

$$\left. \begin{aligned} Z_\sigma &= \frac{Z_+ + Z_-}{3}; \quad Z_\alpha = \frac{e_{j+} Z_+ + e_{j-} Z_-}{3}; \\ Z_\beta &= \frac{e_{j+} Z_- + e_{j-} Z_+}{3}. \end{aligned} \right\} \quad (5-80)$$

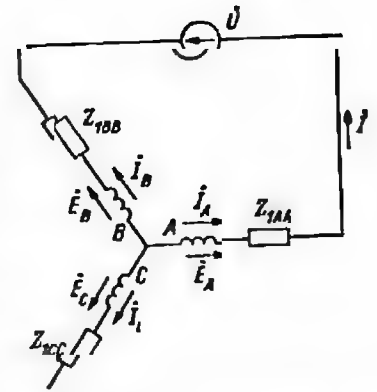
Тогда получим выражения для собственных и взаимных полных сопротивлений фаз, обусловленных потоком в зазоре:

$$\left. \begin{aligned} Z_{AA} &= Z_\sigma; \quad Z_{BB} = a_{BA}^2 Z_\sigma; \quad Z_{CC} = a_{CA}^2 Z_\sigma; \\ Z_{AB} &= a_{BA} Z_\alpha; \quad Z_{BA} = a_{AB} Z_\beta; \quad Z_{AC} = a_{CA} Z_\beta; \\ Z_{CA} &= a_{CA} Z_\alpha; \quad Z_{BC} = a_{BA} a_{CA} Z_\alpha; \quad Z_{CB} = a_{BA} a_{CA} Z_\beta. \end{aligned} \right\} \quad (5-81)$$

Относительно фазных токов и этих сопротивлений справедливы уравнения для ЭДС каждой фазы, наводимой потоком в зазоре:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_A &= Z_{AA} \dot{I}_A + Z_{AB} \dot{I}_B + Z_{AC} \dot{I}_C; \\ \dot{E}_B &= Z_{BA} \dot{I}_A + Z_{BB} \dot{I}_B + Z_{BC} \dot{I}_C; \\ \dot{E}_C &= Z_{CA} \dot{I}_A + Z_{CB} \dot{I}_B + Z_{CC} \dot{I}_C. \end{aligned} \right\} \quad (5-82)$$

Рис. 5-5. К расчету несимметричных режимов асинхронной машины



Если теперь представить систему обмоток машины, включенной на несимметричное напряжение, как, например, показано на рис. 5-5, заменив падения напряжений на сопротивлениях фаз, обусловленных полем в зазоре, электродвижущими силами  $\dot{E}_A$ ,  $\dot{E}_B$  и  $\dot{E}_C$ , включенными встречно приложенному напряжению, а индуктивные сопротивления рассеяния и активные сопротивления обмоток статора (в общем случае тоже несимметричные) объединить с внешними сопротивлениями, включенными в фазы А, В и С, обозначив их  $Z_{1AA}$ ,  $Z_{1BB}$ ,  $Z_{1CC}$ , то для схемы на рис. 5-5 можно составить нужное число уравнений Кирхгофа:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \dot{I}_A Z_{1AA} + \dot{E}_A - \dot{I}_B Z_{1BB} - \dot{E}_B; \\ \dot{I}_C &= 0; \quad \dot{I}_A = -\dot{I}_B. \end{aligned} \right\} \quad (5-83)$$

Решая эти уравнения, получаем

$$\dot{I}_A = -\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_1}{Z_{1AA} + Z_{1BB} + Z_{AA} + Z_{BB} - Z_{AB} - Z_{BA}},$$

после чего несложно определить момент по формуле (5-78).

Описанный выше прием легко распространить на произвольное число фаз  $m$ , введя оператор поворота в виде

$$e_{j+} = e^{j2\pi/m}; \quad e_{j-} = e^{-j2\pi/m}$$

и вычисляя сопротивления по формулам:

$$\left. \begin{aligned} Z_{\sigma} &= \frac{1}{m} (Z_+ + Z_-); \quad Z_{\alpha} = \frac{1}{m} (Z_+ e_{j+} + Z_- e_{j-}); \\ Z_{\alpha} &= \frac{1}{m} (Z_+ e_{j+}^2 + Z_- e_{j-}^2); \quad Z_{\alpha} = \frac{1}{m} (Z_+ e_{j+}^3 + Z_- e_{j-}^3); \quad \dots; \\ Z_{\alpha, m-1} &= \frac{1}{m} (Z_+ e_{j+}^{m-1} + Z_- e_{j-}^{m-1}). \end{aligned} \right\}$$

Собственные и взаимные сопротивления отдельных фаз определяются формулами

$$\left. \begin{aligned} Z_{11} &= Z_{\sigma}; \quad Z_{12} = a_2 Z_{\alpha}; \\ Z_{13} &= a_3 Z_{\alpha}; \quad \dots; \quad Z_{1m} = a_m Z_{\alpha, m-1}; \end{aligned} \right\}$$

$$Z_{21} = a_2 Z_{e, m-1}; \quad Z_{22} = a_2^2 Z_{e0}; \quad Z_{23} = a_2 a_3 Z_{e1}; \quad \dots; \quad Z_{2m} = a_2 a_m Z_{e, m-1};$$

$$\dots$$

$$Z_{m1} = a_m Z_{e1}; \quad Z_{m2} = a_2 a_m Z_{e2}; \quad Z_{m3} = a_3 a_m Z_{e3}; \quad \dots; \quad Z_{m, m-1} =$$

$$= a_{m-1} a_m Z_{e0},$$

где  $a_k$  — отношение эффективного числа витков данной  $k$ -й фазы к числу витков первой. Уравнения (5-82) запишутся в обобщенном виде

$$E_i = Z_{ik} I_k,$$

где  $E_i$  — матрица-столбец ЭДС,  $Z_{ik}$  — квадратная матрица собственных и взаимных сопротивлений и  $I_k$  — матрица-строка токов.

По аналогии со случаем трех фаз можно составить достаточное число уравнений Кирхгофа для токов, ЭДС и внешних напряжений, найти фазные токи, а по ним токи прямой, обратной и нулевой последовательности:

$$I_+ = \frac{1}{m} (I_1 + a_2 I_2 e_{i+} + a_3 I_3 e_{i+}^2 + \dots + a_m I_m e_{i+}^{m-1});$$

$$I_- = \frac{1}{m} (I_1 + a_2 I_2 e_{i-} + a_3 I_3 e_{i-}^2 + \dots + a_m I_m e_{i-}^{m-1}); \quad (5-84)$$

$$I_0 = \frac{1}{m} (I_1 + a_2 I_2 + a_3 I_3 + \dots + a_m I_m).$$

с помощью которых определить момент вращения в данном режиме.

В приведенных выше рассуждениях не учитывалась угловая несимметрия обмоток статора, которая, естественно, тоже может иметь место. Допустим, что в результате отключения части катушек изменилось не только число витков, но и угловое расположение осей отдельных фаз, как показано на рис. 5-6. Пусть угол  $\mu_{AB}$  составляет не  $120^\circ$ , а  $115^\circ$  и угол  $\mu_{AC} = 239^\circ$  вместо  $240^\circ$ . Тогда примем, что обмотка машины состоит из 360 фаз с фазовым углом  $1^\circ$ , из которых три являются действительными, а остальные 357 — воображаемыми, фиктивными. Пересчитаем параметры, связанные с вторичной цепью схемы замещения на 360 фаз, т. е. умножим  $r_2'$ ,  $x_2'$  и  $x_m$  на отношение  $360/3$ . Введем оператор поворота на единичный фазовый угол  $e_1 = e^{j2\pi/360}$ . Тогда операторы поворота при переходе от одной действительной фазы к другой будут иметь вид:

$$e^{j\mu_{AB}} = e_{AB}; \quad e^{j(360-\mu_{AB})} = e_{BA};$$

$$e^{j\mu_{AC}} = e_{AC}; \quad e^{j(360-\mu_{AC})} = e_{CA};$$

$$e^{j\mu_{BC}} = e_{BC}; \quad e^{j(360-\mu_{BC})} = e_{CB}.$$

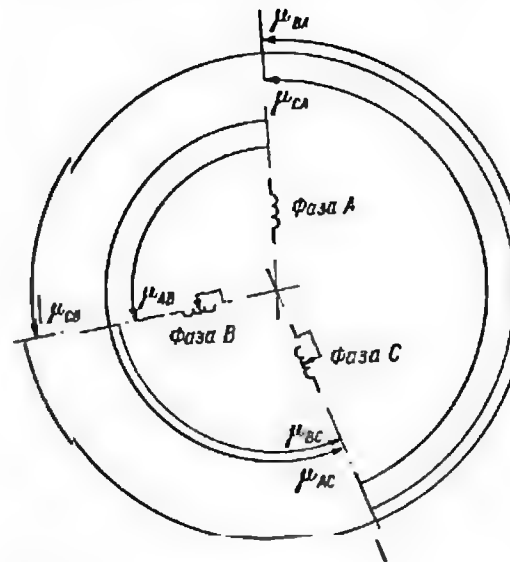


Рис. 5-6. Учет угловой несимметрии фазных обмоток

Собственные и взаимные полные сопротивления действительных фаз будут рассчитываться по следующим формулам:

$$Z_{AA} = \frac{1}{360} (Z_+ + Z_-);$$

$$Z_{BB} = a_{BA}^2 Z_{AA}; \quad Z_{CC} = a_{CA}^2 Z_{AA};$$

$$Z_{AB} = \frac{a_{BA}}{360} (e_{AB} Z_+ + e_{BA} Z_-);$$

$$Z_{BA} = \frac{a_{BA}}{360} (e_{BA} Z_+ + e_{AB} Z_-);$$

$$Z_{AC} = \frac{a_{CA}}{360} (e_{AC} Z_+ + e_{CA} Z_-);$$

$$Z_{CA} = \frac{a_{CA}}{360} (e_{CA} Z_+ + e_{AC} Z_-);$$

$$Z_{BC} = \frac{a_{BA} a_{CA}}{360} (e_{BC} Z_+ + e_{CB} Z_-);$$

$$Z_{CB} = \frac{a_{BA} a_{CA}}{360} (e_{CB} Z_+ + e_{BC} Z_-);$$

Для 360-фазной машины по формулам (5-78) и (5-84), приведенным выше, находим  $i_+$ ,  $i_-$ , электромагнитный момент и мощность:

$$i_+ = \frac{1}{360} (i_A + i_{BA} e^{j\mu_{AB}} + i_{CA} e^{j\mu_{AC}});$$

$$i_- = \frac{1}{360} (i_A + i_{BA} e^{j\mu_{BA}} + i_{CA} e^{j\mu_{CA}});$$

$$M = \frac{360p}{2\pi f} (I_+^2 r_+ - I_-^2 r_-);$$

$$P_2 = M \omega_2 / p.$$

Естественно, что число фиктивных фаз, а следовательно, и громоздкость вычислений будет определяться исключительно точностью определения взаимного расположения фаз: если эта точность допускает погрешность до  $10^\circ$ , то достаточно 36 фаз, если же требуется учесть фазовый сдвиг с точностью до  $0,1^\circ$ , то потребуется 3600 фиктивных фаз и т. п. Во многих практических случаях достаточная точность достигается вообще без учета угловой несимметрии фаз.

### 5-5. Математическое обеспечение расчета установившихся режимов работы

Обычно математическое обеспечение расчетов, т. е. алгоритмы и комплексы прикладных программ, применяемых различными фирмами для электромагнитных и электромеханических расчетов асинхронных машин, определяется возможностями применяемых ЭВМ, характером продукции и даже пристрастиями разработчиков. Поэтому, не ставя задачи дать исчерпывающие рекомендации, мы, приводя в главе 2 примеры программ расчета переходных процессов асинхронных машин, рассматривали их только как возможные примеры реализации. В качестве таких примеров ниже приводятся программы HAKAKT и THEVEN (прогр. 5-1, 5-2), с помощью которых, задавая параметры схем замещения, можно определить характеристики машины в симметричном режиме при различных параметрах источника питания.

Аналогичным примером математического обеспечения расчета несимметричного режима являются программы ASTRE, ASZVE и TASTRE.

На рис. 5-7 и 5-8 представлены различные варианты цепей, компонентом которых является трехфазная асинхронная машина. Фазы статорной обмотки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  смещены относительно друг друга на  $120^\circ$ , но в общем случае имеют разные числа витков. Число витков фазы  $A$  принимается неизменным (ненулевым), а отношения эффективных витков фаз  $B$  и  $C$  к эффективному числу витков фазы

### Расчет рабочих характеристик асинхронной машины по уточненным формулам с учетом комплексного характера коэффициента рассеяния $C_1$

Задаются: напряжение  $U_1$ , частота  $f$ , число фаз  $m_1$ , параметры обмоток статора и ротора  $r_1$ ,  $x_1$ ,  $r_2$ ,  $x_2$ ,  $x_m$  определяются: скольжение, мощность, ток статора и ротора, коэффициент мощности и КПД

```

PROGRAM HAKAKT
REAL U1, I2, MM, M
INTEGER P
COMPLEX I1, Z2S, I
TYPE *, 'ВВЕДИТЕ ЗНАЧЕНИЕ M1 [ЦЕЛОЕ ЧИСЛО]'
ACCEPT 3, M1
FORMAT (I2)
TYPE *, 'ВВЕДИТЕ ЗНАЧЕНИЕ U1'
ACCEPT 4, U1
FORMAT (F12, 5)
TYPE *, 'ВВЕДИТЕ ЗНАЧЕНИЕ F'
ACCEPT 4, F
TYPE *, 'ВВЕДИТЕ ЗНАЧЕНИЕ P [ЦЕЛОЕ ЧИСЛО]'
ACCEPT 3, P
TYPE *, 'ВВЕДИТЕ ЗНАЧЕНИЕ R1'
ACCEPT 4, R1
TYPE *, 'ВВЕДИТЕ ЗНАЧЕНИЕ X1'
ACCEPT 4, X1
TYPE *, 'ВВЕДИТЕ ЗНАЧЕНИЕ R2'
ACCEPT 4, R2
TYPE *, 'ВВЕДИТЕ ЗНАЧЕНИЕ X2'
ACCEPT 4, X2
TYPE *, 'ВВЕДИТЕ ЗНАЧЕНИЕ RM'
ACCEPT 4, RM
TYPE *, 'ВВЕДИТЕ ЗНАЧЕНИЕ XM'
ACCEPT 4, XM
ZM=CMPLX(RM, XM)
J1=(0., 1.)
F1=3.14159
PRINT *, 'РАСЧЕТ ПО ПРОГРАММЕ "HAKAKT"'
PRINT *, 'ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ: U1=', U1, 'F=', F
PRINT *, 'P1=', P1, 'M1=', M1, 'R1=', R1, 'X1=', X1
PRINT *, 'R2=', R2, 'X2=', X2, 'RM=', RM, 'XM=', XM
PRINT *, 'РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА:'
PRINT 10
FORMAT (3X, 'СКОЛЬЖЕНИЕ', 3X, 6HM (I1), 3X, 6HP2 (I1), 1X, 4HA, 'FACTOR U1',
2X, 6H11 (A1), 3X, 6H12 (A1), 3X, 6H13 (A1), 3X, 6H14 (A1), 3X, 6H15 (A1), 3X, 6H16 (A1), 3X, 6H17 (A1), 3X, 6H18 (A1), 3X, 6H19 (A1), 3X, 6H20 (A1), 3X, 6H21 (A1), 3X, 6H22 (A1), 3X, 6H23 (A1), 3X, 6H24 (A1), 3X, 6H25 (A1), 3X, 6H26 (A1), 3X, 6H27 (A1), 3X, 6H28 (A1), 3X, 6H29 (A1), 3X, 6H30 (A1), 3X, 6H31 (A1), 3X, 6H32 (A1), 3X, 6H33 (A1), 3X, 6H34 (A1), 3X, 6H35 (A1), 3X, 6H36 (A1), 3X, 6H37 (A1), 3X, 6H38 (A1), 3X, 6H39 (A1), 3X, 6H40 (A1), 3X, 6H41 (A1), 3X, 6H42 (A1), 3X, 6H43 (A1), 3X, 6H44 (A1), 3X, 6H45 (A1), 3X, 6H46 (A1), 3X, 6H47 (A1), 3X, 6H48 (A1), 3X, 6H49 (A1), 3X, 6H50 (A1), 3X, 6H51 (A1), 3X, 6H52 (A1), 3X, 6H53 (A1), 3X, 6H54 (A1), 3X, 6H55 (A1), 3X, 6H56 (A1), 3X, 6H57 (A1), 3X, 6H58 (A1), 3X, 6H59 (A1), 3X, 6H60 (A1), 3X, 6H61 (A1), 3X, 6H62 (A1), 3X, 6H63 (A1), 3X, 6H64 (A1), 3X, 6H65 (A1), 3X, 6H66 (A1), 3X, 6H67 (A1), 3X, 6H68 (A1), 3X, 6H69 (A1), 3X, 6H70 (A1), 3X, 6H71 (A1), 3X, 6H72 (A1), 3X, 6H73 (A1), 3X, 6H74 (A1), 3X, 6H75 (A1), 3X, 6H76 (A1), 3X, 6H77 (A1), 3X, 6H78 (A1), 3X, 6H79 (A1), 3X, 6H80 (A1), 3X, 6H81 (A1), 3X, 6H82 (A1), 3X, 6H83 (A1), 3X, 6H84 (A1), 3X, 6H85 (A1), 3X, 6H86 (A1), 3X, 6H87 (A1), 3X, 6H88 (A1), 3X, 6H89 (A1), 3X, 6H90 (A1), 3X, 6H91 (A1), 3X, 6H92 (A1), 3X, 6H93 (A1), 3X, 6H94 (A1), 3X, 6H95 (A1), 3X, 6H96 (A1), 3X, 6H97 (A1), 3X, 6H98 (A1), 3X, 6H99 (A1), 3X, 6H100 (A1), 3X, 6H101 (A1), 3X, 6H102 (A1), 3X, 6H103 (A1), 3X, 6H104 (A1), 3X, 6H105 (A1), 3X, 6H106 (A1), 3X, 6H107 (A1), 3X, 6H108 (A1), 3X, 6H109 (A1), 3X, 6H110 (A1), 3X, 6H111 (A1), 3X, 6H112 (A1), 3X, 6H113 (A1), 3X, 6H114 (A1), 3X, 6H115 (A1), 3X, 6H116 (A1), 3X, 6H117 (A1), 3X, 6H118 (A1), 3X, 6H119 (A1), 3X, 6H120 (A1), 3X, 6H121 (A1), 3X, 6H122 (A1), 3X, 6H123 (A1), 3X, 6H124 (A1), 3X, 6H125 (A1), 3X, 6H126 (A1), 3X, 6H127 (A1), 3X, 6H128 (A1), 3X, 6H129 (A1), 3X, 6H130 (A1), 3X, 6H131 (A1), 3X, 6H132 (A1), 3X, 6H133 (A1), 3X, 6H134 (A1), 3X, 6H135 (A1), 3X, 6H136 (A1), 3X, 6H137 (A1), 3X, 6H138 (A1), 3X, 6H139 (A1), 3X, 6H140 (A1), 3X, 6H141 (A1), 3X, 6H142 (A1), 3X, 6H143 (A1), 3X, 6H144 (A1), 3X, 6H145 (A1), 3X, 6H146 (A1), 3X, 6H147 (A1), 3X, 6H148 (A1), 3X, 6H149 (A1), 3X, 6H150 (A1), 3X, 6H151 (A1), 3X, 6H152 (A1), 3X, 6H153 (A1), 3X, 6H154 (A1), 3X, 6H155 (A1), 3X, 6H156 (A1), 3X, 6H157 (A1), 3X, 6H158 (A1), 3X, 6H159 (A1), 3X, 6H160 (A1), 3X, 6H161 (A1), 3X, 6H162 (A1), 3X, 6H163 (A1), 3X, 6H164 (A1), 3X, 6H165 (A1), 3X, 6H166 (A1), 3X, 6H167 (A1), 3X, 6H168 (A1), 3X, 6H169 (A1), 3X, 6H170 (A1), 3X, 6H171 (A1), 3X, 6H172 (A1), 3X, 6H173 (A1), 3X, 6H174 (A1), 3X, 6H175 (A1), 3X, 6H176 (A1), 3X, 6H177 (A1), 3X, 6H178 (A1), 3X, 6H179 (A1), 3X, 6H180 (A1), 3X, 6H181 (A1), 3X, 6H182 (A1), 3X, 6H183 (A1), 3X, 6H184 (A1), 3X, 6H185 (A1), 3X, 6H186 (A1), 3X, 6H187 (A1), 3X, 6H188 (A1), 3X, 6H189 (A1), 3X, 6H190 (A1), 3X, 6H191 (A1), 3X, 6H192 (A1), 3X, 6H193 (A1), 3X, 6H194 (A1), 3X, 6H195 (A1), 3X, 6H196 (A1), 3X, 6H197 (A1), 3X, 6H198 (A1), 3X, 6H199 (A1), 3X, 6H200 (A1), 3X, 6H201 (A1), 3X, 6H202 (A1), 3X, 6H203 (A1), 3X, 6H204 (A1), 3X, 6H205 (A1), 3X, 6H206 (A1), 3X, 6H207 (A1), 3X, 6H208 (A1), 3X, 6H209 (A1), 3X, 6H210 (A1), 3X, 6H211 (A1), 3X, 6H212 (A1), 3X, 6H213 (A1), 3X, 6H214 (A1), 3X, 6H215 (A1), 3X, 6H216 (A1), 3X, 6H217 (A1), 3X, 6H218 (A1), 3X, 6H219 (A1), 3X, 6H220 (A1), 3X, 6H221 (A1), 3X, 6H222 (A1), 3X, 6H223 (A1), 3X, 6H224 (A1), 3X, 6H225 (A1), 3X, 6H226 (A1), 3X, 6H227 (A1), 3X, 6H228 (A1), 3X, 6H229 (A1), 3X, 6H230 (A1), 3X, 6H231 (A1), 3X, 6H232 (A1), 3X, 6H233 (A1), 3X, 6H234 (A1), 3X, 6H235 (A1), 3X, 6H236 (A1), 3X, 6H237 (A1), 3X, 6H238 (A1), 3X, 6H239 (A1), 3X, 6H240 (A1), 3X, 6H241 (A1), 3X, 6H242 (A1), 3X, 6H243 (A1), 3X, 6H244 (A1), 3X, 6H245 (A1), 3X, 6H246 (A1), 3X, 6H247 (A1), 3X, 6H248 (A1), 3X, 6H249 (A1), 3X, 6H250 (A1), 3X, 6H251 (A1), 3X, 6H252 (A1), 3X, 6H253 (A1), 3X, 6H254 (A1), 3X, 6H255 (A1), 3X, 6H256 (A1), 3X, 6H257 (A1), 3X, 6H258 (A1), 3X, 6H259 (A1), 3X, 6H260 (A1), 3X, 6H261 (A1), 3X, 6H262 (A1), 3X, 6H263 (A1), 3X, 6H264 (A1), 3X, 6H265 (A1), 3X, 6H266 (A1), 3X, 6H267 (A1), 3X, 6H268 (A1), 3X, 6H269 (A1), 3X, 6H270 (A1), 3X, 6H271 (A1), 3X, 6H272 (A1), 3X, 6H273 (A1), 3X, 6H274 (A1), 3X, 6H275 (A1), 3X, 6H276 (A1), 3X, 6H277 (A1), 3X, 6H278 (A1), 3X, 6H279 (A1), 3X, 6H280 (A1), 3X, 6H281 (A1), 3X, 6H282 (A1), 3X, 6H283 (A1), 3X, 6H284 (A1), 3X, 6H285 (A1), 3X, 6H286 (A1), 3X, 6H287 (A1), 3X, 6H288 (A1), 3X, 6H289 (A1), 3X, 6H290 (A1), 3X, 6H291 (A1), 3X, 6H292 (A1), 3X, 6H293 (A1), 3X, 6H294 (A1), 3X, 6H295 (A1), 3X, 6H296 (A1), 3X, 6H297 (A1), 3X, 6H298 (A1), 3X, 6H299 (A1), 3X, 6H300 (A1), 3X, 6H301 (A1), 3X, 6H302 (A1), 3X, 6H303 (A1), 3X, 6H304 (A1), 3X, 6H305 (A1), 3X, 6H306 (A1), 3X, 6H307 (A1), 3X, 6H308 (A1), 3X, 6H309 (A1), 3X, 6H310 (A1), 3X, 6H311 (A1), 3X, 6H312 (A1), 3X, 6H313 (A1), 3X, 6H314 (A1), 3X, 6H315 (A1), 3X, 6H316 (A1), 3X, 6H317 (A1), 3X, 6H318 (A1), 3X, 6H319 (A1), 3X, 6H320 (A1), 3X, 6H321 (A1), 3X, 6H322 (A1), 3X, 6H323 (A1), 3X, 6H324 (A1), 3X, 6H325 (A1), 3X, 6H326 (A1), 3X, 6H327 (A1), 3X, 6H328 (A1), 3X, 6H329 (A1), 3X, 6H330 (A1), 3X, 6H331 (A1), 3X, 6H332 (A1), 3X, 6H333 (A1), 3X, 6H334 (A1), 3X, 6H335 (A1), 3X, 6H336 (A1), 3X, 6H337 (A1), 3X, 6H338 (A1), 3X, 6H339 (A1), 3X, 6H340 (A1), 3X, 6H341 (A1), 3X, 6H342 (A1), 3X, 6H343 (A1), 3X, 6H344 (A1), 3X, 6H345 (A1), 3X, 6H346 (A1), 3X, 6H347 (A1), 3X, 6H348 (A1), 3X, 6H349 (A1), 3X, 6H350 (A1), 3X, 6H351 (A1), 3X, 6H352 (A1), 3X, 6H353 (A1), 3X, 6H354 (A1), 3X, 6H355 (A1), 3X, 6H356 (A1), 3X, 6H357 (A1), 3X, 6H358 (A1), 3X, 6H359 (A1), 3X, 6H360 (A1), 3X, 6H361 (A1), 3X, 6H362 (A1), 3X, 6H363 (A1), 3X, 6H364 (A1), 3X, 6H365 (A1), 3X, 6H366 (A1), 3X, 6H367 (A1), 3X, 6H368 (A1), 3X, 6H369 (A1), 3X, 6H370 (A1), 3X, 6H371 (A1), 3X, 6H372 (A1), 3X, 6H373 (A1), 3X, 6H374 (A1), 3X, 6H375 (A1), 3X, 6H376 (A1), 3X, 6H377 (A1), 3X, 6H378 (A1), 3X, 6H379 (A1), 3X, 6H380 (A1), 3X, 6H381 (A1), 3X, 6H382 (A1), 3X, 6H383 (A1), 3X, 6H384 (A1), 3X, 6H385 (A1), 3X, 6H386 (A1), 3X, 6H387 (A1), 3X, 6H388 (A1), 3X, 6H389 (A1), 3X, 6H390 (A1), 3X, 6H391 (A1), 3X, 6H392 (A1), 3X, 6H393 (A1), 3X, 6H394 (A1), 3X, 6H395 (A1), 3X, 6H396 (A1), 3X, 6H397 (A1), 3X, 6H398 (A1), 3X, 6H399 (A1), 3X, 6H400 (A1), 3X, 6H401 (A1), 3X, 6H402 (A1), 3X, 6H403 (A1), 3X, 6H404 (A1), 3X, 6H405 (A1), 3X, 6H406 (A1), 3X, 6H407 (A1), 3X, 6H408 (A1), 3X, 6H409 (A1), 3X, 6H410 (A1), 3X, 6H411 (A1), 3X, 6H412 (A1), 3X, 6H413 (A1), 3X, 6H414 (A1), 3X, 6H415 (A1), 3X, 6H416 (A1), 3X, 6H417 (A1), 3X, 6H418 (A1), 3X, 6H419 (A1), 3X, 6H420 (A1), 3X, 6H421 (A1), 3X, 6H422 (A1), 3X, 6H423 (A1), 3X, 6H424 (A1), 3X, 6H425 (A1), 3X, 6H426 (A1), 3X, 6H427 (A1), 3X, 6H428 (A1), 3X, 6H429 (A1), 3X, 6H430 (A1), 3X, 6H431 (A1), 3X, 6H432 (A1), 3X, 6H433 (A1), 3X, 6H434 (A1), 3X, 6H435 (A1), 3X, 6H436 (A1), 3X, 6H437 (A1), 3X, 6H438 (A1), 3X, 6H439 (A1), 3X, 6H440 (A1), 3X, 6H441 (A1), 3X, 6H442 (A1), 3X, 6H443 (A1), 3X, 6H444 (A1), 3X, 6H445 (A1), 3X, 6H446 (A1), 3X, 6H447 (A1), 3X, 6H448 (A1), 3X, 6H449 (A1), 3X, 6H450 (A1), 3X, 6H451 (A1), 3X, 6H452 (A1), 3X, 6H453 (A1), 3X, 6H454 (A1), 3X, 6H455 (A1), 3X, 6H456 (A1), 3X, 6H457 (A1), 3X, 6H458 (A1), 3X, 6H459 (A1), 3X, 6H460 (A1), 3X, 6H461 (A1), 3X, 6H462 (A1), 3X, 6H463 (A1), 3X, 6H464 (A1), 3X, 6H465 (A1), 3X, 6H466 (A1), 3X, 6H467 (A1), 3X, 6H468 (A1), 3X, 6H469 (A1), 3X, 6H470 (A1), 3X, 6H471 (A1), 3X, 6H472 (A1), 3X, 6H473 (A1), 3X, 6H474 (A1), 3X, 6H475 (A1), 3X, 6H476 (A1), 3X, 6H477 (A1), 3X, 6H478 (A1), 3X, 6H479 (A1), 3X, 6H480 (A1), 3X, 6H481 (A1), 3X, 6H482 (A1), 3X, 6H483 (A1), 3X, 6H484 (A1), 3X, 6H485 (A1), 3X, 6H486 (A1), 3X, 6H487 (A1), 3X, 6H488 (A1), 3X, 6H489 (A1), 3X, 6H490 (A1), 3X, 6H491 (A1), 3X, 6H492 (A1), 3X, 6H493 (A1), 3X, 6H494 (A1), 3X, 6H495 (A1), 3X, 6H496 (A1), 3X, 6H497 (A1), 3X, 6H498 (A1), 3X, 6H499 (A1), 3X, 6H500 (A1), 3X, 6H501 (A1), 3X, 6H502 (A1), 3X, 6H503 (A1), 3X, 6H504 (A1), 3X, 6H505 (A1), 3X, 6H506 (A1), 3X, 6H507 (A1), 3X, 6H508 (A1), 3X, 6H509 (A1), 3X, 6H510 (A1), 3X, 6H511 (A1), 3X, 6H512 (A1), 3X, 6H513 (A1), 3X, 6H514 (A1), 3X, 6H515 (A1), 3X, 6H516 (A1), 3X, 6H517 (A1), 3X, 6H518 (A1), 3X, 6H519 (A1), 3X, 6H520 (A1), 3X, 6H521 (A1), 3X, 6H522 (A1), 3X, 6H523 (A1), 3X, 6H524 (A1), 3X, 6H525 (A1), 3X, 6H526 (A1), 3X, 6H527 (A1), 3X, 6H528 (A1), 3X, 6H529 (A1), 3X, 6H530 (A1), 3X, 6H531 (A1), 3X, 6H532 (A1), 3X, 6H533 (A1), 3X, 6H534 (A1), 3X, 6H535 (A1), 3X, 6H536 (A1), 3X, 6H537 (A1), 3X, 6H538 (A1), 3X, 6H539 (A1), 3X, 6H540 (A1), 3X, 6H541 (A1), 3X, 6H542 (A1), 3X, 6H543 (A1), 3X, 6H544 (A1), 3X, 6H545 (A1), 3X, 6H546 (A1), 3X, 6H547 (A1), 3X, 6H548 (A1), 3X, 6H549 (A1), 3X, 6H550 (A1), 3X, 6H551 (A1), 3X, 6H552 (A1), 3X, 6H553 (A1), 3X, 6H554 (A1), 3X, 6H555 (A1), 3X, 6H556 (A1), 3X, 6H557 (A1), 3X, 6H558 (A1), 3X, 6H559 (A1), 3X, 6H560 (A1), 3X, 6H561 (A1), 3X, 6H562 (A1), 3X, 6H563 (A1), 3X, 6H564 (A1), 3X, 6H565 (A1), 3X, 6H566 (A1), 3X, 6H567 (A1), 3X, 6H568 (A1), 3X, 6H569 (A1), 3X, 6H570 (A1), 3X, 6H571 (A1), 3X, 6H572 (A1), 3X, 6H573 (A1), 3X, 6H574 (A1), 3X, 6H575 (A1), 3X, 6H576 (A1), 3X, 6H577 (A1), 3X, 6H578 (A1), 3X, 6H579 (A1), 3X, 6H580 (A1), 3X, 6H581 (A1), 3X, 6H582 (A1), 3X, 6H583 (A1), 3X, 6H584 (A1), 3X, 6H585 (A1), 3X, 6H586 (A1), 3X, 6H587 (A1), 3X, 6H588 (A1), 3X, 6H589 (A1), 3X, 6H590 (A1), 3X, 6H591 (A1), 3X, 6H592 (A1), 3X, 6H593 (A1), 3X, 6H594 (A1), 3X, 6H595 (A1), 3X, 6H596 (A1), 3X, 6H597 (A1), 3X, 6H598 (A1), 3X, 6H599 (A1), 3X, 6H600 (A1), 3X, 6H601 (A1), 3X, 6H602 (A1), 3X, 6H603 (A1), 3X, 6H604 (A1), 3X, 6H605 (A1), 3X, 6H606 (A1), 3X, 6H607 (A1), 3X, 6H608 (A1), 3X, 6H609 (A1), 3X, 6H610 (A1), 3X, 6H611 (A1), 3X, 6H612 (A1), 3X, 6H613 (A1), 3X, 6H614 (A1), 3X, 6H615 (A1), 3X, 6H616 (A1), 3X, 6H617 (A1), 3X, 6H618 (A1), 3X, 6H619 (A1), 3X, 6H620 (A1), 3X, 6H621 (A1), 3X, 6H622 (A1), 3X, 6H623 (A1), 3X, 6H624 (A1), 3X, 6H625 (A1), 3X, 6H626 (A1), 3X, 6H627 (A1), 3X, 6H628 (A1), 3X, 6H629 (A1), 3X, 6H630 (A1), 3X, 6H631 (A1), 3X, 6H632 (A1), 3X, 6H633 (A1), 3X, 6H634 (A1), 3X, 6H635 (A1), 3X, 6H636 (A1), 3X, 6H637 (A1), 3X, 6H638 (A1), 3X, 6H639 (A1), 3X, 6H640 (A1), 3X, 6H641 (A1), 3X, 6H642 (A1), 3X, 6H643 (A1), 3X, 6H644 (A1), 3X, 6H645 (A1), 3X, 6H646 (A1), 3X, 6H647 (A1), 3X, 6H648 (A1), 3X, 6H649 (A1), 3X, 6H650 (A1), 3X, 6H651 (A1), 3X, 6H652 (A1), 3X, 6H653 (A1), 3X, 6H654 (A1), 3X, 6H655 (A1), 3X, 6H656 (A1), 3X, 6H657 (A1), 3X, 6H658 (A1), 3X, 6H659 (A1), 3X, 6H660 (A1), 3X, 6H661 (A1), 3X, 6H662 (A1), 3X, 6H663 (A1), 3X, 6H664 (A1), 3X, 6H665 (A1), 3X, 6H666 (A1), 3X, 6H667 (A1), 3X, 6H668 (A1), 3X, 6H669 (A1), 3X, 6H670 (A1), 3X, 6H671 (A1), 3X, 6H672 (A1), 3X, 6H673 (A1), 3X, 6H674 (A1), 3X, 6H675 (A1), 3X, 6H676 (A1), 3X, 6H677 (A1), 3X, 6H678 (A1), 3X, 6H679 (A1), 3X, 6H680 (A1), 3X, 6H681 (A1), 3X, 6H682 (A1), 3X, 6H683 (A1), 3X, 6H684 (A1), 3X, 6H685 (A1), 3X, 6H686 (A1), 3X, 6H687 (A1), 3X, 6H688 (A1), 3X, 6H689 (A1), 3X, 6H690 (A1), 3X, 6H691 (A1), 3X, 6H692 (A1), 3X, 6H693 (A1), 3X, 6H694 (A1), 3X, 6H695 (A1), 3X, 6H696 (A1), 3X, 6H697 (A1), 3X, 6H698 (A1), 3X, 6H699 (A1), 3X, 6H700 (A1), 3X, 6H701 (A1), 3X, 6H702 (A1), 3X, 6H703 (A1), 3X, 6H704 (A1), 3X, 6H705 (A1), 3X, 6H706 (A1), 3X, 6H707 (A1), 3X, 6H708 (A1), 3X, 6H709 (A1), 3X, 6H710 (A1), 3X, 6H711 (A1), 3X, 6H712 (A1), 3X, 6H713 (A1), 3X, 6H714 (A1), 3X, 6H715 (A1), 3X, 6H716 (A1), 3X, 6H717 (A1), 3X, 6H718 (A1), 3X, 6H719 (A1), 3X, 6H720 (A1), 3X, 6H721 (A1), 3X, 6H722 (A1), 3X, 6H723 (A1), 3X, 6H724 (A1), 3X, 6H725 (A1), 3X, 6H726 (A1), 3X, 6H727 (A1), 3X, 6H728 (A1), 3X, 6H729 (A1), 3X, 6H730 (A1), 3X, 6H731 (A1), 3X, 6H732 (A1), 3X, 6H733 (A1), 3X, 6H734 (A1), 3X, 6H735 (A1), 3X, 6H736 (A1), 3X, 6H737 (A1), 3X, 6H738 (A1), 3X, 6H739 (A1), 3X, 6H740 (A1), 3X, 6H741 (A1), 3X, 6H742 (A1), 3X, 6H743 (A1), 3X, 6H744 (A1), 3X, 6H745 (A1), 3X, 6H746 (A1), 3X, 6H747 (A1), 3X, 6H748 (A1), 3X, 6H749 (A1), 3X, 6H750 (A1), 3X, 6H751 (A1), 3X, 6H752 (A1), 3X, 6H753 (A1), 3X, 6H754 (A1), 3X, 6H755 (A1), 3X, 6H756 (A1), 3X, 6H757 (A1), 3X, 6H758 (A1), 3X, 6H759 (A1), 3X, 6H760 (A1), 3X, 6H761 (A1), 3X, 6H762 (A1), 3X, 6H763 (A1), 3X, 6H764 (A1), 3X, 6H765 (A1), 3X, 6H766 (A1), 3X, 6H767 (A1), 3X, 6H768 (A1), 3X, 6H769 (A1), 3X, 6H770 (A1), 3X, 6
```



```

1=U/(R1+J*XL+Z2S)
I1=CARS(1)
I2=I1/SORT(P*4)
F1=ATAN2(AIMAG(I1),REAL(I1))
C0=COS(F1)
P1=M1/(1+C0)
EFF=P2/P1
PRINT 20,S,M,P2,A1,FA,I1,I2,C0,EFF
FORMAT (2(17,F8.3))
CONTINUE
PRINT 0, '*** КРИТИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ ***'
USP=M1/US02/(2*U1)
T=F1/200-k1/316
J=k1/200*P1/516
M=0.4/1002
MM=100/(M1/(2*U1)+J/(2*U1)+T)
M=M1/P2/500/T/(P1/(2*U1)+J/(2*U1)+T/1000000)
M=T/1002
P2=M/500/T/(M/2+J/2+T)
I5=F1/400+X1/200/(C1+X2/200+Z0/200+P2/M)
SP=1/(1+J/2/T/(C1+X2/200+Z0/200+P2/M))
POINT 0, 'МАКСИМАЛЬНЫЙ МОМЕНТ, НМ-НМ'
POINT 0, 'ОУСЛОВА, ПРИ МАКС. МОМЕНТЕ-НМ'
PRINT 0, 'МАКСИМУМ ПОЛНОЙ МЕХАНИЧ. МОЩНОСТИ, ВТ-ВТ'
PRINT 0, 'ОУСЛОВАНИЕ ПРИ МАКСИМУМ. МЕХ. МОЩНОСТИ-ВТ'
STOP
END

```

А могут быть отличными от 1, и в частности равными нулю; эти отношения выражаются соответственно коэффициентами  $a_{BA}$  и  $a_{CA}$ .

Для каждой конкретной схемы заданными величинами являются комплексные ЭДС источников питания  $\dot{U}_A$ ,  $\dot{U}_B$ ,  $\dot{U}_C$ ; частота  $f$ , Гц; число пар полюсов статорной обмотки  $p$ ; сопротивление взаим-

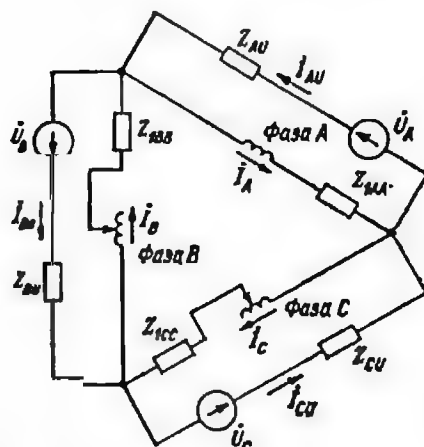


Рис. 5-7. К программе расчета несимметричного режима при включении фазных обмоток в треугольник. Схема соответствует программе ASTRE

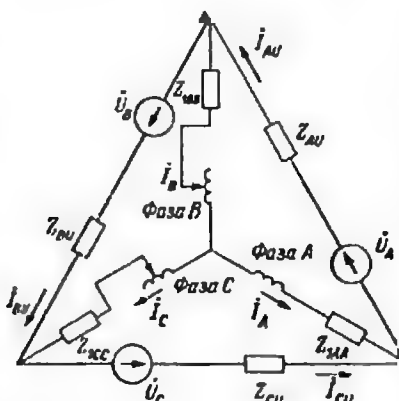


Рис. 5-8. К программе расчета несимметричного режима при включении обмоток в звезду с изолированной нейтралью. Схема соответствует программе ASZVE

Расчет процессов в асинхронной машине по формулам, соответствующим схеме замещения на рис. 2-9

Исходные данные аналогичны данным программы 5-

```

PROGRAM 5-7
C0=0.0
C1=0.0
C2=0.0
C3=0.0
C4=0.0
C5=0.0
C6=0.0
C7=0.0
C8=0.0
C9=0.0
C10=0.0
C11=0.0
C12=0.0
C13=0.0
C14=0.0
C15=0.0
C16=0.0
C17=0.0
C18=0.0
C19=0.0
C20=0.0
C21=0.0
C22=0.0
C23=0.0
C24=0.0
C25=0.0
C26=0.0
C27=0.0
C28=0.0
C29=0.0
C30=0.0
C31=0.0
C32=0.0
C33=0.0
C34=0.0
C35=0.0
C36=0.0
C37=0.0
C38=0.0
C39=0.0
C40=0.0
C41=0.0
C42=0.0
C43=0.0
C44=0.0
C45=0.0
C46=0.0
C47=0.0
C48=0.0
C49=0.0
C50=0.0
C51=0.0
C52=0.0
C53=0.0
C54=0.0
C55=0.0
C56=0.0
C57=0.0
C58=0.0
C59=0.0
C60=0.0
C61=0.0
C62=0.0
C63=0.0
C64=0.0
C65=0.0
C66=0.0
C67=0.0
C68=0.0
C69=0.0
C70=0.0
C71=0.0
C72=0.0
C73=0.0
C74=0.0
C75=0.0
C76=0.0
C77=0.0
C78=0.0
C79=0.0
C80=0.0
C81=0.0
C82=0.0
C83=0.0
C84=0.0
C85=0.0
C86=0.0
C87=0.0
C88=0.0
C89=0.0
C90=0.0
C91=0.0
C92=0.0
C93=0.0
C94=0.0
C95=0.0
C96=0.0
C97=0.0
C98=0.0
C99=0.0
C100=0.0
C101=0.0
C102=0.0
C103=0.0
C104=0.0
C105=0.0
C106=0.0
C107=0.0
C108=0.0
C109=0.0
C110=0.0
C111=0.0
C112=0.0
C113=0.0
C114=0.0
C115=0.0
C116=0.0
C117=0.0
C118=0.0
C119=0.0
C120=0.0
C121=0.0
C122=0.0
C123=0.0
C124=0.0
C125=0.0
C126=0.0
C127=0.0
C128=0.0
C129=0.0
C130=0.0
C131=0.0
C132=0.0
C133=0.0
C134=0.0
C135=0.0
C136=0.0
C137=0.0
C138=0.0
C139=0.0
C140=0.0
C141=0.0
C142=0.0
C143=0.0
C144=0.0
C145=0.0
C146=0.0
C147=0.0
C148=0.0
C149=0.0
C150=0.0
C151=0.0
C152=0.0
C153=0.0
C154=0.0
C155=0.0
C156=0.0
C157=0.0
C158=0.0
C159=0.0
C160=0.0
C161=0.0
C162=0.0
C163=0.0
C164=0.0
C165=0.0
C166=0.0
C167=0.0
C168=0.0
C169=0.0
C170=0.0
C171=0.0
C172=0.0
C173=0.0
C174=0.0
C175=0.0
C176=0.0
C177=0.0
C178=0.0
C179=0.0
C180=0.0
C181=0.0
C182=0.0
C183=0.0
C184=0.0
C185=0.0
C186=0.0
C187=0.0
C188=0.0
C189=0.0
C190=0.0
C191=0.0
C192=0.0
C193=0.0
C194=0.0
C195=0.0
C196=0.0
C197=0.0
C198=0.0
C199=0.0
C200=0.0
C201=0.0
C202=0.0
C203=0.0
C204=0.0
C205=0.0
C206=0.0
C207=0.0
C208=0.0
C209=0.0
C210=0.0
C211=0.0
C212=0.0
C213=0.0
C214=0.0
C215=0.0
C216=0.0
C217=0.0
C218=0.0
C219=0.0
C220=0.0
C221=0.0
C222=0.0
C223=0.0
C224=0.0
C225=0.0
C226=0.0
C227=0.0
C228=0.0
C229=0.0
C230=0.0
C231=0.0
C232=0.0
C233=0.0
C234=0.0
C235=0.0
C236=0.0
C237=0.0
C238=0.0
C239=0.0
C240=0.0
C241=0.0
C242=0.0
C243=0.0
C244=0.0
C245=0.0
C246=0.0
C247=0.0
C248=0.0
C249=0.0
C250=0.0
C251=0.0
C252=0.0
C253=0.0
C254=0.0
C255=0.0
C256=0.0
C257=0.0
C258=0.0
C259=0.0
C260=0.0
C261=0.0
C262=0.0
C263=0.0
C264=0.0
C265=0.0
C266=0.0
C267=0.0
C268=0.0
C269=0.0
C270=0.0
C271=0.0
C272=0.0
C273=0.0
C274=0.0
C275=0.0
C276=0.0
C277=0.0
C278=0.0
C279=0.0
C280=0.0
C281=0.0
C282=0.0
C283=0.0
C284=0.0
C285=0.0
C286=0.0
C287=0.0
C288=0.0
C289=0.0
C290=0.0
C291=0.0
C292=0.0
C293=0.0
C294=0.0
C295=0.0
C296=0.0
C297=0.0
C298=0.0
C299=0.0
C300=0.0
C301=0.0
C302=0.0
C303=0.0
C304=0.0
C305=0.0
C306=0.0
C307=0.0
C308=0.0
C309=0.0
C310=0.0
C311=0.0
C312=0.0
C313=0.0
C314=0.0
C315=0.0
C316=0.0
C317=0.0
C318=0.0
C319=0.0
C320=0.0
C321=0.0
C322=0.0
C323=0.0
C324=0.0
C325=0.0
C326=0.0
C327=0.0
C328=0.0
C329=0.0
C330=0.0
C331=0.0
C332=0.0
C333=0.0
C334=0.0
C335=0.0
C336=0.0
C337=0.0
C338=0.0
C339=0.0
C340=0.0
C341=0.0
C342=0.0
C343=0.0
C344=0.0
C345=0.0
C346=0.0
C347=0.0
C348=0.0
C349=0.0
C350=0.0
C351=0.0
C352=0.0
C353=0.0
C354=0.0
C355=0.0
C356=0.0
C357=0.0
C358=0.0
C359=0.0
C360=0.0
C361=0.0
C362=0.0
C363=0.0
C364=0.0
C365=0.0
C366=0.0
C367=0.0
C368=0.0
C369=0.0
C370=0.0
C371=0.0
C372=0.0
C373=0.0
C374=0.0
C375=0.0
C376=0.0
C377=0.0
C378=0.0
C379=0.0
C380=0.0
C381=0.0
C382=0.0
C383=0.0
C384=0.0
C385=0.0
C386=0.0
C387=0.0
C388=0.0
C389=0.0
C390=0.0
C391=0.0
C392=0.0
C393=0.0
C394=0.0
C395=0.0
C396=0.0
C397=0.0
C398=0.0
C399=0.0
C400=0.0
C401=0.0
C402=0.0
C403=0.0
C404=0.0
C405=0.0
C406=0.0
C407=0.0
C408=0.0
C409=0.0
C410=0.0
C411=0.0
C412=0.0
C413=0.0
C414=0.0
C415=0.0
C416=0.0
C417=0.0
C418=0.0
C419=0.0
C420=0.0
C421=0.0
C422=0.0
C423=0.0
C424=0.0
C425=0.0
C426=0.0
C427=0.0
C428=0.0
C429=0.0
C430=0.0
C431=0.0
C432=0.0
C433=0.0
C434=0.0
C435=0.0
C436=0.0
C437=0.0
C438=0.0
C439=0.0
C440=0.0
C441=0.0
C442=0.0
C443=0.0
C444=0.0
C445=0.0
C446=0.0
C447=0.0
C448=0.0
C449=0.0
C450=0.0
C451=0.0
C452=0.0
C453=0.0
C454=0.0
C455=0.0
C456=0.0
C457=0.0
C458=0.0
C459=0.0
C460=0.0
C461=0.0
C462=0.0
C463=0.0
C464=0.0
C465=0.0
C466=0.0
C467=0.0
C468=0.0
C469=0.0
C470=0.0
C471=0.0
C472=0.0
C473=0.0
C474=0.0
C475=0.0
C476=0.0
C477=0.0
C478=0.0
C479=0.0
C480=0.0
C481=0.0
C482=0.0
C483=0.0
C484=0.0
C485=0.0
C486=0.0
C487=0.0
C488=0.0
C489=0.0
C490=0.0
C491=0.0
C492=0.0
C493=0.0
C494=0.0
C495=0.0
C496=0.0
C497=0.0
C498=0.0
C499=0.0
C500=0.0
C501=0.0
C502=0.0
C503=0.0
C504=0.0
C505=0.0
C506=0.0
C507=0.0
C508=0.0
C509=0.0
C510=0.0
C511=0.0
C512=0.0
C513=0.0
C514=0.0
C515=0.0
C516=0.0
C517=0.0
C518=0.0
C519=0.0
C520=0.0
C521=0.0
C522=0.0
C523=0.0
C524=0.0
C525=0.0
C526=0.0
C527=0.0
C528=0.0
C529=0.0
C530=0.0
C531=0.0
C532=0.0
C533=0.0
C534=0.0
C535=0.0
C536=0.0
C537=0.0
C538=0.0
C539=0.0
C540=0.0
C541=0.0
C542=0.0
C543=0.0
C544=0.0
C545=0.0
C546=0.0
C547=0.0
C548=0.0
C549=0.0
C550=0.0
C551=0.0
C552=0.0
C553=0.0
C554=0.0
C555=0.0
C556=0.0
C557=0.0
C558=0.0
C559=0.0
C560=0.0
C561=0.0
C562=0.0
C563=0.0
C564=0.0
C565=0.0
C566=0.0
C567=0.0
C568=0.0
C569=0.0
C570=0.0
C571=0.0
C572=0.0
C573=0.0
C574=0.0
C575=0.0
C576=0.0
C577=0.0
C578=0.0
C579=0.0
C580=0.0
C581=0.0
C582=0.0
C583=0.0
C584=0.0
C585=0.0
C586=0.0
C587=0.0
C588=0.0
C589=0.0
C590=0.0
C591=0.0
C592=0.0
C593=0.0
C594=0.0
C595=0.0
C596=0.0
C597=0.0
C598=0.0
C599=0.0
C600=0.0
C601=0.0
C602=0.0
C603=0.0
C604=0.0
C605=0.0
C606=0.0
C607=0.0
C608=0.0
C609=0.0
C610=0.0
C611=0.0
C612=0.0
C613=0.0
C614=0.0
C615=0.0
C616=0.0
C617=0.0
C618=0.0
C619=0.0
C620=0.0
C621=0.0
C622=0.0
C623=0.0
C624=0.0
C625=0.0
C626=0.0
C627=0.0
C628=0.0
C629=0.0
C630=0.0
C631=0.0
C632=0.0
C633=0.0
C634=0.0
C635=0.0
C636=0.0
C637=0.0
C638=0.0
C639=0.0
C640=0.0
C641=0.0
C642=0.0
C643=0.0
C644=0.0
C645=0.0
C646=0.0
C647=0.0
C648=0.0
C649=0.0
C650=0.0
C651=0.0
C652=0.0
C653=0.0
C654=0.0
C655=0.0
C656=0.0
C657=0.0
C658=0.0
C659=0.0
C660=0.0
C661=0.0
C662=0.0
C663=0.0
C664=0.0
C665=0.0
C666=0.0
C667=0.0
C668=0.0
C669=0.0
C670=0.0
C671=0.0
C672=0.0
C673=0.0
C674=0.0
C675=0.0
C676=0.0
C677=0.0
C678=0.0
C679=0.0
C680=0.0
C681=0.0
C682=0.0
C683=0.0
C684=0.0
C685=0.0
C686=0.0
C687=0.0
C688=0.0
C689=0.0
C690=0.0
C691=0.0
C692=0.0
C693=0.0
C694=0.0
C695=0.0
C696=0.0
C697=0.0
C698=0.0
C699=0.0
C700=0.0
C701=0.0
C702=0.0
C703=0.0
C704=0.0
C705=0.0
C706=0.0
C707=0.0
C708=0.0
C709=0.0
C710=0.0
C711=0.0
C712=0.0
C713=0.0
C714=0.0
C715=0.0
C716=0.0
C717=0.0
C718=0.0
C719=0.0
C720=0.0
C721=0.0
C722=0.0
C723=0.0
C724=0.0
C725=0.0
C726=0.0
C727=0.0
C728=0.0
C729=0.0
C730=0.0
C731=0.0
C732=0.0
C733=0.0
C734=0.0
C735=0.0
C736=0.0
C737=0.0
C738=0.0
C739=0.0
C740=0.0
C741=0.0
C742=0.0
C743=0.0
C744=0.0
C745=0.0
C746=0.0
C747=0.0
C748=0.0
C749=0.0
C750=0.0
C751=0.0
C752=0.0
C753=0.0
C754=0.0
C755=0.0
C756=0.0
C757=0.0
C758=0.0
C759=0.0
C760=0.0
C761=0.0
C762=0.0
C763=0.0
C764=0.0
C765=0.0
C766=0.0
C767=0.0
C768=0.0
C769=0.0
C770=0.0
C771=0.0
C772=0.0
C773=0.0
C774=0.0
C775=0.0
C776=0.0
C777=0.0
C778=0.0
C779=0.0
C780=0.0
C781=0.0
C782=0.0
C783=0.0
C784=0.0
C785=0.0
C786=0.0
C787=0.0
C788=0.0
C789=0.0
C790=0.0
C791=0.0
C792=0.0
C793=0.0
C794=0.0
C795=0.0
C796=0.0
C797=0.0
C798=0.0
C799=0.0
C800=0.0
C801=0.0
C802=0.0
C803=0.0
C804=0.0
C805=0.0
C806=0.0
C807=0.0
C808=0.0
C809=0.0
C810=0.0
C811=0.0
C812=0.0
C813=0.0
C814=0.0
C815=0.0
C816=0.0
C817=0.0
C818=0.0
C819=0.0
C820=0.0
C821=0.0
C822=0.0
C823=0.0
C824=0.0
C825=0.0
C826=0.0
C827=0.0
C828=0.0
C829=0.0
C830=0.0
C831=0.0
C832=0.0
C833=0.0
C834=0.0
C835=0.0
C836=0.0
C837=0.0
C838=0.0
C839=0.0
C840=0.0
C841=0.0
C842=0.0
C843=0.0
C844=0.0
C845=0.0
C846=0.0
C847=0.0
C848=0.0
C849=0.0
C850=0.0
C851=0.0
C852=0.0
C853=0.0
C854=0.0
C855=0.0
C856=0.0
C857=0.0
C858=0.0
C859=0.0
C860=0.0
C861=0.0
C862=0.0
C863=0.0
C864=0.0
C865=0.0
C866=0.0
C867=0.0
C868=0.0
C869=0.0
C870=0.0
C871=0.0
C872=0.0
C873=0.0
C874=0.0
C875=0.0
C876=0.0
C877=0.0
C878=0.0
C879=0.0
C880=0.0
C881=0.0
C882=0.0
C883=0.0
C884=0.0
C885=0.0
C886=0.0
C887=0.0
C888=0.0
C889=0.0
C890=0.0
C891=0.0
C892=0.0
C893=0.0
C894=0.0
C895=0.0
C896=0.0
C897=0.0
C898=0.0
C899=0.0
C900=0.0
C901=0.0
C902=0.0
C903=0.0
C904=0.0
C905=0.0
C906=0.0
C907=0.0
C908=0.0
C909=0.0
C910=0.0
C911=0.0
C912=0.0
C913=0.0
C914=0.0
C915=0.0
C916=0.0
C917=0.0
C918=0.0
C919=0.0
C920=0.0
C921=0.0
C922=0.0
C923=0.0
C924=0.0
C925=0.0
C926=0.0
C927=0.0
C928=0.0
C929=0.0
C930=0.0
C931=0.0
C932=0.0
C933=0.0
C934=0.0
C935=0.0
C936=0.0
C937=0.0
C938=0.0
C939=0.0
C940=0.0
C941=0.0
C942=0.0
C943=0.0
C944=0.0
C945=0.0
C946=0.0
C947=0.0
C948=0.0
C949=0.0
C950=0.0
C951=0.0
C952=0.0
C953=0.0
C954=0.0
C955=0.0
C956=0.0
C957=0.0
C958=0.0
C959=0.0
C960=0.0
C961=0.0
C962=0.0
C963=0.0
C964=0.0
C965=0.0
C966=0.0
C967=0.0
C968=0.0
C969=0.0
C970=0.0
C971=0.0
C972=0.0
C973=0.0
C974=0.0
C975=0.0
C976=0.0
C977=0.0
C978=0.0
C979=0.0
C980=0.0
C981=0.0
C982=0.0
C983=0.0
C984=0.0
C985=0.0
C986=0.0
C987=0.0
C988=0.0
C989=0.0
C990=0.0
C991=0.0
C992=0.0
C993=0.0
C994=0.0
C995=0.0
C996=0.0
C997=0.0
C998=0.0
C999=0.0

```

[illegible]





[illegible][illegible]

## Глава шестая

## РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ

### 6-1. Пусковые характеристики и способы пуска

Асинхронные двигатели в процессе эксплуатации относительно часто пускаются в ход или останавливаются. В зависимости от вида и мощности привода меняется и частота пусков:

чаще всего пускаются мелкие двигатели, приводящие в движение металлообрабатывающие станки и другое промышленное оборудование. Крупные машины, двигатели насосов и вентиляторов-двухсосов на электрических станциях, компрессоров в химическом производстве, воздуходувок в шахтах пускаются и останавливаются значительно реже. Однако, если средние и мелкие машины могут пускаться до нескольких сотен тысяч раз в год, то крупные машины также должны быть рассчитаны на значительное число пусков: например, на тысячу пусков в год. Нужно отметить, что чем больше единичная мощность или мощность на пару полюсов асинхронной машины, тем относительно выше тепловые и термомеханические нагрузки ее обмоток при пуске. Рассмотрим наиболее распространенный способ пуска асинхронного двигателя: его прямое включение в сеть, напряжение которой за период пуска поддерживается постоянным, с приводимым механизмом на валу, причем будем считать, что электромагнитные переходные процессы затухают вскоре после включения и не оказывают существенного влияния на процесс разгона двигателя с механизмом. Кроме того, будем полагать, что разгон производится достаточно медленно для того, чтобы считать момент зависящим только от частоты вращения ротора  $\omega_2$  и тока, но не зависящим от скорости изменения  $\omega_2$  во времени. Иначе говоря, примем, что реальный момент вращения двигателя при разгоне, или, как его еще называют, динамический момент, один и тот же при быстром разгоне и при медленном и такой же, как при длительной работе ротора с данной частотой вращения.

Зависимость момента вращения от скольжения часто называют пусковой характеристикой. Она может быть построена с помощью расчета по формулам, приведенным в главах 2 и 5. Для достаточно крупных машин промышленной частоты, пренебрегая комплексным характером коэффициента рассеяния  $c_1$ , находим полное сопротивление обмотки ротора, приведенное к статору, с учетом коэффициентов вытеснения для обмотки ротора, соответствующих частоте  $\omega s$ :

$$Z_2' = (r_2' k_{r2}'/s + jx_2' k_{x2}') c_1^2 \quad (6-1)$$

после чего определяем полное сопротивление «рабочей» ветви схемы замещения

$$Z_1 = (r_1 + jx_1) c_1 + Z_2' \quad (6-2)$$

и ток ротора, приведенный к обмотке статора,

$$I_2' = \frac{U_1 c_1}{Z_1} \quad (6-3)$$

Затем находим полное сопротивление для статорной цепи

$$Z = r + jx = Z_1 Z_m / (Z_1 + Z_m); \quad Z_m = j(x_1 + x_m) \quad (6-4)$$

и полный ток статора

$$I_1 = U_1 / Z \quad (6-5)$$

Момент вращения определяем, пренебрегая потерями в стали:

$$M = \frac{m_1 I_2'^2 r_2' k_{r2}'}{\omega_1 s} = \frac{m (I_1 U_1 - I_1^2 r_1)}{\omega_1} \quad (6-6)$$

Для каждого скольжения можно определить коэффициент мощности

$$\cos \varphi = r/x, \quad (6-7)$$

который оказывается полезным при расчетах режимов, состоящих только из пусков и торможений.

Рассчитанный пусковой момент в функции скольжения можно изобразить в виде кривой, которая обычно и называется пусковой характеристикой двигателя при прямом пуске. Такие кривые показаны на рис. 6-1. Если двигатель рассчитан на торможение противовключением или на реверс, то кривая  $M(s)$  рассчитывается в пределах скольжения от 2 до 0.

На этот же график обычно наносится зависимость момента сопротивления от скольжения, без которой не рассчитать процесса пуска. Эти кривые могут быть разными: они зависят от характеристики приводимого во вращение механизма. Для ряда механизмов момент сопротивления зависит от частоты вращения: например, для вентиляторов, гребных винтов и насосов он примерно пропорционален квадрату частоты вращения:

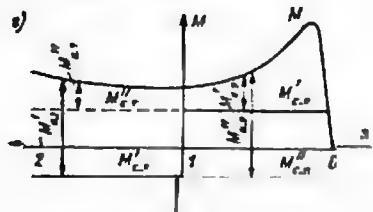
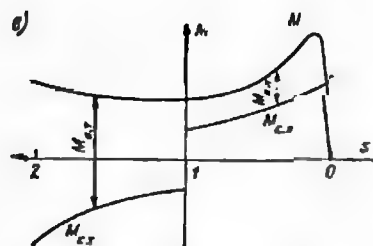
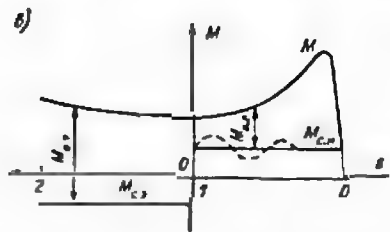
$$M_c = k\omega_2^2 = k\omega_1^2 (1-s)^2.$$

Такие зависимости  $M_c$  от  $s$  показаны на рис. 6-1, а, в и г. Не зависящий от частоты вращения момент сопротивления показан на рис. 6-1, б. Если момент сопротивления в процессе вращения колеблется, то его можно усреднить. Разница между моментом сопротивления и моментом двигателя называется избыточным моментом:

$$M_u = M - M_c.$$

Благодаря избыточному моменту двигатель разгоняется или тормозится. На участке кривой момента, соответствующей торможению, знак момента сопротивления и его значение могут не соответствовать моменту на участке разгона. Так, на рис. 6-1, а показана кривая момента сопротивления, примерно соответствующая моменту реверсивного вентилятора, обеспечивающего циркуляцию воздуха по замкнутому контуру без накопления его в какой-либо емкости под давлением. В этом случае момент сопротивления на участке торможения становится отрицательным по отношению к моменту двигателя после противовключения, но





своему значению в точности соответствует моменту на участке разгона, иначе говоря, момент сопротивления дополнительно тормозит машину и избыточный момент на участке торможения может оказаться выше, чем на участке разгона. То же самое происходит и при постоянном моменте сопротивления (рис. 6-1, б); такая моментная характеристика свойственна горизонтальным транспортерам

Рис. 6-1. Примеры различных зависимостей моментов сопротивления от частоты и направления вращения

сыпучих тел, шаровым мельницам (после усреднения колебаний момента). Если же мы имеем дело с наклонным транспортером, то в зависимости от направления движения при пуске или реверсе («в гору» или «под гору») момент сопротивления будет, во-первых, иметь разное значение и, во-вторых, разный знак. Так, если пуск происходит «в гору», то момент сопротивления сохранит вид, показанный на рис. 6-1, б, но тогда при реверсе «под гору» момент сопротивления после точки  $s = 1$  (конец торможения) резко уменьшится или даже изменит знак и станет ускоряющим. Если вентилятор нагнетает газ в емкость, в которой сохраняется давление, то при пуске начальный момент сопротивления не будет равным нулю; то же самое имеет место при пуске насоса с открытой задвижкой, когда напорный трубопровод заполнен жидкостью (рис. 6-1, в). На рис. 6-1, д приведена диаграмма моментов при включении об-

ративного насоса турбиной, а двигателя — асинхронным генератором путем реверса статорной цепи. Момент сопротивления и знак его относительно момента машины нужно точно учитывать в приводах, подвергаемых частым и тяжелым пускам.

Собственно говоря, работа по преодолению момента сопротивления привода и кинематическая энергия разогнанного до номинальной скорости механизма и являются полезной работой при пуске, поэтому пусковой коэффициент полезного действия

$$\eta_{\text{п}} = \int_{s_0}^s \frac{\frac{J\omega_2^2}{2} + M_c(s)\omega_2}{P_1(s)} ds = \int_{s_0}^s \frac{\frac{J\omega_1^2}{2}(1-s)^2 + M_c(s)\omega_1(1-s)}{P_1(s)} ds \quad (6-8)$$

позволяет оценить пригодность того или иного типа двигателя к приводу механизма, вся работа которого заключается в пуске и отключении. Таким двигателем может быть, например, двигатель насоса, подпитывающего небольшую емкость при периодических расходах жидкости: после каждого расхода двигатель включается и очень быстро пополняет емкость, после чего автоматически отключается регулятором уровня. Оценка пусковых характеристик двигателей с точки зрения энергозатрат и термической стойкости роторов будет сделана в следующем параграфе. Здесь мы остановимся на способах пуска, реверса и регулирования частоты вращения асинхронных машин.

Если рассмотреть зависимость вращающего момента двигателя от скольжения (2-44), то отношение момента при данном скольжении к максимальному его значению при критическом скольжении можно выразить через один параметр: отношение данного скольжения  $s$  к критическому скольжению  $s_{\text{кр}}$ , при котором момент достигает максимума:

$$s_{\text{кр}} = \frac{\pm c_1 r_2'}{\sqrt{r_1^2 + (x_1 + c_1 x_2')^2}} \approx \frac{\pm c_1 r_2'}{x_1 + c_1 x_2'} \quad (6-9)$$

Относительный момент вращения при этом составляет

$$k_{M_s} = \frac{M}{M_m} = \frac{2 + \beta s_{\text{кр}}}{\frac{s}{s_{\text{кр}}} + \frac{s_{\text{кр}}}{s} + \beta s_{\text{кр}}}; \quad \beta = \frac{2r_1}{c_1 r_2'} \quad (6-10)$$

Для крупных машин критическое скольжение невелико и

$$k_{M_s} = \frac{2}{\frac{s}{s_{\text{кр}}} + \frac{s_{\text{кр}}}{s}} = \frac{2}{\alpha_{\text{кр}} + \frac{1}{\alpha_{\text{кр}}}}; \quad \alpha_{\text{кр}} = \frac{s}{s_{\text{кр}}} \quad (6-11)$$

Если рассмотреть отношение пускового момента при  $s = 1$  к максимальному моменту

$$k_{ns} = \frac{M_n}{M_m} = \frac{2c_1 r_2' [\sqrt{r_1'^2 + (x_1 + c_1 x_2')^2} \pm r_1]}{(r_1 + c_1 r_2')^2 + (x_1 + c_1 x_2')^2} \approx$$

$$\approx \frac{2c_1 \frac{r_2'}{x_1 + c_1 x_2'}}{1 + \left( \frac{c_1 r_2'}{x_1 + c_1 x_2'} \right)^2}, \quad (6-12)$$

то окажется, что это отношение является функцией активного сопротивления ротора  $r_2'$ , а точнее, функцией отношения

$$\alpha_n = \frac{c_1 r_2'}{x_1 + c_1 x_2'}, \quad (6-13)$$

т. е.

$$k_{ns} = \frac{2\alpha_n}{1 + \alpha_n^2} = \frac{2}{\alpha_n + \frac{1}{\alpha_n}}. \quad (6-14)$$

И хотя формулы (6-13) и (6-14) получены для двигателя, в котором нет вытеснения тока в обмотке ротора ( $r_2'$  не зависит от скольжения), однако, если учесть вытеснение тока, то получим формулу, по виду аналогичную формуле (6-14):

$$k_{ns} = \frac{2\alpha_n \frac{k_r}{k_x^2}}{1 + \alpha_n^2 \frac{k_r^2}{k_x^2}}, \quad (6-15)$$

где  $k_x^2 = (x_1 + c_1 x_2' k_{x2}) / (x_1 + c_1 x_2')$ .

Это значит, что, во-первых, изменяя отношение  $\alpha_n$  и коэффициенты вытеснения  $k_r$  и  $k_x^2$ , мы можем добиваться оптимального момента при пуске в двигателях с короткозамкнутым ротором путем увеличения момента до уровня, определяемого оптимальным значением  $\alpha_n$  и, во-вторых, что таким же путем можно подбирать оптимальное сопротивление первой ступени пускового реостата для двигателей с фазным ротором. Сам максимальный момент, как уже отмечалось в главе 2, мало зависит от сопротивления ротора и определяется в основном индуктивными сопротивлениями.

Кроме прямого включения в сеть двигателя с короткозамкнутым ротором применяются и другие виды его пуска. Для ограничения пускового тока при достаточном пусковом моменте практикуется включение двигателя через реактор с последующим шунтированием реактора или через автотрансформатор с регулируемым вторичным напряжением. При этом необходимо учесть, что понижение напряжения на зажимах двигателя приводит к снижению момента примерно пропорционально отношению квадрата этого напряжения к номинальному (что неминуемо удлиняет пуск и увеличивает нагрев обмотки статора пусковым током), а при пуске с моментом сопротивления на валу — и к увеличению общего нагрева обмотки ротора (см. § 6-2). Для снижения нагрева обмоток статора и главным образом ротора применяется конструкция с обмоткой статора, рассчитанной на переключение полюсов, или с двумя обмотками статора на разное число пар полюсов. В этом случае не только появляется возможность длительной работы на разных частотах вращения и с разными мощностями, что может быть очень выгодным для электропривода по технологическим причинам, но и возможность пуска ступенями, что позволяет, как показано в § 6-2, уменьшить нагрев обмотки ротора. Наконец, для разгона очень больших маховых масс применяются устройства частотного пуска, позволяющие к тому же плавно изменять и частоту вращения приводимого механизма. В этом случае нагрев обмоток не превышает нагрева при номинальной нагрузке, однако асинхронный короткозамкнутый двигатель теряет основное преимущество — простоту конструкции и становится неконкурентоспособным по технико-экономическим показателям (масса, ток, потребляемый из сети, коэффициент мощности) по сравнению с синхронной машиной, питаемой от такого же устройства частотного регулирования.

Двигатели с фазным ротором обладают большими возможностями регулирования пускового момента в процессе разгона путем изменения внешнего сопротивления реостата, на которое замкнута обмотка ротора. Можно так подобрать число сопротивлений и отношение «ступеней» пускового реостата, что пуск будет проходить практически при постоянном среднем токе статора и постоянном среднем моменте; ток и момент, естественно, будут испытывать резкие изменения при переключении ступеней реостата, однако эти изменения будут относительно невелики. В литературе по электроприводу [41, 42, 45, 47] читатель найдет подробные указания по данному вопросу. Кроме того, конструкция машины с фазным ротором позволяет осуществить регулирование частоты вращения путем подключения преобразователя частоты к контактным кольцам обмотки ротора. Если рассуждать формально, то напряжение частоты скольжения на кольцах ротора должно быть равно падению напряжения на сопротивлении пускового реостата, однако в реостате энергия превращается в теплоту, а управляемый статический или вращающийся преобразователь частоты может быть

включен в сеть и станет источником мощности для этой сети. Работа машины двойного питания, энергия к которой поступает (или отдается в сеть) и с зажимов статора и с зажимов ротора, не входит в круг вопросов, затронутых в настоящей книге. По этим вопросам существует специальная литература [15, 23]. Отметим только, что при проектировании устройств плавного регулирования частоты вращения машины со стороны зажимов обмотки статора или со стороны зажимов обмотки ротора с помощью преобразователей напряжения и частоты достигается большой экономический эффект не за счет удешевления самой машины вместе с преобразователем, а за счет повышения общей эффективности привода, правда, ценой усложнения конструкции. Чтобы оценить целесообразность такого усложнения, необходимо рассмотреть ограничения простого асинхронного пуска, возникающие вследствие потерь энергии в статоре и в роторе, а также вследствие термомеханических явлений, обусловленных этими потерями.

## 6-2. Энергетические характеристики электромеханического переходного процесса асинхронной машины

Если рассмотреть процесс разгона или торможения асинхронной машины, нагруженной моментом сопротивления  $M_c$ , являющимся произвольной функцией частоты вращения, при единственном допущении, что скорость затухания свободных токов в обмотках существенно выше скорости изменения частоты вращения, то, записав выражение для вращающего момента  $M$ , прямо пропорционального потерям в роторе  $p_2$  и обратно пропорционального скольжению  $s$ :

$$M = \frac{P_2}{s\omega_1} \quad (6-16)$$

(где  $\omega_1$  — синхронная частота вращения), получим, что мощность на валу пропорциональна частоте вращения  $(1-s)\omega_1$ :

$$P_2 = M\omega_2 = M\omega_1(1-s) = P_{12} - p_2. \quad (6-17)$$

Здесь  $P_2$  — полезная мощность;  $P_{12}$  — мощность, передаваемая со статора на ротор.

Из условия равенства моментов на валу при разгоне или торможении

$$M = J \frac{d\omega_2}{dt} + M_c, \quad (6-18)$$

где  $J$  — момент инерции двигателя и приводимого в движение механизма, получаем

$$dt = \frac{Jd\omega_2}{M - M_c} = \frac{Jd[\omega_1(1-s)]}{M - M_c}. \quad (6-19)$$

Назовем величину

$$\psi_n = \frac{1}{M - M_c} \quad (6-20)$$

функцией избыточного момента и будем считать ее в зависимости от удобства вычислений либо функцией частоты вращения ротора, либо функцией скольжения. Преобразуя уравнение (6-19) к виду, удобному для интегрирования,

$$dt = Jd\omega_2\psi_n(\omega) = -Jds\omega_1\psi_n(s),$$

можно записать:

$$t = J \int_{\omega_0}^{\omega} \psi_n d\omega = -J\omega_1 \int_s^1 \psi_n(s) ds. \quad (6-21)$$

Если функция избыточного момента за время переходного процесса может быть с достаточной точностью принята равной некоторому ее среднему значению

$$\psi_{n, \text{ср}} = \frac{1}{(M - M_c)_{\text{ср}}} = \frac{1}{M_{\text{ср}} \left(1 - \frac{M_c}{M}\right)_{\text{ср}}} = \frac{1}{M_{\text{ср}} k_{n, \text{ср}}},$$

то в результате интегрирования получим

$$t_n = J \frac{\omega_2 - \omega_{20}}{M_{\text{ср}} k_{n, \text{ср}}} = J\omega_1 \frac{s_0 - s}{M_{\text{ср}} k_{n, \text{ср}}}. \quad (6-22)$$

Для расчета потерь в роторе при пуске умножим обе части уравнения (6-18) на  $dt$ , переписав его левую часть с учетом уравнения (6-16):

$$P_2 \frac{dt}{s\omega_1} = Jd\omega_2 + M_c dt,$$

и с учетом уравнения (6-19) получим

$$P_2 dt = J s \omega_1 d\omega_2 + M_c s \omega_1 \frac{J d\omega_2}{M - M_c}; \quad (6-23)$$

затем проинтегрируем в пределах от 0 до  $t_n$ , т. е. до окончания процесса, учитывая, что  $d\omega_2 = -\omega_1 ds$  и что началу процесса соответствует скольжение  $s_0$ , а окончанию — скольжение  $s$ . Тогда энергия, выделившаяся в роторе за время  $t_n$ , будет

$$\begin{aligned} A &= \int_0^{t_n} P_2 dt = -J\omega_1^2 \int_{s_0}^s s \left(1 + \frac{M_c}{M - M_c}\right) ds = \\ &= J\omega_1^2 \int_s^{s_0} \frac{s ds}{1 - M_c/M}. \end{aligned} \quad (6-24)$$

Здесь  $M$  и  $M_c$  — функции скольжения.

Если отношение  $M_c/M$  за время переходного процесса близко к постоянной величине, то его можно заменить средним значением. Обычно вводится коэффициент избыточного момента

$$k_m = \frac{1}{s_0 - s} \int_s^{s_0} \left(1 - \frac{M_c}{M}\right) ds. \quad (6-25)$$

Тогда энергия, выделившаяся в роторе, будет зависеть только от начального и конечного скольжений:

$$A = \frac{J\omega_1^2}{2} (s_0^2 - s^2) \frac{1}{k_m}. \quad (6-26)$$

а в более общем случае

$$A = \frac{J\omega_1^2}{2} \left[ (s_0^2 - s^2) + \int_s^{s_0} \frac{M_c}{M - M_c} s ds \right]. \quad (6-27)$$

При  $M_c = 0$   $k_m = 1$  и второй член в формуле (6-27) исчезает, а это значит, что при пуске без момента сопротивления выделившаяся в роторе энергия в точности равна приращению его кинетической энергии (первое слагаемое в формуле (6-27)). При  $k_m = \text{const}$  второе слагаемое составит

$$\frac{J\omega_1^2}{2} (s_0^2 - s^2) \frac{1 - k_m}{k_m}.$$

Оно пропорционально работе, затрачиваемой на преодоление момента сопротивления в процессе пуска. Если при торможении противовключением знак  $M_c$  меняется, то второе слагаемое также меняет знак. Из выражения (6-27) следует, что чем выше отношение  $M/M_c$ , тем меньше потерь выделится в роторе при пуске, а при  $M_c = 0$  энергия  $A$  не зависит ни от скорости процесса, ни от вида функции  $M(s)$ . При колебательной зависимости момента сопротивления от скольжения в формулу (6-27) можно подставить его средненнтегральное значение (см. рис. 6-1, б).

Обычно множитель  $J\omega_1^2/2$  записывают в виде

$$T_m P_n / 2, \quad (6-28)$$

где  $T_m P_n$  — полная энергия, потребляемая из сети за время пуска;  $P_n$  — номинальная мощность;  $T_m$  — механическая постоянная времени разгона агрегата, с, т. е. время, за которое двигатель и сопряженный с ним механизм разгоняются до номинальной частоты вращения  $n$ , об/мин, под действием номинального момента:

$$T_m = \frac{27.4 \left( \frac{n}{100} \right)^2 (GD_A^2 + GD_M^2)}{P_n}. \quad (6-29)$$

Здесь  $GD_A^2$  и  $GD_M^2$  — маховые моменты ротора двигателя и механизма. Их сумму можно записать в виде

$$GD_A^2 + GD_M^2 = GD_A^2 \left( 1 + \frac{GD_M^2}{GD_A^2} \right) = GD_A^2 k_G, \quad (6-30)$$

где  $k_G$  характеризует отношение маховых моментов агрегата и двигателя. Учитывая это, можно формулу (6-26) записать в следующем виде:

$$A = \frac{P_n T_m k_G (s_0^2 - s^2)}{2k_m}, \quad (6-31)$$

где  $T_m$  — механическая постоянная разгона одного двигателя. Легко заметить, что если двигатель рассчитан на определенные значения  $k_m$  и  $k_G$ , то при снижении  $k_m$ , например, вследствие снижения напряжения при пуске через реактор, чтобы сохранить прежним нагрев ротора, допустимый в новых условиях, значение  $k_G$  должно быть изменено пропорционально изменению  $k_m$ . Допустимое значение  $k_G$  при  $k_m = 1$  будет максимальным возможным.

На практике обычно рассчитывают предельный нагрев ротора и по нему — предельный маховый момент механизма, сопрягаемого с двигателем, при пуске или реверсе без момента сопротивления ( $k_m = 1$ ). Для других условий пуска ( $k_m < 1$ ) эти значения пересчитываются так, чтобы отношение  $k_G/k_m$  осталось неизменным. При тепловом расчете определяются температуры стержней ротора  $\theta_b$  без учета теплопередачи в сталь сердечника и зазор:

$$\theta_b = (s_0^2 - s^2) \frac{T_m k_G P_n}{2G_{cb} k_m}, \quad (6-32)$$

где  $G_b$  — масса, а  $c_b$  — удельная теплоемкость материала клетки ротора. Из этой формулы, как и из формулы (6-26), следует, что без момента сопротивления ( $k_m = 1$ ) потери и нагрев ротора при пуске ( $s_0 = 1, s = 0$ ) будут вдвое меньше, чем при торможении противовключением ( $s_0 = 2, s = 1$ ), и вчетверо меньше, чем при реверсе ( $s_0 = 2, s = 0$ ). Если  $k_m \neq 0$ , то нужно учесть, что при торможении  $k_m = 1 + M_c/M$ , т. е. что момент сопротивления также тормозящий. Чем меньше значения  $k_m$  при пуске, тем больше они при торможении. Если при пуске  $k_m = 0.5$ , то при торможении в роторе выделится столько же энергии, как и при пуске, а при полном реверсе — вдвое, а не вчетверо больше, чем при пуске. Примеры различных моментов сопротивления показаны на рис. 6-1.

Из формул (6-26) и (6-32) следует также, что при разгоне двигателя от нуля до половины номинальной частоты вращения в его роторе выделяется 0,75 всей энергии, при разгоне до 60 % — 0,84 и до 70 % — 0,91, т. е. основная энергия выделяется в начале пуска или реверса. По-видимому, в начальный период переходного электромеханического процесса и будут иметь место макси-

мальные температурные градиенты. Учет распространения теплоты по высоте стержня приводит к мысли, что абсолютная длительность пуска или реверса также сказывается на температурных градиентах, так как при отсутствии момента сопротивления на валу энергии, выделяемая в роторе, не зависит от времени пуска.

Из формул (6-22) и (6-28) следует, что время пуска

$$t_n = T_m \int_0^{s_n} \frac{M_m ds}{M \left(1 - \frac{M_c}{M}\right)} = \frac{T_m}{k_m k_n}, \quad (6-33)$$

где  $k_n = M_{cp}/M_n$  — отношение среднего за время пуска пускового момента к номинальному. Для более точных расчетов можно применить формулу, в которой значения  $k_n$  и  $k_m$  входят в подынтегральное выражение:

$$t_n = T_m \int_0^{s_n} \frac{ds}{k_n(s) k_m(s)}, \quad (6-34)$$

где  $k_n(s) = M(s)/M_n$  и  $k_m(s) = 1 - M_c(s)/M(s)$ . Естественно, что второе слагаемое в формуле (6-27) уменьшается с ростом  $M(s)$  и среднее значение  $k_n$  приближается к единице. Следовательно, для пуска с моментом сопротивления увеличение пускового момента и сокращение  $t_n$  ведет к меньшему общему нагреву стержней ротора. Однако это снижение общего нагрева, во-первых, не имеет места при пуске без момента сопротивления и, во-вторых, уменьшение  $t_n$  приводит к большим температурным градиентам по высоте стержня и по длине лобовой части.

При росте единичной мощности  $P_n$  или мощности на пару полюсов  $P_n/p$  увеличивается диаметр (полюсное деление) машины. Стремление проектировщика обеспечить примерное постоянство тепловых нагрузок изоляции и поверхности статора [3] приводит к росту диаметра по закону

$$D_n = k \cdot P_n^{0.25}, \quad (6-35)$$

а так как маховый момент цилиндрического ротора пропорционален четвертой степени диаметра:

$$GD^2 = 3.93 D_n^4 \gamma l_2, \quad (6-36)$$

где  $\gamma$  — плотность, а  $l_2$  — длина цилиндра ротора, то постоянная времени разгона самого двигателя  $T_{м.д}$  оказывается примерно постоянной для данного конструктивного ряда. Однако среднее превышение температуры клетки при пуске, если положить, что

сечение стержней пропорционально квадрату диаметра, будет возрастать с увеличением мощности:

$$\vartheta_b = k_2 k_G \frac{P_n^{0.5}}{k_n}, \quad (6-37)$$

если отношение  $k_G/k_n$  не будет изменяться.

Чтобы ограничить  $\vartheta_b$ , необходимо обеспечить зависимость

$$k_G = \frac{\vartheta_{b \max}}{k_n \sqrt{P_n}} k_n. \quad (6-38)$$

Анализ данных выполненных двигателей показывает, что такая зависимость действительно имеет место. Однако эта зависимость справедлива, если вытеснение тока в стержнях незначительно. Если же оно велико, то теплота в первый период пуска выделяется только в верхней части стержня и расчет носит более сложный характер, о чем будет сказано ниже. Для реверсивных двигателей коэффициент  $k_2$  в формуле (6-37) должен быть принят большим, нежели для неререверсивных (в худшем случае — в четыре раза).

С ростом единичной мощности (и размеров ротора) неизбежно достигается такое ее значение, при котором разгон двигателя даже без механизма становится затруднительным. В этих случаях, а также при разгоне механизмов с весьма большими маховыми массами применяется система пуска от устройства частотного управления или с переключением числа пар полюсов, а также конструкция двигателя с фазным ротором. Границы мощностей, при которых это становится необходимым, определяются расчетом, позволяющим учесть также и термомеханические явления в клетке ротора.

Опыт эксплуатации показывает, что для большого числа машин вполне достаточной является оценка по среднему нагреву обмоток. Однако имеются случаи разрушения обмоток после известного числа пусков при, казалось бы, допустимом среднем нагреве. Это показывает, что в процессе пуска или реверса остаются явления, связанные с нагревом, но недостаточно учитываемые методами расчета по среднему нагреву. Одно из таких явлений — неравномерность нагрева достаточно высоких стержней клетки в переходных режимах вследствие вытеснения тока, до сих пор не учитывавшаяся при практических расчетах.

### 6-3. Термическая стойкость обмоток при пусках, торможениях и реверсах

Обычно при проектировании новых серий и индивидуальных машин используются данные эксплуатации машин, близких по удельным нагрузкам и условиям работы, а также данные ресурсных испытаний. Если в процессе эксплуатации в некоторых

режимах имели место повреждения обмоток, то необходимо либо ограничить такие режимы, либо, создавая новую машину, повысить ее термическую стойкость. Так, для асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором и для синхронных машин, пускаемых асинхронно прямым подключением к сети с последующей синхронизацией, были установлены нормы условного нагрева стержней ротора, рассчитанного по формуле (6-32), но с учетом некоторой теплоотдачи за время пуска от обмотки ротора в сталь сердечника: результат, полученный по формуле, умножался на коэффициент 0,9—0,8. Такие нормы медных обмоток составляли 200° для одно-клеточных и 250° для двухклеточных машин.

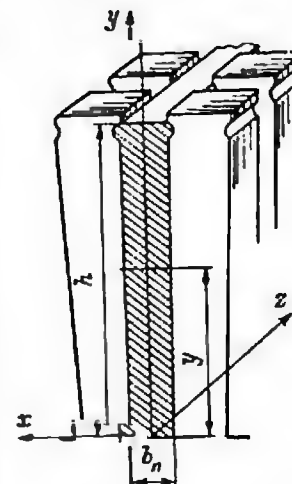
Существование некоторого предела средней и максимальной температуры нагрева стержней при пуске очевидно: при температуре выше 200 °С механические характеристики как меди, так и алюминия начинают интенсивно ухудшаться, а нагрузка от центробежных сил, действующая на выступающие из сердечника части короткозамкнутой обмотки ротора, именно к концу пуска достигает максимума. Зависимость предела прочности  $\sigma_b$ , предела текучести  $\sigma_{0,2}$  и предела вибрационной устойчивости  $\sigma_y$  (усталости) для меди и алюминия от температуры приведена в табл. 6-1 [49]. При авариях, вызванных затяжными или многократными повторными пусками, можно было наблюдать картину разрушения обмотки, начинавшегося прогибом части стержней под действием центробежных сил при условии потери прочности от нагрева.

Однако не только сама температура сказывается на термической стойкости обмоток асинхронных машин при пусках и реверсах.

Таблица 6-1. Механические характеристики меди и алюминия при разных температурах

Материал		Твердый металл				Отожженный			
Температура, °С		20	100	200	250	20	100	200	250
Прочность на разрыв, МПа	Медь	420	370	325	210	244	212	179	167
	Алюминий	150	135	85	61	92	80	52	39
Условный предел текучести, МПа	Медь	405	360	300	158	59	50	43	41
	Алюминий	134	122	65	41	45	42	31	23
Модуль упругости, ГПа	Медь	127	111	106	101	119	119	113	104
	Алюминий	74	67	57	48	69	69	60	60
Предел усталости, МПа	Медь	97	78	60	48	76	68	53	42
	Алюминий	78	69	30	17	30	26	20	16

Рис. 6-2. К расчету термомеханических напряжений



Термическая стойкость зависит еще от относительных тепловых напряжений и деформаций. Поясним их возникновение на простейшем примере нагрева пазовой части обмотки ротора с прямоугольными, достаточно глубокими пазами при пуске. Для демонстрации метода рассмотрим наиболее простую постановку задачи, которая решалась рядом авторов, но в наиболее полном виде была рассмотрена В. И. Праздниковым в его кандидатской диссертации [46]. Для простоты примем следующие допущения: стержень в поперечном сечении имеет прямоугольную форму, причем его радиальный размер значительно больше тангенциального (рис. 6-2); магнитная проницаемость стенок паза равна бесконечности; участки вылета стержней в торцевых зонах, а также короткозамыкающее кольцо достаточно удалены от сердечника; пренебрегаем тепловым потоком в направлении оси  $x$ , т. е. считаем, что температура по ширине стержня не меняется; пренебрегаем также тепловым потоком в ярмо ротора и воздушный зазор.

Подогрев зоны зубцов принимается равным нулю, т. е. тепловой поток в зубцы ротора пропорционален нагреву стержня; пренебрегается также влиянием нагрева на удельное электрическое сопротивление материала обмотки, теплопроводность  $\lambda$ , удельную теплоемкость  $c$ , модуль Юнга  $E$  и коэффициент линейного теплового удлинения  $\alpha_t$ .

Примем, что частота вращения ротора в переходных режимах линейно зависит от времени, т. е. пуск происходит при постоянном избыточном моменте, что весьма часто наблюдается в экспериментах.

Практически все принятые допущения направлены на получение пессимистических оценок максимальных напряжений, возникающих в стержнях, т. е. на расчет с запасом.

Задача нахождения распределения электромагнитного поля по высоте паза при принятых допущениях рассмотрена в главе 4. Согласно формулам (4-65) — (4-68) имеем.

Потери (выделение) мощности на высоте  $y$  от дна паза, приходящиеся на единицу длины стержня (рис. 6-2),

$$p(y) = b_n H_{0p}^2 \alpha_0^2 \frac{\operatorname{ch} 2\alpha_0 y + \cos 2\alpha_0 y}{\operatorname{ch} 2\alpha_0 h - \cos 2\alpha_0 h} \quad (6-39)$$



Средние потери, приходящиеся на единицу высоты паза,

$$p_{cp} = \frac{p}{h} = \frac{b_n H_0^2 \alpha_0}{2} \frac{\operatorname{sh} 2\alpha_0 h + \sin 2\alpha_0 h}{\operatorname{ch} 2\alpha_0 h - \cos 2\alpha_0 h}. \quad (6-40)$$

Отношение фактических потерь на высоте  $y$  к средним потерям

$$\frac{p(y)}{p_{cp}} = 2\alpha_0 h \frac{\operatorname{ch} 2\alpha_0 y + \cos 2\alpha_0 y}{\operatorname{sh} 2\alpha_0 h + \sin 2\alpha_0 h}. \quad (6-41)$$

Получив зависимость распределения потерь по высоте стержня от времени (от скольжения), можно сформулировать задачу расчета нагрева стержня в виде краевой нестационарной задачи теплопроводности, описываемой уравнением

$$\lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + q^* - \frac{2\beta\theta}{b_n} = c\gamma \frac{\partial \theta}{\partial t}, \quad (6-42)$$

где  $\lambda$  — теплопроводность;  $\beta$  — коэффициент теплоотдачи в зубцы ротора;  $c$  — удельная теплоемкость материала обмотки;  $q^*$  — плотность источников теплоты.

Как только найдено распределение потерь по высоте прямоугольного паза (6-41), с учетом того, что  $\alpha = \alpha_0 \sqrt{s}$ , можно записать уравнение теплопроводности, если известна зависимость  $s(t)$ . Во время электрохимического переходного процесса изменению скольжения от  $s$  до  $s+ds$  соответствует приращение энергии, выделившейся в роторе,  $dA = -2Q_b ds$ , где  $Q_b$  — полные потери в стержнях ротора:  $Q_b = 0,5 T_m P_n / k_n$ . Им соответствует превышение температуры  $\theta_b = Q_b / (c\gamma V)$ , где  $V$  — объем. Энергия в единице объема при скольжении  $s$  составит  $q_{cp} dt = -2\theta_b c\gamma ds$ , откуда при равномерном разгоне получаем

$$q^* = \frac{2\theta_b s_0^2}{t_n} \left(1 - \frac{t}{t_n}\right) 2\alpha h \psi(y, t) c\gamma, \quad (6-43)$$

где

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega_1 \mu}{2\rho} \left(1 - \frac{t}{t_n}\right)};$$

$$\psi(y, t) = \frac{\operatorname{ch} 2\alpha y + \cos 2\alpha y}{\operatorname{sh} 2\alpha h + \sin 2\alpha h}.$$

Значение  $\theta_b$  получаем по формуле (6-32) и умножаем на коэффициент отношения потерь в пазовой части обмотки ко всем потерям в обмотке ротора. Для предварительных расчетов его выбирают в пределах 0,8—0,9. В дальнейшем для расчета конкретных машин он должен быть уточнен по формуле

$$k = \frac{l_n + l_n}{l_n} \frac{\int_0^{t_n} k_r(t) dt}{\int_0^{t_n} k_r(t) dt + \frac{l_n}{l_n + l_n} + \frac{l_n}{l_n + l_n} \frac{b_n h}{b_n h_k}}, \quad (6-44)$$

где  $l_n$ ,  $l_n$ ,  $l_n$  — эквивалентные длины лобовой части, пазовой и короткозамыкающего кольца соответственно;  $b_n$  и  $h_k$  — размеры поперечного сечения короткозамыкающего кольца.

Начальное условие  $\theta|_{t=0} = 0$ . Граничные условия при  $y = 0$  и  $y = h$  в общем случае зависят от нагрева, но с достаточной для наших целей точностью можно положить

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0, y=h} = 0. \quad (6-45)$$

Уравнение (6-42) можно переписать в виде

$$a^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + q - \frac{r\theta}{t_n} = \frac{\partial \theta}{\partial t},$$

где

$$a^2 = \frac{\lambda}{c\gamma}; \quad q = \frac{q^*}{c\gamma}; \quad r = \frac{2\beta t_n}{c\gamma b_n},$$

и после замены  $\theta = \Theta e^{-rt/t_n}$  получаем уравнение для  $\Theta$

$$a^2 \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} + q e^{rt/t_n} = \frac{\partial \Theta}{\partial t}. \quad (6-46)$$

Пусть  $r = 0$ , т. е. пренебрежем теплоотдачей в сталь зубцов (так называемый аднабатный нагрев).

Однородное уравнение  $a^2 \partial^2 \Theta / \partial y^2 - \partial \Theta / \partial t = 0$  имеет общее решение

$$\Theta = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-a^2 \mu_n^2 t} (A_n \sin \mu_n y + B_n \cos \mu_n y), \quad (6-47)$$

где  $\mu_n = n\pi/h$  и  $A_n = 0$  при условии (6-45).

Для решения неоднородного уравнения разложим  $q(y, t)$  в гармонический ряд по координате  $y$ , считая  $t$  параметром. В результате получим

$$q(y, t) = \left[ \frac{a_0(t)}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \mu_n y \right] \times$$

$$\times \frac{2\theta_b s_0^2}{t_n} \left(1 - \frac{t}{t_n}\right) 2\alpha h \quad (6-48)$$

где

$$a_0 = \frac{2}{h} \int_0^h \psi(y, t) dy = \frac{1}{\alpha h};$$

$$a_n = \frac{2}{h} \int_0^h \psi(y, t) \cos \mu_n y dy =$$

$$= \frac{2}{h} \frac{\int_0^h (\operatorname{ch} 2\alpha y + \cos 2\alpha y) \cos \mu_n y dy}{\operatorname{sh} 2\alpha h + \sin 2\alpha h} = \frac{8\alpha^2 (-1)^n}{2\alpha h (\operatorname{sh} 2\alpha h + \sin 2\alpha h)} \times$$

$$\times \left( \frac{\operatorname{sh} 2\alpha h}{\mu_n^2 + 4\alpha^2} - \frac{\sin 2\alpha h}{\mu_n^2 - 4\alpha^2} \right) = \frac{8\alpha^2 (-1)^n}{2\alpha h} \times$$

$$\times \frac{4\alpha^2 - \mu_n^2}{(4\alpha^2 - \mu_n^2)(\mu_n^2 + 4\alpha^2)} \frac{\operatorname{sh} 2\alpha h - \sin 2\alpha h}{\operatorname{sh} 2\alpha h + \sin 2\alpha h}.$$

При больших значениях аргумента  $\alpha h$  отношение  $(\operatorname{sh} 2\alpha h - \sin 2\alpha h)/(\operatorname{sh} 2\alpha h + \sin 2\alpha h)$  стремится к единице, а при малых — практически вся энергия уже рассеялась в роторе и погрешность в определении температуры пренебрежимо мала. Тогда

$$a_n = \frac{8\alpha_0^2 (1 - t/t_n) (-1)^n}{\mu_n^2 + 4\alpha_0^2 (1 - t/t_n)}.$$

После несложных преобразований получим

$$q(y, t) = \frac{2\theta_b s_0^2}{t_n} \left[ 1 - \tau + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \times \right.$$

$$\left. \times \frac{(1 - \tau)^2}{1 - \tau + \left(\frac{n\pi}{2k_r}\right)^2} \cos \mu_n y \right], \quad (6-49)$$

где  $\tau = t/t_n$  — относительное время;  $2k_r = 2\alpha_0 h$  — удвоенное отношение высоты стержня к глубине проникновения электромагнитной волны при частоте  $\omega_b s_0$ . Для  $\alpha > 1,6$ , что почти всегда имеет место,  $k_r$ , определенное по формуле (4-69), с достаточной точностью равно  $\alpha_0 h$ .

Будем искать решение в виде

$$\theta = \varphi(t) + \sum_{n=1}^{\infty} x_n(t) \cos \mu_n y. \quad (6-50)$$

Тогда, подставляя (6-50) в (6-46), будем иметь

$$-a^2 \sum_{n=1}^{\infty} x_n(t) \mu_n^2 \cos \mu_n y + \frac{2\theta_b s_0^2}{t_n} (1 - \tau) + \frac{4\theta_b s_0^2}{t_n} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(1 - \tau)^2}{1 - \tau + \left(\frac{n\pi}{2k_r}\right)^2} \cos \mu_n y =$$

$$= \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial x}{\partial t} \cos \mu_n y.$$

Приравнявая соответствующие коэффициенты при членах рядов, получим

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = 2\theta_b \frac{s_0^2}{t_n} \left( 1 - \frac{t}{t_n} \right)$$

или, используя условие  $\varphi(0) = 0$ ,

$$\varphi = \theta_b s_0^2 [1 - (1 - \tau)^2]. \quad (6-51)$$

Далее

$$\frac{\partial x_n}{\partial t} - a_n^2 \mu_n^2 x = \frac{4\theta_b s_0^2}{t_n} (-1)^n \times$$

$$\times \frac{\left(1 - \frac{t}{t_n}\right)^2}{1 - \frac{t}{t_n} + \left(\frac{n\pi}{2k_r}\right)^2}$$

или

$$x_n = 4\theta_b s_0^2 (-1)^n e^{-Fo_n^2 \tau} \int_0^{\tau} \frac{(1 - \tau)^2}{(1 - \tau) + \left(\frac{n\pi}{2k_r}\right)^2} e^{Fo_n^2 \tau} d\tau, \quad (6-52)$$

где  $Fo$  — критерий Фурье, характеризующий отношение темпа изменения окружающих условий и темпа перестройки температурного поля внутри теплопроводной среды во время пуска:

$$Fo = \frac{\lambda}{c\gamma} \frac{t_n}{h^2}. \quad (6-53)$$

Окончательно

$$\theta = 2\theta_0 s_0^2 \tau \left(1 - \frac{\tau}{2}\right) + 4\theta_0 s_0^2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-Fon^2 \pi^2 \tau} (-1)^n \times \\ \times \int_0^{\tau} \frac{(1-\xi)^2 e^{Fon^2 \pi^2 \xi}}{1-\xi + \left(\frac{n\pi}{2k_r}\right)^2} d\xi \cos \frac{n\pi y}{h}. \quad (6-54)$$

Пусть теперь  $r > 0$ . Тогда аналогично (6-50)

$$\theta = \varphi(t) + \sum_{n=1}^{\infty} x_n(t) \cos \mu_n y \quad (6-55)$$

или

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = 2\theta_0 s_0^2 (1 - \tau) e^{\tau}.$$

Принтегрировав, получим

$$\varphi = 2\theta_0 s_0^2 \int_0^{\tau} (1-\xi) e^{\xi} d\xi = 2\theta_0 s_0^2 e^{\tau} \times \\ \times \frac{1}{r} \left[ (1 - e^{-r\tau}) \left(1 + \frac{1}{r}\right) - \tau \right]. \quad (6-56)$$

Для  $x_n$  аналогично предыдущему получаем:

$$x_n = 4\theta_0 s_0^2 (-1)^n e^{-Fon^2 \pi^2 \tau} \int_0^{\tau} \frac{(1-\xi)^2 e^{Fon^2 \pi^2 \xi + r\xi}}{1-\xi + \left(\frac{n\pi}{2k_r}\right)^2} d\xi. \quad (6-57)$$

В итоге

$$\theta = \theta e^{-r\tau} = 2\theta_0 s_0^2 \left\{ \frac{1}{r} \left[ 1 - \tau + \frac{1}{r} - \right. \right. \\ \left. \left. - e^{-r\tau} \left(1 + \frac{1}{r}\right) \right] + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{n\pi y}{h} e^{-(Fon^2 \pi^2 + r)\tau} \times \right. \\ \left. \times \int_0^{\tau} \frac{(1-\xi)^2 e^{(Fon^2 \pi^2 + r)\xi}}{1-\xi + \left(\frac{n\pi}{2k_r}\right)^2} d\xi \right\}. \quad (6-58)$$

Рассмотрим отношение коэффициентов  $r$  и  $Fo$ :

$$\frac{r}{Fo} = \frac{2\beta l_n}{c\gamma b_n} \frac{c\gamma h^2}{\lambda l_n} = \frac{\beta h}{\lambda} \frac{2h}{b_n} = Bi \frac{2h}{b_n},$$

где  $Bi$  — критерий Бю, характеризующий отношение температурного перепада в теле к температурному перепаду между телом и средой. Иными словами, коэффициент  $r$  можно выразить через известные критерии  $Fo$  и  $Bi$  при незначительной вариабельности отношения  $2h/b_n$  для широкого диапазона типоразмеров асинхронных глубокопазных машин.

Вычисление интеграла, входящего в формулы (6-52), (6-54), (6-57), (6-58), можно провести двумя различными путями. Первый из них — аналитический. Выкладки, предшествующие окончательному результату, довольно громоздки, поэтому приведем выражение для вычисления  $x_n$  согласно (6-57) без них:

$$x_n = 4\theta_0 s_0^2 (-1)^{n+1} \frac{1}{\xi^n} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{1 + [n\pi/(2k_r)]^2} \times \\ \times \left\{ (-1)^{k+1} \left[ \frac{(k-1)!}{\xi^{k-1}} + \frac{2k!}{\xi^k} + \frac{(k+1)!}{\xi^{k+1}} \right] \times \right. \\ \times (1 - e^{-\xi\tau}) + \sum_{l=1}^{k-1} \tau^l \frac{(-1)^{k+l-1}}{l!} \times \\ \times \left[ \frac{(k-1)!}{\xi^{k-l-1}} + 2 \frac{k!}{\xi^{k-l}} + \frac{(k+1)!}{\xi^{k-l+1}} \right] - \tau^k \left( \frac{k}{\xi} + 2 \right) + \tau^{k+1} \left. \right\} \quad (6-59)$$

где

$$\xi = Fo n^2 \pi^2 + r = Fo (n^2 \pi^2 + Bi \cdot 2h/b_n).$$

На практике время вычисления на ЭВМ суммы такого ряда оказалось несколько большим, чем численный расчет интеграла с помощью стандартных программных модулей.

Расчет термической стойкости стержней будем проводить в пределах теории упругости, и, если максимальное напряжение будет превосходить выбранное допустимое (с учетом его зависимости от температуры), это будет означать опасность разрушения обмотки при числе циклов, меньшем, чем по кривой усталостной прочности с учетом знакопеременной или знакопостоянной деформации при данной температуре.

В общем случае распределение термоупругих напряжений в стержне произвольной формы и поперечного сечения, который может удлиняться (податливость сердечника достаточно велика по сравнению с усилием среднего теплового удлинения стержней).

но не может изгибаться, в произвольный момент времени переходного процесса определяется формулой [48]

$$\sigma(y) = E(\theta, y) \left[ \frac{\int_0^h E(\theta) \alpha_r(\theta) \theta(y) b_n(y) dy}{\int_0^h E(\theta) b_n(y) dy} - \alpha_r(\theta) \theta(y) \right] \quad (6-60)$$

При  $b_n = \text{const}$  и принятом допущении независимости модуля Юнга  $E$  и коэффициента линейного теплового удлинения от нагрева  $\alpha_r$ , формула приобретает вид

$$\begin{aligned} \sigma(y) &= E\alpha_r \left[ \frac{1}{h} \int_0^h \theta(y) dy - \theta(y) \right] - \\ &= -4E\alpha_r \theta_0 s_0^2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-(Fon^2\pi^2 + r)\tau} \times \\ &\times \cos \frac{n\pi y}{h} \int_0^{\pi} \frac{(1-\zeta)^2 e^{(Fon^2\pi^2 + r)\zeta}}{1-\zeta + (n\pi/2k_r)^2} d\zeta. \end{aligned} \quad (6-61)$$

На рис. 6-3 представлено в безразмерной форме распределение термоупругого напряжения по высоте стержня глубокопазного двигателя и его изменение во времени в режимах пуска или реверса. Максимальное  $\sigma$ , достигаемое на верхней кромке стержня, где нагрев максимален, определяется формулой

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= 4E\alpha_r \theta_0 s_0^2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(Fon^2\pi^2 + r)\tau} \times \\ &\times \int_0^{\pi} \frac{(1-\zeta)^2 e^{(Fon^2\pi^2 + r)\zeta}}{1-\zeta + \left(\frac{n\pi}{2k_r}\right)^2} d\zeta = 4E\alpha_r \theta_0 s_0^2 k_0(\tau). \end{aligned} \quad (6-62)$$

Максимальное напряжение, имеющее место на верхней или нижней кромке стержня, зависит от времени, так как зависит от градиента температуры (рис. 6-4, а). Следовательно, и его относительная величина  $k_0$  будет функцией времени.

Рис. 6-3. Характер изменения термоупругих напряжений при пуске и реверсе

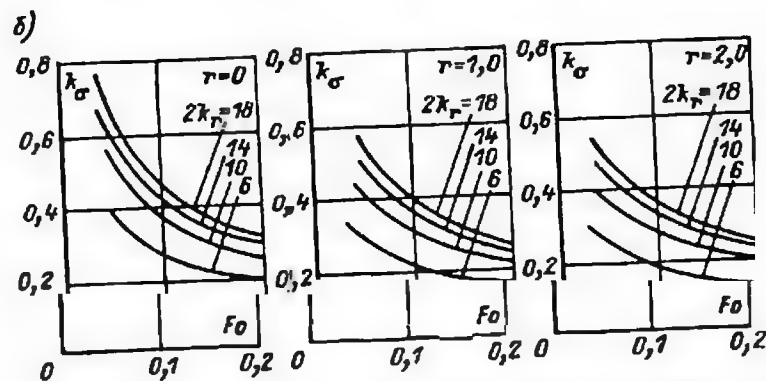
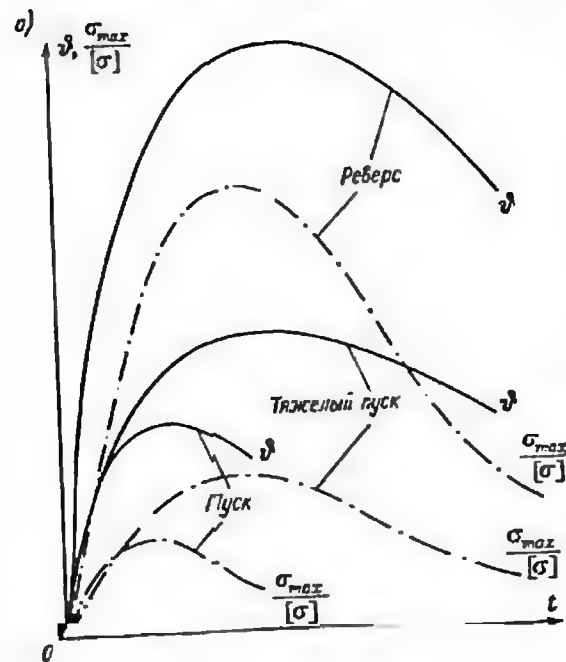
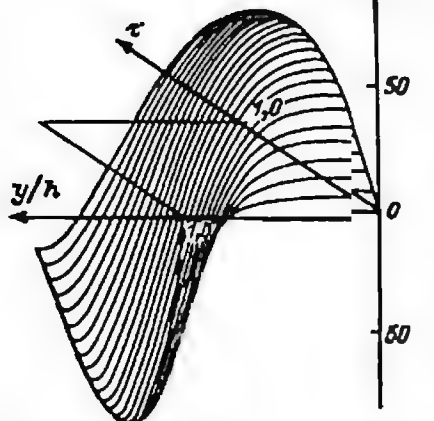


Рис. 6-4. Изменение максимальной температуры стержня ротора и максимального напряжения при пуске и реверсе по времени (а); к расчету  $k_0$  (б)

Если построить кривые, подобные показанным на рис. 6-4, а, для различных случаев, то можно на каждой из них найти самое большое значение  $\sigma_{\max}$  и  $k_0 \max$ , соответствующее примерно 0,4  $t_n$ . Анализ формулы для расчета максимального термоупругого напряжения показывает, что коэффициент  $k_0 \max$  для различных машин, разного материала обмоток, роторов, маховых моментов

агрегатов может быть выражен в виде функции только трех безразмерных параметров:

$$k_{\sigma \max} = f(Fo, k_r, r) \quad (6-63)$$

или

$$k_{\sigma \max} = f\left(Fo, k_r, Bi \frac{2h}{b}\right).$$

Это обстоятельство позволяет построить семейство кривых, по которым можно легко оценить максимальное термоупругое напряжение еще на этапе эскизного проекта машины (рис. 6-4, б).

Из этих рисунков видно, что при увеличении высоты стержня и соответственно  $k_r$  значения  $\sigma_{\max}$  возрастают; они возрастают также с уменьшением  $Fo$ , вызванным увеличением  $h$  или сокращением времени пуска, что говорит о большой опасности быстрых пусков по сравнению с замедленными при одной и той же энергии, выделившейся в роторе ( $\vartheta_b = \text{const}$ ). С помощью кривых рис. 6-4, б, ограничиваясь значением  $\sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{доп}} < \sigma_{\text{п.г.}}$ , несложно проверить применимость данного двигателя в новых условиях или оценить максимальную термическую стойкость ротора.

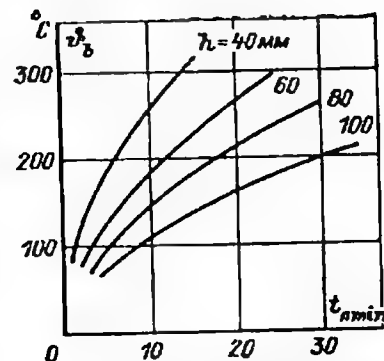
Так, например, использование меди вместо алюминия для стержней обмотки ротора двигателя позволяет снизить  $\sigma_{\max}$  и увеличить допустимое число пусков и реверсов машины.

Нетрудно показать, что существенного снижения термоупругих напряжений можно добиться при переходе на двойную клетку. Если бы мы разрезали стержень вдоль на уровне половины высоты и верхнюю и нижнюю части обмотки соединили бы со своими кольцами, это привело бы к снижению термоупругих напряжений почти в четыре раза. Однако, как было сказано выше, двойная клетка может оказаться дороже, а двигатель хуже, поэтому ее использование не всегда целесообразно.

Можно подойти к оценке размеров стержня ротора глубокопазного двигателя и таким образом: при заданном времени пуска определить максимальную возможную по условию термической стойкости высоту стержня. На рис. 6-5 построено семейство кривых  $t_{\text{н. min}}(\vartheta_b)$  для клеток из алюминия. Пользоваться этими кривыми для проверки термической стойкости ротора несложно: если при пуске, например, двигателя с глубиной паза ротора 80 мм температура, рассчитанная по формуле (6-32), составила 200 °С, а продолжительность пуска менее 17 с, то термоупругие напряжения в стержнях могут превзойти опасный предел; если же пуск более длительный, то напряжения будут в норме. Следовательно, если нагрев обмотки статора позволяет затянуть пуск, применив, например, пусковой реактор или автотрансформатор, то обмотка ротора будет испытывать меньшие термомеханические воздействия.

Как показывают расчеты, влияние неравномерного по высоте нагрева стержня обмотки ротора на механические напряжения

Рис. 6-5. К определению предельной высоты паза



в лобовой части обычно менее существенно, нежели в пазовой, однако весьма сильным может быть влияние нагрева короткозамыкающего кольца. Полезно изложить расчет напряжений в лобовой части обмотки ротора с учетом тепловых деформаций не только кольца, но и стержня; методика расчета была разработана В. И. Праздниковым. При этом считается, что теплообмен лобовой части с окружающей средой происходит с тем же коэффициентом теплоотдачи  $r$ , что и для пазовой части, или отсутствует; пренебрегается теплообменом между стержнем и кольцом; считается, что потери на участке «пазовая часть стержня — лобовая часть — короткозамыкающее кольцо» выделяются пропорционально сопротивлениям этих участков. Будем считать также, что к концу пуска температура каждой части будет пропорциональна выделяющимся в ней потерям:

$$\begin{aligned} \vartheta_{bn} &= \vartheta_b \frac{k_{\text{ср}}}{k_{\text{ср}} l^* + 1 - l^* + (l_{\text{к.з}}/l_2) b_{\text{п}} h / (b_{\text{к}} h_{\text{к}})}; \\ \vartheta_{bl} &= \vartheta_b \frac{1}{k_{\text{ср}} l^* + 1 - l^* + (l_{\text{к.з}}/l_2) b_{\text{п}} h / (b_{\text{к}} h_{\text{к}})}; \\ \vartheta_{\text{вк}} &= \vartheta_b \frac{l_{\text{к.з}} b_{\text{п}} h}{l b_{\text{к}} h_{\text{к}}} \frac{1}{k_{\text{ср}} l^* + 1 - l^* + l_{\text{к.з}} b_{\text{п}} h / (l_2 b_{\text{к}} h_{\text{к}})}. \end{aligned} \quad (6-64)$$

Здесь согласно изложенному выше в § 4-4,  $l^* = l_2/l_1$ ;  $l_2 = l_{12} - 0,5 n_{\text{р.з}} b_{\text{р.з}}$ , где  $l_{12}$  — длина сердечника ротора;  $b_{\text{р.з}}$  и  $n_{\text{р.з}}$  — ширина и число вентиляционных каналов ротора;  $l_{\text{к.з}}$  — эквивалентная длина участков короткозамыкающего кольца, прилегающих к стержню;

$$k_{\text{ср}} = \frac{a_0 h}{s - s_0} \int_{s_0}^s \sqrt{s} \frac{\text{sh } 2\alpha_0 h \sqrt{s} + \sin 2\alpha_0 h \sqrt{s}}{\text{ch } 2\alpha_0 h \sqrt{s} + \cos 2\alpha_0 h \sqrt{s}} ds. \quad (6-65)$$

Решение уравнения теплопроводности вида

$$a^2 \left( \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right) + q(y, z, t) - \frac{r}{t_{\text{н}}} \vartheta = \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \quad (6-66)$$

с начальными и граничными условиями:

$$\vartheta|_{t=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right|_{y=0; y=h} = \left. \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right|_{z=0; z=l} = 0,$$

если учесть, что функция источников

$$q(y, z, t) = \begin{cases} \frac{2\theta_{bn}\epsilon_0^2}{l_n} \left[ 1 - \tau + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \times \right. \\ \left. \times \frac{(1-\tau)^2}{1-\tau + (n\pi)^2/(2k_r)^2} \cos \mu_n y \right] & \text{при } 0 \leq z \leq l_1; \\ \frac{2\theta_{bn}\epsilon_0^2}{l_n} (1-\tau) & \text{при } l_1 < z \leq l_2 \end{cases}$$

может быть разложена в двойной ряд Фурье по  $y$  и  $z$ , а само решение мы также будем искать в виде двойного ряда, получим после несложных преобразований в следующем виде:

$$\begin{aligned} \vartheta(y, z, t) = & 2s_0 t^* \left[ \left( \vartheta_{bn} + \vartheta_{bn} \left( \frac{1}{l^*} - 1 \right) \right) e^{-\tau} \times \right. \\ & \times \int_0^{\tau} (1-\xi) e^{\xi} d\xi + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{bn} (-1)^n \cos \frac{n\pi y}{h} \times \\ & \times e^{-(Fo_n n^2 \pi^2 + r)\tau} \int_0^{\tau} \frac{(1-\xi)^2 e^{(Fo_n n^2 \pi^2 + r)\xi} d\xi}{1-\xi + (n\pi)^2/(2k_r)^2} + \\ & + (\vartheta_{bn} - \vartheta_{bn}) 2 \sum_{m=1}^{\infty} \cos \frac{m\pi z}{l} e^{-(Fo_m m^2 \pi^2 + r)\tau} \times \\ & \times \int_0^{\tau} (1-\xi) e^{(Fo_m m^2 \pi^2 + r)\xi} d\xi - \frac{\sin mzl^*}{mzl^*} + \\ & + 4\vartheta_{bn} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{n\pi y}{h} \cos \frac{m\pi z}{l} \times \\ & \times \frac{\sin m\pi l^*}{m\pi l^*} e^{-(Fo_n n^2 \pi^2 + Fo_m m^2 \pi^2 + r)\tau} \times \\ & \times \int_0^{\tau} \frac{(1-\xi)^2}{1-\xi + (n\pi)^2/(2k_r)^2} e^{(Fo_n n^2 \pi^2 + Fo_m m^2 \pi^2 + r)\xi} d\xi. \end{aligned} \quad (6-67)$$

Для расчета механических напряжений представим стержень ротора в виде пластины, заделанной в сердечник на одном конце и отрезанной от кольца — на другом. Представим в каждой точке  $z$

(рис. 6-6) распределение  $\vartheta$  в виде двух слагаемых: линейно зависящего от координаты  $y$  и нелинейного:

$$\begin{aligned} \vartheta(y, z) = & \vartheta_n(y, z) + \vartheta_{nn}(y, z); \\ \vartheta_n(y, z) = & ay + b = \frac{y}{h} \left[ \vartheta \left( \frac{h}{2}, z \right) - \vartheta \left( -\frac{h}{2}, z \right) \right] + \\ & + \frac{1}{2} \left[ \vartheta \left( \frac{h}{2}, z \right) + \vartheta \left( -\frac{h}{2}, z \right) \right]; \\ \vartheta_{nn}(y, z) = & \vartheta(y, z) - \vartheta_n(y, z). \end{aligned} \quad (6-68)$$

Нетрудно показать, что только линейная часть  $\vartheta_n(y, z)$  создает прогиб и угол поворота сечения пластины, не создавая при этом

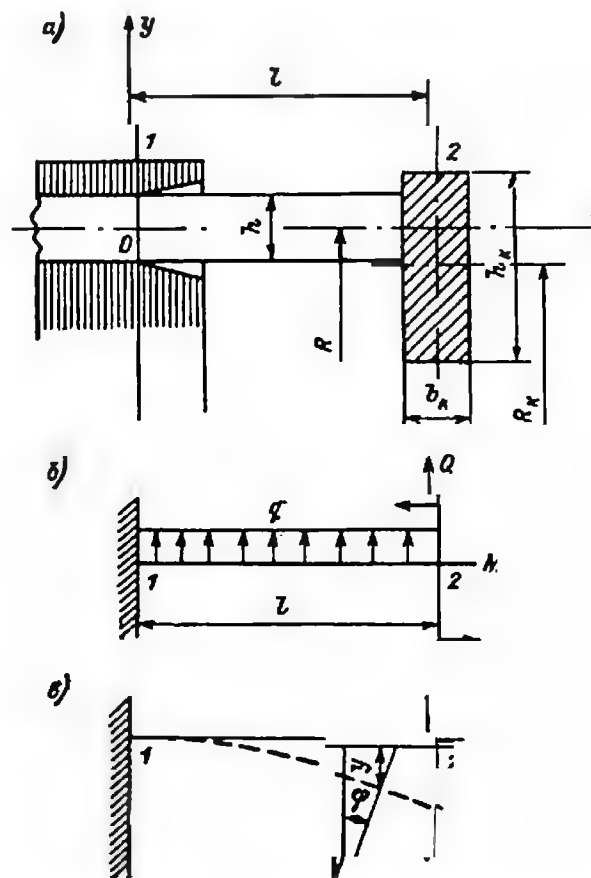


Рис. 6-6. Схема для термомеханического расчета короткозамкнутой обмотки ротора



никаких напряжений, если пластина свободна. Нелинейная часть  $\vartheta_n$  будет создавать напряжения

$$\sigma_n(y, z) = -E\alpha_T \left[ \vartheta_n(y, z) - \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} \vartheta_n(y, z) dy - \frac{12y}{h^3} \int_{-h/2}^{h/2} \vartheta_n(y, z) y dy \right]. \quad (6-69)$$

Пренебрегая краевыми эффектами, найдем угол поворота сечения элемента  $dz$  на расстоянии  $z$  от заделки:

$$\varphi(z) = \frac{\alpha_T}{h} \int_{l_1}^z \left[ \vartheta\left(\frac{h}{2}, z\right) - \vartheta\left(-\frac{h}{2}, z\right) \right] dz; \quad (6-70)$$

$$\varphi(l) = \frac{\alpha_T}{h} \int_{l_1}^l \left[ \vartheta\left(\frac{h}{2}, z\right) - \vartheta\left(-\frac{h}{2}, z\right) \right] dz.$$

Прогиб стержня:

$$f(z) = \frac{\alpha_T}{h} \int_{l_1}^z \int_{l_1}^z \left[ \vartheta\left(\frac{h}{2}, z\right) - \vartheta\left(-\frac{h}{2}, z\right) \right] dz; \quad (6-71)$$

$$f(l) = \frac{\alpha_T}{h} \int_{l_1}^l \int_{l_1}^l \left[ \vartheta\left(\frac{h}{2}, z\right) - \vartheta\left(-\frac{h}{2}, z\right) \right] dz.$$

Стержень ротора асинхронного двигателя жестко связан с короткозамыкающим кольцом, поэтому их деформации и перемещения под действием центробежных сил и термомеханических напряжений нужно определять совместно.

Линейная силовая нагрузка на лобовые части стержня от действия центробежных сил

$$q_c = \gamma \omega^2 R_c F_c - 1,096 \gamma R_c F_c (n/10)^2, \quad (6-72)$$

где  $R_c$  — радиус средней линии стержня (расстояние до оси машины);  $F_c$  — площадь поперечного сечения;  $n$  — частота вращения (об/мин);  $n = |1 - s_0(1 - \tau)| n_{cx}$ ;  $n_{cx}$  — синхронная частота вращения. Действие кольца на стержень определяется пока неизвестными силой  $Q$  и моментом  $M$ .

Кольца подвергаются нагрузкам от действия центробежных сил

$$q_k = \gamma \omega^2 F R_k^2 = 1,096 \gamma F R_k^2 (n/10)^2. \quad (6-73)$$

(где  $R_k$  — средний радиус кольца;  $F_k$  — площадь поперечного сече-

ния кольца), а также от действия стержней  $z_2 Q$  и  $z_2 M$ , где  $z_2$  — число стержней обмотки ротора.

Допустим, что кольцо в электромеханическом переходном процессе нагревается адиабатно:

$$\vartheta_k = \vartheta_{bk} s_0^2 [1 - (1 - \tau)^2] \quad (6-74)$$

где  $\vartheta_{bk}$  определяется по (6-64).

Тогда, зная частоту вращения в каждый момент, а также распределение температур, можно получить уравнения совместных деформаций стержня и кольца из условий равновесия: поворот сечения кольца от суммарного действия всех сил равен повороту сечения стержня, а прогиб стержня равен изменению радиуса кольца:

$$\begin{aligned} \frac{q_c l_2^4}{8EJ} + \frac{Q l_2^3}{3EJ} - \frac{M l_2^2}{2EJ} - f &= \frac{q_k R_k}{E} + \\ &+ \alpha_T \vartheta_k R_k - \frac{z_2 Q R_k}{2\pi F_k E} \\ \frac{q_c l_2^3}{6FJ} + \frac{Q l_2^2}{2FJ} - \frac{M l_2}{FJ} - q &= \frac{z_2 M R_k}{2\pi E J_k}. \end{aligned} \quad (6-75)$$

где  $J$  — момент инерции сечения стержня,  $J = b_n h^3/12$ ;  $J_k$  — момент инерции выкручивания кольца,  $J_k = h_k b_k^3/2$ .

Решая эти уравнения совместно, можно найти значения  $Q$  и  $M$ :

$$\begin{aligned} Q &= \frac{C_1 D - C_2 B}{AD - B^2}; \\ M &= \frac{C_1 B - C_2 A}{AD - B^2}. \end{aligned} \quad (6-76)$$

где

$$C_1 = \frac{q_k R_k}{E} + \alpha_T R_k \vartheta_k + f - \frac{q_c l_2}{6F};$$

$$C_2 = \varphi - \frac{q_c l_2^3}{6FJ}, \quad B = \frac{l_2}{2EJ};$$

$$A = \frac{l_2^3}{3EJ} + \frac{z_2 R_k}{2\pi F_k E}; \quad D = \frac{l_2}{FJ} + \frac{z_2 R_k}{2\pi F_k J}.$$

Обычно нас интересуют напряжения в сечениях стержня, обозначенных на рис. 6-6 цифрами 1 и 2. На основании произведенных выкладок можно окончательно записать:

$$\sigma_1 = (M - Ql_2 - q_c l_2^2/2) \frac{y}{J} + \sigma_n(y, l); \quad (6-77)$$

$$\sigma_2 = \frac{My}{J} + \sigma_n(y, l)$$

Напряжения в кольце

$$\sigma_k = q_k + \frac{z_1}{2\pi} \left( \frac{Mh_k}{2J_k} - \frac{Q_k}{F_k} \right). \quad (6-78)$$

Анализ расчета [46] показывает, что, во-первых, учет неравномерного по высоте нагрева ведет к значительной погрешности в определении  $\sigma_{max}$  и, во-вторых, что эта недооценка особенно важна для режима асинхронного пуска, так как максимальная температура и ее градиент достигаются примерно при  $\tau = 0,4$ , частота вращения пуска при этом  $n = 0,4 n_{сх}$ , а реверса равна  $0,2 n_{сх}$  (напомним, что центробежные силы пропорциональны  $n^2$ ). Относительно высокий нагрев кольца в этом случае более опасен для лобовой части.

Из изложенного выше следует, в частности, что повышение пускового момента, позволяющее снизить при пуске с моментом сопротивления общий нагрев клетки, не всегда увеличивает ее долговечность. Так, если это повышение достигается за счет увеличения коэффициента вытеснения, например, переходом на клиновую форму паза, то есть опасность чрезмерно высоких градиентов температуры и термомеханических напряжений. Аналогичные соображения требуют обоснования самой формы стержня (и паза), отношений между размерами его частей по высоте и ширине с помощью термомеханических расчетов, методики которых можно разработать по аналогии с приведенным выше простейшим примером.

Разрушение стержня и других элементов обмотки ротора под действием термомеханических напряжений и деформаций — еще не вполне изученный процесс, поэтому трудно определить допустимые термоупругие напряжения по приведенным выше формулам. Во всяком случае, они не должны превосходить предела пропорциональности, так как при пластических деформациях накопление нагружения неизбежно и предел усталости достигается довольно быстро. Уменьшение тепловых напряжений может быть достигнуто, как уже говорилось, рациональной формой стержня, выбором допустимых его размеров, подбором материала и тому подобными приемами, которые вполне поддаются формализации при включении их в проектирующие алгоритмы. Контроль термомеханических нагрузок ротора позволяет определить предельный маховой момент механизма, который данная машина не может

разогнать при прямом включении в сеть и для которого требуется машина с фазным ротором или машина с полюсно-переключаемой обмоткой (двухобмоточная) либо устройство частотного пуска.

Потери энергии в роторе двухобмоточной машины при разгоне сперва до частоты, соответствующей первому числу пар полюсов  $p_1$ , а потом — второму  $p_2$ , будут

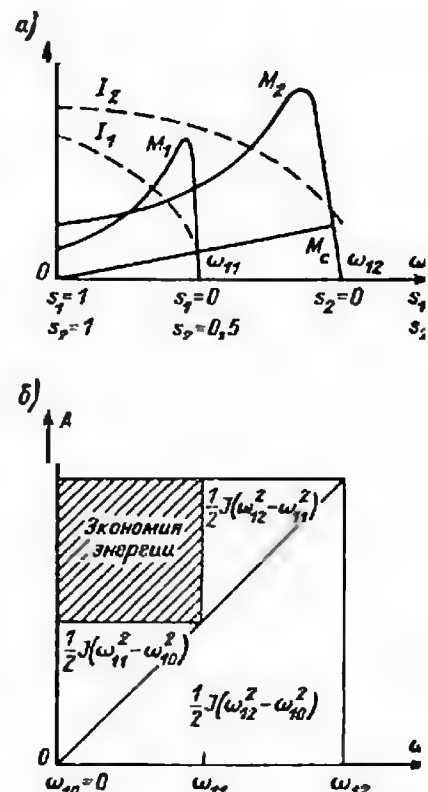
$$A = \frac{J}{2} (\omega_{11}^2 - \omega_{10}^2) \frac{1}{k_{н1}} + \frac{J}{2} (\omega_{12}^2 - \omega_{11}^2) \frac{1}{k_{н2}}$$

Как видно из простой графической интерпретации этого выражения, показанной на рис. 6-7, ступенчатый пуск позволяет существенно снизить общее тепловыделение в роторе при разгоне вхолостую относительно больших маховых масс при  $p_1 = 2p_2$  (вдвое, если  $k_{н1} = k_{н2}$ ), что объясняет его достаточно широкое применение. Естественно, что частотно-регулируемый пуск снижает пусковые потери в роторе до весьма малой величины, так как он эквивалентен многоступенчатому пуску с очень большим числом ступеней. Термическая стойкость обмотки статора определяется не только ее температурой к концу пуска, но и приращением этой температуры, определяющим взаимное перемещение меди и изоляции обмотки. Обычно рост температуры в процессе пуска или реверса рассчитывается по среднеквадратическому току статора  $I_{ср}^2$  за этот период и условно принимается, что теплоотдачи не существует:

$$\theta_1 = \frac{J_{ср}^2 I_{ср}^2}{17\pi}. \quad (6-79)$$

На самом деле, если пуск затяжной, например, двигатель пускается через реактор или автотрансформатор или велик момент сопротивления привода, происходит передача теплоты

Рис. 6-7. Пусковые характеристики (а) и энергетическая диаграмма (б) при пуске с переключением полюсов



в изоляцию обмотки статора, а также некоторая теплоотдача в окружающий обмотку сердечник и воздух. Температуры, достигаемые в процессе пуска, можно рассчитать, пользуясь известными и общими для всех машин методами (см., например [33]). Превышения же температур, подсчитываемые по формуле (6-79), обычно нормируются и не должны превосходить 30—60°; при этом плотность тока может приниматься соответствующей начальному моменту пуска или реверса.

Кроме пуска или реверса обычно при проектировании двигателя проверяются возможности его работы в зоне неустойчивого момента вращения, когда в результате падения напряжения в сети момент падает до значения, меньшего, чем момент сопротивления, т. е. когда машина начинает тормозиться. Время ее торможения до  $s = 1$  определится следующей формулой:

$$t_1 = T_m \frac{M_n}{M_c - M_n (U/U_n)^2} \quad (6-80)$$

а теплота, выделившаяся в пусковой обмотке за время торможения до скольжения  $s$ , составит

$$A_1 = \frac{I_1 P_n}{2} \frac{M_n}{M_n} \left( \frac{U}{U_n} \right)^2 (s^2 - s_n^2); \quad (6-81)$$

превышение температуры стержней обмотки

$$\theta_{b1} = A_1 / (G_b c_b).$$

Если при этом в результате повышения напряжения до номинального двигатель начал вновь разгоняться, то суммарное повышение температуры составит за время торможения и разгона

$$\theta'_b = (s^2 - s_n^2) \left( \frac{T_m P_n}{2} \frac{1}{k_n} + A_1 \right) \frac{1}{G_b c_b}.$$

Проверка возможности самозапуска не проводится, как правило, для двигателей, предназначенных для реверсивной работы. Последние обеспечивают самозапуск.

#### 6-4. Учет электромагнитных процессов

Выше отмечалось, что вполне удовлетворительное совпадение расчетных и опытных пусковых характеристик, когда пренебрегаем свободными токами в статоре и роторе, позволяет упростить расчеты разгона и торможения асинхронной машины. Однако имеется необходимость в расчете неустановившихся токов и моментов вращения с учетом электромагнитных процессов в случае кратковременного отключения и включения асинхронного двигателя снова в сеть, что бывает, например, при отказе основного источника питания и включении резервного. Если при этом между моментом отключения и моментом включения проходит время, до-

статочное, чтобы токи в роторе затухли, то повторное включение представляет собой включение на напряжение и разгон двигателя от некоторого скольжения до номинального.

Если же перерыв питания кратковременный, то включение двигателя на напряжение является процессом, аналогичным процессу включения в сеть синхронной машины с некоторым возбуждением, определяемым остаточным потоком двигателя и остаточным напряжением на его зажимах. В момент включения происходит всплеск тока в статоре и роторе, вызывающий повышенные электродинамические силы, действующие на обмотку, и повышенный момент вращения. Эти процессы можно рассчитать с помощью численного решения дифференциальных уравнений, например, с помощью программы TRANS (см. прогр. 2-2).

Однако, чтобы облегчить интерпретацию результатов и дать возможность оценок, мы изложим здесь и аналитическую теорию расчета в линейной постановке, применяя операторный метод. Эти вопросы достаточно просто и наглядно изложены в известной работе Е. Я. Казовского [151], которой мы и будем придерживаться при дальнейшем изложении.

Рассматривая упрощенную схему замещения, изображенную на рис. 5-1, выразим все активные и индуктивные сопротивления, а также напряжения и токи в относительных единицах, приняв за базисное сопротивление  $z_b = U_1 / I_1$ .

Если асинхронную машину с одной обмоткой на роторе, вращающуюся с угловой частотой  $\omega_s = (1-s)\omega_1$ , включить в сеть под напряжение  $\dot{U}_1$ , то потокосцепления  $\dot{\Psi}_s$  ее статорных обмоток (проекция суммарного вектора потокосцеплений всех фаз на ось, вращающихся с синхронной скоростью  $\omega_1 = 1$ ) и вращающийся комплекс напряжения  $\dot{U}_1$  будут связаны следующим дифференциальным уравнением

$$\dot{U}_1 = (p + j) \Psi$$

из решения которого следует, что

$$\dot{\Psi}_s = \dot{\Psi}_{sy} + \dot{\Psi}_{s1} = \frac{\dot{U}_1}{l} (1 - e^{-lt}) = \dot{I}_s x (p + js),$$

где  $\dot{\Psi}_{sy}$  — первая составляющая вращающегося комплекса потокосцеплений, соответствующая установившемуся режиму, а  $\dot{\Psi}_{s1}$  — вторая его составляющая, соответствующая переходному режиму;  $l$  — синхронное время;  $p$  — оператор дифференцирования,  $s$  — скольжение. При включении машины в сеть, не имеющую внутреннего сопротивления, т. е. бесконечно мощную (что равносильно мгновенному включению ЭДС в короткозамкнутый контур), если пренебречь активным сопротивлением статорной обмотки, потокосцепления не могут измениться мгновенно. Следовательно, в пер-

$$i_y = \frac{\dot{U}_1}{Z(s)}$$

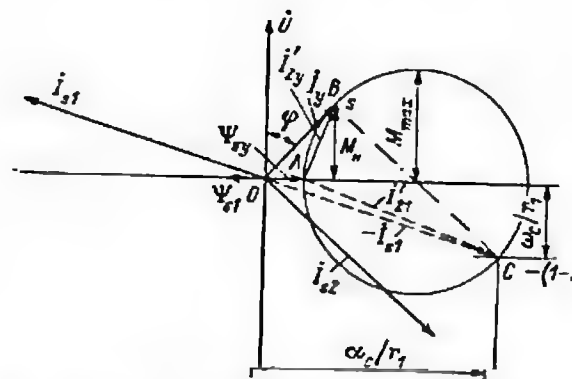
Вторая составляющая потокоосцеплений  $\Psi_x$ , в первый момент времени равна и противоположна первой  $\Psi_y$ , однако она неподвижна по отношению к статору и представляет собой так называемый свободный поток.

$$i_{s1} = \frac{\dot{U}_1}{Z(1-s)}$$
$$\psi_{s1} = -\frac{\dot{U}_1}{j} e^{it}.$$

Но так как ток статора в первый момент времени тоже должен быть равен нулю, то возникает третья составляющая тока, равная геометрической разности первых двух составляющих. Если амплитуду можно определить по круговой диаграмме, проведя отрезок из точки  $B$  в точку  $C$ , или вычислить по формуле

$$i_{s2} = -\frac{\dot{U}_1}{j} \left[ \frac{1}{Z(s)} - \frac{1}{Z(1-s)} \right] e^{-(\alpha_1 + j\beta)t}.$$

248



координатных осей. Составляющая тока статора  $i_{s1}$  и обусловленные ею потокоцепления  $\Psi_{s1}$  будут затухать с комплексным декрементом, равным

$$-a_c + \omega_i'$$

$$\psi_{s1} = -\frac{U_1}{j} e^{-(\alpha_c + j\omega_1)t},$$
$$\alpha_c - j\omega_c = \frac{r_1}{Z(1-s)},$$
$$\alpha_r = \dot{r}_2 / x_R = 5_{\text{кр.}}$$

249

Все три тока статора и два потокосцепления статора образуют составляющие момента вращения

$$M = \operatorname{Re} [j \dot{\Psi}_s i_s] = \operatorname{Re} [j (\dot{\Psi}_{sy} + \dot{\Psi}_{s1}) (i_{sy} + i_{s1} + i_{s2})].$$

Вещественные части произведений соответствуют следующим моментам вращения:  $\dot{i}_{sy} \dot{\Psi}_{sy}$  — установившемуся моменту вращения; по круговой диаграмме он соответствует значениям от нуля до  $M_{\max} \approx 2/x_k$ ;  $\dot{i}_{s1} \dot{\Psi}_{s1}$  — затухающей во времени составляющей постоянного по знаку момента, начальное значение которого соответствует моменту при  $s = -(1-s)$ ;  $\dot{i}_{sy} \dot{\Psi}_{s1} + \dot{i}_{s1} \dot{\Psi}_{sy}$  — составляющим, пульсирующим с частотой, близкой к 1; затухающим с декрементами затухания, близкими к декрементам затухания токов статора;  $\dot{i}_{s2} \dot{\Psi}_{sy}$  — составляющей, пульсирующей с частотой, близкой к  $s$ , и затухающей с декрементом затухания токов ротора;  $\dot{i}_{s2} \dot{\Psi}_{s1}$  — составляющей, пульсирующей с частотой  $1-s$  и затухающей с декрементом, определяемым параметрами статора и ротора.

Из простого анализа момента включения при критическом скольжении по круговой диаграмме рис. 6-8 можно заметить, что при включении на скольжении, равном критическому, только первые две составляющие дают момент вращения, равный удвоенному максимальному моменту. С учетом пульсирующих составляющих момент теоретически может возрасти еще в большей степени, правда, все составляющие кроме установившегося момента затухают еще быстрее, чем ток, и этот всплеск почти не сказывается на процессе разгона при достаточно большой механической постоянной ротора. В «легких» машинах пульсирующие составляющие момента могут сделать ускорение ротора существенно непостоянным и вызвать неравномерный разгон.

Рассмотрим теперь, какие дополнительные трудности вызывает остаточное напряжение на зажимах асинхронной машины, сохранившееся после ее отключения от сети, при повторном включении в сеть. Будем считать, что в роторе асинхронной машины остался апериодический «свободный» поток, возникающий после исчезновения тока статора. Обеспечивающий его ток будет

$$i_a = \frac{i_2' x_2' + i_0' x_m}{x_2' + x_m},$$

и его затухание во времени (в секундах) определяется декрементом, равным отношению активного сопротивления ротора к индуктивности ротора при разомкнутом статоре

$$\alpha_2 = \omega \frac{i_2'}{x_m}.$$

Так как ротор вращается со скольжением  $s$ , а в сети напряжения частотой  $(1-s) f$  не существует, то включение такой машины в сеть будет равносильно внезапному короткому замыканию со всеми его особенностями. Кроме перечисленных выше асинхронных моментов вращения между статором и ротором будет действовать дополнительно тормозной момент короткого замыкания, определяемый потерями в статоре и пропорциональный выражению  $r_1 (E_2'/x_k)^2 / (1-s)$ , где  $E_2'$  — ЭДС, соответствующая намагничивающему току  $i_2'$ ;  $E_2' = i_2' x_m$ ;  $x_k$  — индуктивное сопротивление короткого замыкания. Кроме того, будет действовать синхронный момент, зависящий от знака скольжения ротора. Если представить угол между напряжением сети и ЭДС машины как

$$\delta = \delta_0 + \omega t,$$

то общее выражение для синхронных составляющих момента будет иметь вид [15, 22]

$$\Delta_m = -\frac{E_2' \dot{U}_1}{x_k} \sin \delta (1 - \cos \omega t) + \frac{E_2'}{x_k} (\dot{U}_1 \cos \delta - E_2') \sin \omega t.$$

В состав момента вращения входят составляющие, пульсирующие с большой частотой, с частотой скольжения, и постоянные. Максимум момента зависит от момента включения и может быть существенным. Поэтому большинство крупных асинхронных машин требуется включать в сеть после достаточного затухания токов в роторе или применять при включении реле, обеспечивающее замыкание контактов выключателя в момент, когда ЭДС машины и напряжение сети находятся в противофазе, что смягчает толчок момента при быстром повторном включении.

Электромагнитные моменты вращения и усилия, действующие на обмотки асинхронных машин, при включениях в сеть необходимо учитывать в расчетах на прочность.

## Глава седьмая

### ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ АСИНХРОННЫХ МАШИН

#### 7-1. Формулировка задачи синтеза и способы ее решения

В проектировании машин термин «синтез» обозначает процесс нахождения по меньшей мере одного варианта, удовлетворяющего всем предъявляемым к машине требованиям. Синтез

электрических машин может осуществляться в различной форме. Та или иная форма основывается на аналитической связи между величинами, определяемыми в ходе расчета, и на системе требований, которым должна удовлетворять проектируемая машина. Целым рядом величин проектировщику приходится, как правило, задаваться. Поэтому для каждой найденной комбинации искомых параметров проверяется обычно ее способность удовлетворять всем требованиям задания.

Предусмотренные заданием конкретные требования, как и требования общего характера, включающие в себя соблюдение допустимых нагрузок, условия конструктивности и прочее, представляют собой ограничения, которые налагаются на искомые переменные. Если каждое из ограничений описать соответствующим равенством или неравенством, то полученная таким образом система определит в пространстве переменных множество удовлетворительных решений, или так называемую допустимую область [50].

В сложившейся схеме проектирования электрических машин можно выделить два этапа: на первом формируется набор геометрических размеров машины и находятся ее обмоточные данные, на втором выполняется проверочный расчет, цель которого — определение характеристик машины, соответствующих сформированному набору.

Первый этап представляет собой синтез машины по неполному набору исходных данных (требований), а второй — анализ ее возможностей с учетом всех требований. Методы анализа детерминированы, не требуют инженерной интуиции от проектировщика, но используемые в этих методах расчетные зависимости содержат много переменных и слишком сложны, чтобы путем обращения этих зависимостей можно было осуществить синтез машины. Многочисленные аналитические зависимости, используемые на этапе синтеза, позволяют формировать набор геометрических размеров и обмоточных данных так, чтобы все элементы набора соответствовали требованиям теории электрических машин, не приводили к недопустимым электромагнитным нагрузкам и находились между собой в конструктивном соответствии. В ходе традиционного расчета каждый следующий параметр определяется с учетом ранее выбранных значений других параметров. Однако вопрос, в какой мере принятые значения тех или иных параметров соответствуют всем условиям задания, остается невыясненным до завершения всего расчета.

## 7-2. Математическая модель проектирования

Задача проектирования асинхронной машины в общем виде может интерпретироваться как задача нелинейного программирования. Последняя формулируется следую-

щим образом: требуется найти такую совокупность параметров  $X_k$  ( $x_1, x_2, \dots, x_k$ ), которая обеспечивает экстремальное (для большинства задач — минимальное) значение целевой функции  $f(x_1, x_2, \dots, x_k)$  при следующих ограничениях

$$g_1(X_k) \geq 0; g_2(X_k) \geq 0; \dots; g_m(X_k) \geq 0; \quad (7-1)$$

$$g_{m+1}(X_k) = 0; g_{m+2}(X_k) = 0; \dots; g_{m+n}(X_k) = 0. \quad (7-2)$$

Первая группа ограничений, (7-1), характеризует предельные допустимые значения ряда показателей. Ограничения второй группы, (7-2), представленные в виде равенств, относятся к однозначно определенным показателям. Число ограничений первой группы  $m$ , второй  $n$ . В зависимости от наличия ограничений первой или второй группы различают:

классические задачи оптимизации без ограничений ( $m = n = 0$ );

классические задачи оптимизации с ограничениями ( $m = 0$ ;  $n \neq 0$ );

неклассические задачи оптимизации ( $m \neq 0$ ;  $n \neq 0$ ).

Так как общее число параметров совокупности  $X_k$  равно  $k$ , поиск экстремума производится в  $k$ -мерном пространстве. Совокупность точек  $k$ -мерного пространства, удовлетворяющая неравенствам (7-1), принадлежит некоторой области, ограниченной поверхностью  $S$ . Каждое из уравнений (7-2) описывает в  $k$ -мерном пространстве некоторую поверхность, а вся совокупность уравнений (7-2) описывает линию ( $L$ ) пересечения  $n$  поверхностей.

Следовательно, совместное рассмотрение ограничений (7-1) и (7-2) выделит только те точки линии  $L$ , которые располагаются внутри области, ограниченной поверхностью  $S$ . Указанная совокупность выделенных точек является допустимым множеством, и любой набор параметров  $X_k$  в  $k$ -мерном пространстве, принадлежащий этому множеству, образует практически реализуемый вариант.

Отметим частный случай, который имеет место, когда число  $k$  параметров  $X_k$  равно числу  $n$  равенств (7-2). В этой ситуации линия пересечения  $n$  поверхностей вырождается в единственную точку  $k$ -мерного пространства. Допустимость варианта, соответствующего этой точке, зависит от того, принадлежит ли данная точка области, ограниченной поверхностью  $S$ , или нет. Если рассматриваемая точка находится вне указанной области, то условия (7-1) и (7-2) несовместимы и реального решения не существует.

Так как на  $k$  параметров наложено  $n$  уравнений связи, то можно разделить всю совокупность параметров  $X_k$  на две группы: к первой относятся  $k-n$  параметров, рассматриваемых в качестве независимых, ко второй —  $n$  зависимых параметров. При этом зависимые параметры могут быть однозначно выражены через независимые посредством  $n$  уравнений связи (7-2). Поэтому для упрощения задачи можно на первом этапе исключить из рассмотрения  $n$



зависимых параметров и  $n$  уравнений связи (7-2), а вместо  $k$ -мерного пространства рассматривать  $p$ -мерное ( $p = k - n$ ). Однако нам придется с помощью уравнений (7-2) выразить каждый из  $n$  зависимых параметров через независимые и подставить полученные соотношения в (7-1), а также в выражение для целевой функции. Тогда вместо совокупности параметров  $X_k (x_1, x_2, \dots, x_p, \dots, x_k)$  будет рассматриваться совокупность параметров  $X_p (x_1, x_2, \dots, x_p)$ , неравенства (7-1) будут преобразованы в ограничения

$$G_1(X_p) \geq 0; G_2(X_p) \geq 0; \dots; G_m(X_p) \geq 0, \quad (7-3)$$

а целевая функция  $f(x_1, x_2, \dots, x_p, \dots, x_k)$  преобразуется в  $F(x_1, x_2, \dots, x_p)$ .

В этом случае задача нелинейного программирования состоит в нахождении совокупности параметров  $X_p (x_1, x_2, \dots, x_p)$ , обеспечивающей экстремум функционала  $F(x_1, x_2, \dots, x_p)$  при ограничениях (7-3), записанных в виде предельных неравенств. Такая формулировка задачи нелинейного программирования является основной, и именно на нее ориентированы различные методы решения.

Полезно напомнить, что нахождение оптимальных значений независимых параметров  $x_1, x_2, \dots, x_p$  составляет только первый этап задачи. На втором этапе следует рассчитать значения  $n$  зависимых параметров посредством указанных ранее соотношений, полученных из уравнений связи (7-2), и, следовательно, общее число определяемых параметров будет по-прежнему равно  $k$ .

**Пример 7-1.** Проиллюстрируем сказанное следующим численным примером. Требуется найти значения переменных  $x_1, x_2, x_3$ , обращающих в минимум целевую функцию

$$f = x_1 + x_2^2 + x_3^3 = \min \quad (7-4)$$

при ограничении

$$x_1 + x_2^2 + x_3 - 8 \geq 0; \quad (7-5)$$

$$x_1^2 + x_2^2 - x_3 = 0; \quad x_3 = 4. \quad (7-6)$$

Здесь имеет место задача поиска оптимума в трехмерном ( $k = 3$ ) пространстве. Причем в этом пространстве ограничению (7-5) удовлетворяет совокупность точек, находящихся по одну сторону поверхности  $x_1 + x_2^2 + x_3 = 8$ , а двум ограничениям (7-6) удовлетворяет окружность радиуса 2, расположенная в плоскости, перпендикулярной оси  $x_3$ . Центр этой окружности лежит на оси  $x_3$  и удален на +4 от начала координат. Внутри допустимой области, определяемой неравенством (7-5), имеются два участка указанной окружности (рис. 7-1, а), один из которых ограничен точками 0; 2; 4 и 1;  $\sqrt{3}$ ; 4, а другой — точками 0; -2; 4 и 1;  $-\sqrt{3}$ ; 4.

Применительно к данному случаю  $m = 1$ ;  $n = 2$ . Уравнения связи (7-6) позволяют рассматривать 2 параметра ( $p = 2$ ) в каче-

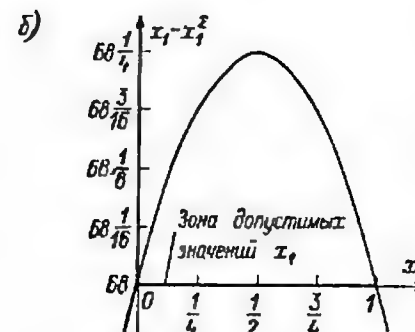
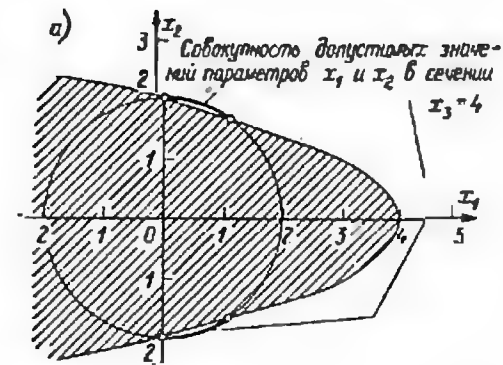


Рис. 7-1. К определению допустимых значений параметров в исходной (а) и видоизмененной (б) задачах

стве зависимых; тогда число  $p$  независимых параметров будет равно 1 ( $p = k - n = 3 - 2 = 1$ ).

Из равенств (7-6) получаем выражения для зависимых параметров:

$$x_3 = 4; \quad x_2 = \sqrt{4 - x_1^2} \quad (7-7)$$

Подставив выражения для  $x_3$  и  $x_2$  в (7-4) и (7-5), формируем видоизмененную задачу, состоящую в минимизации целевой функции

$$F = 68 + x_1 - x_1^2 = \min \quad (7-8)$$

при единственном ограничении

$$x_1 - x_1^2 \geq 0. \quad (7-9)$$

Область допустимых значений  $x_1$  для этого случая представлена на рис. 7-1, б.

Видоизмененная задача имеет два решения:  $x_1 = 0$  и  $x_1 = 1$ .

Сделав подстановки в (7-7), получаем для исходной задачи четыре равноценных набора параметров, соответствующих минимуму целевой функции:  $(x_1 = 0; x_2 = 2; x_3 = 4)$ ;  $(x_1 = 1; x_2 = \sqrt{3}; x_3 = 4)$ ;  $(x_1 = 0; x_2 = -2; x_3 = 4)$ ;  $(x_1 = 1; x_2 = -\sqrt{3}; x_3 = 4)$ . Каждый из этих наборов обеспечивает одно и то же значение функционала  $F$ , равное 68.

Заметим, что экстремум, найденный без учета ограничений (7-3), называется безусловным, а экстремум, полученный с учетом этих ограничений, — условным. Следует также различать глобальный и локальный экстремумы.

Применительно к проектированию электрических машин дополнительным условием является требование положительности всех варьируемых параметров совокупности  $X_n$ . Кроме того, дискретность некоторых параметров (например, таких, как наружный диаметр статорного пакета  $D_{a1}$ , число пазов  $z_1$  и  $z_2$ , число обмоточных витков  $w_1$ , диаметр провода  $d_{пр}$ , наконец, геометрические размеры, которые должны выбираться из ряда нормализованных значений) при строгом рассмотрении дает основание отнести задачу проектирования электрических машин к классу задач дискретного программирования. Но аппарат дискретного программирования является значительно более громоздким по сравнению с методами нелинейного программирования, оперирующего непрерывными величинами. Поэтому в практике проектирования оказывается полезным прием, предусматривающий фиксацию в рамках конкретной задачи тех параметров, которые отличаются большой дискретностью (например, таких, как наружный диаметр пакета  $D_{a1}$ , допустимые значения которого образуют довольно редкий ряд), и пренебрежением на первом этапе дискретностью других параметров, благодаря чему последние рассматриваются как непрерывные переменные. Конечно, в дальнейшем параметры второй группы подлежат округлению до практически реализуемых значений, однако при этом проектировщик имеет возможность оценить уход от оптимума (реоптимизацию), вызванный округлением.

### 7-3. Ограничения при проектировании. Целевые функции

Ограничения, налагаемые на параметры проектирования, могут быть разбиты на следующие группы:

а) массогабаритные по наружному диаметру корпуса; по длине корпуса; по объему машины; по массе машины;

б) эксплуатационно-технические — по превышению температуры обмотки над температурой окружающей среды; по скорости нарастания температуры обмотки; по максимальному моменту (перегрузочной способности); по пусковому моменту; по пусковому току; по жесткости механической характеристики; по времени раз-

гона; по уровню шумов и вибраций; по коэффициенту полезного действия; по допустимым напряжениям в деталях, рассчитываемых на прочность;

в) технологические — по ширине зубцов статора и ротора; по минимальным пазовым открытиям; по массе катушки, размерам проводников и т. п.

Некоторые ограничения определены требованиями ГОСТ, другие — конкретными условиями технического задания, третьи (в частности, технологические) — возможностями производства.

Целевые функции задач проектирования могут быть различными в зависимости от назначения машины. Отметим наиболее характерные критерии оптимальности [51—69]:

1. Минимум приведенной стоимости машины (руб/год)

$$P = (p_n + p_a) K + Cl, \quad (7-10)$$

где  $p_n$  — нормативный коэффициент эффективности капиталовложений, 1/год;  $p_a$  — коэффициент амортизационных отчислений, 1/год;  $K$  — сумма расходов на материалы и основных трудовых затрат, руб;  $C$  — затраты, обусловленные эксплуатацией машины в течение часа, руб/ч;  $l$  — число часов работы машины в течение года, ч/год. Естественно, что при изменении цен на топливо минимум  $P$  будет изменяться.

2. Минимум массы  $G$  — критерий, часто используемый при разработке транспортных машин.

3. Максимум коэффициента полезного действия или, что то же, минимум потерь  $\Sigma p$  — критерий, часто применяемый для машин, работающих от автономных источников питания, а также при трудностях, связанных с охлаждением.

4. Совокупный критерий, отражающий заинтересованность потребителя в снижении различных показателей; например, критерий  $G + \beta \Sigma p$ , где  $\beta$  — величина, устанавливающая эквивалентность между массой и потерями, кг/Вт.

Выбор целевой функции и ограничений зависит от назначения машины и должен основываться на тщательном анализе условий ее эксплуатации.

### 7-4. Выбор метода решения задачи проектирования

Остановимся подробнее на отличительных особенностях основных способов проектирования.

А. Синтез машины, подобной изготовленному образцу, основан на положениях, изложенных в [3]. С их помощью проектировщик может производить целенаправленный пересчет, используя в качестве базовой модели уже спроектированную машину. В этом случае разрабатываемая модель отличается от базовой показателями, находящимися под контролем

расчетчика, и при достаточной квалификации последнего искомый вариант будет найден с легкостью, недостижимой при использовании других методов. Кроме того, полученное решение отличается большой достоверностью. Единственное условие, которое при этом должно соблюдаться, — наличие хорошей базовой модели, достаточно близкой по своим характеристикам к проектируемой машине.

Б. Синтез, основанный на уравнении Арнольда [51],

$$D_{\Pi}^2 I_t = \frac{6,1 P_1}{k_{\text{на}} k_{\text{об}} B_{\delta} A \eta \cos \varphi}, \quad (7-11)$$

позволяющем определить объем «ядра» машины  $D_{\Pi}^2 I_t$  путем подстановки в правую часть главных электромагнитных нагрузок ( $B_{\delta} A$ ) и энергетических показателей ( $\eta$ ,  $\cos \varphi$ ), выбранных в результате анализа аналогичных машин, построенных в прошлом. Однако формула (7-11), содержащая несколько неизвестных величин, не обладает разрешающей способностью вне соответствующей системы уравнений, и использование ее в качестве отправного соотношения является вынужденной мерой.

Хотя уравнение Арнольда и сужает границы зоны, в которой следует искать значения  $D_{\Pi}^2 I_t$ , величины  $D_{\Pi}$  и  $I_t$  в отдельности остаются неизвестными. Эта зона достаточно обширна, особенно в тех случаях, когда диапазоны значений  $\eta$ ,  $\cos \varphi$  и  $k_{\text{об}}$  велики. Для машин небольшой мощности указанные величины лежат в широких интервалах неопределенности. Поэтому при проектировании таких машин разработчику трудно оценить эти величины в начале расчета.

В поисках допустимого решения проектировщик должен испытывать некоторое множество объемов «ядра» машины  $D_{\Pi}^2 I_t$ . Если представить процесс проектирования в виде дерева возможностей, то последнее разветвляется уже на первом шаге расчета, поскольку приходится считаться с множеством вариантов  $D_{\Pi}^2 I_t$ . На следующем шаге, когда требуется определить главные размеры  $D_{\Pi}$  и  $I_t$  в отдельности, каждая из ветвей дерева приводит к новой точке разветвления. Дальнейший расчет машины также не представляет собой последовательности однозначных действий, так как расчетчику приходится много раз интерпретировать полученные ранее промежуточные результаты, прежде чем принимать различные частные решения. И каждый такой случай соответствует новой точке разветвления на дереве поиска. Не имея ориентира в виде опытных данных, расчетчик затрачивает обычно много труда и времени, чтобы получить хотя бы одно допустимое решение. В процессе поиска приходится иногда много раз возвращаться к исходному пункту, причем каждая последующая попытка не обязательно приближает к цели по сравнению с предыдущей.

В практике проектирования применяются также уравнения,

в которые включены некоторые условия, вытекающие из требований, предъявленных к проектируемой машине, например постоянство тепловых нагрузок поверхности статора или периметра лаза, постоянное относительное индуктивное сопротивление и т. п. [3]. Эти условия снижают неопределенность выбора, но не делают его однозначным.

Тем не менее следует отметить выдающуюся роль, которую выполняло и успешно продолжает выполнять уравнение Арнольда, особенно в практике проектирования крупных и средних машин.

В. Синтез в направлении от электромагнитных нагрузок к размерам [58—63]. Этот метод использует в качестве входных величин электромагнитные нагрузки:  $A$ ,  $J$ ,  $B_{\delta}$ ,  $B_{z1}$ ,  $B_{a1}$ ,  $B_{z2}$ ,  $B_{a2}$ . Можно заметить, что указанные величины в хорошо спроектированных машинах лежат в достаточно узких пределах; в какой-то мере эти величины позволяют судить о нормальном состоянии машины. Поэтому использование перечисленных электромагнитных нагрузок в качестве входных величин исключает нежизнеспособный вариант. Кроме указанных нагрузок, входной величиной является также наружный диаметр статорного пакета  $D_{a1}$ . Значение  $D_{a1}$  часто ограничивается условиями монтажа машины на обслуживаемом механизме. К тому же массовые и габаритные характеристики асинхронной машины, а также ее стоимость зависят в большей мере от наружного диаметра всей машины, чем от диаметра статорной расточки  $D_{i1}$ . Поэтому фиксация значения  $D_{a1}$ , выбранного из редкого ряда нормализованных значений, представляется оправданной. Алгоритм для реализации данного метода приведен в восьмой главе.

Г. Синтез по заданным характеристикам предусматривает учет таких показателей, как перегрузочная способность, жесткость механической характеристики, пусковой момент, на ранней стадии проектирования. По этой причине сначала определяются допустимые сочетания сопротивлений машины ( $r_1$ ,  $r_2$ ,  $x_k$ ), а затем находится вариант реализации этих сопротивлений из условия обеспечения приемлемых значений электромагнитных нагрузок во всех токо- и магнитопроводящих элементах [64].

Д. Синтез, основанный на сочетании оптимизационной процедуры с поверочным расчетом, предусматривает использование в качестве параметров оптимизации конструктивных размеров проектируемой машины. Понятно, что произвольный набор геометрических размеров, взятый наугад, вряд ли будет соответствовать оптимальному варианту и даже далеко не всегда обеспечит работоспособность машины. Однако в сочетании с оптимизационной процедурой такой поверочный расчет дает возможность в процессе решения задачи переходить от худшего варианта к лучшему и в конечном счете достичь оптимума [65, 66, 69].

Освоение данного подхода сопряжено с некоторыми трудностями [50]: проблемой функционального анализа, включающего в себя тщательное изучение функции цели, ограничений и области поиска; необходимостью выбора начальной точки, расположенной внутри допустимой области или на ее границе; осложнениями, связанными с установлением рационального шага для перехода от одной точки к другой; осложнениями на этапе окончания поиска, характерными для ряда оптимизационных процедур.

Е. Синтез, основанный на сочетании оптимизационной процедуры с синтезом в управлении от электромагнитных нагрузок к размерам, включает в себя два существенных элемента:

1) алгоритм, упомянутый в пункте В, и разработанную в соответствии с этим алгоритмом программу расчета на ЭВМ (входные величины — электромагнитные нагрузки, выходные — геометрические размеры, значения лимитеров и уровень функции цели);

2) реализованную на ЭВМ оптимизационную процедуру, позволяющую обработать информацию, полученную в результате нескольких пробных параллельных расчетов, с помощью указанного выше алгоритма (целью этой обработки является нахождение более узкой зоны варьирования электромагнитных нагрузок на очередном этапе расчета).

В отличие от оптимизационных процедур, работающих в сочетании с элементарным поверочным расчетом (см. п. Д), в данном случае продвижение к оптимуму состоит не в перемещении от одной точки к другой, а в переходе от одной зоны к другой зоне, отличающейся от предыдущей более узким диапазоном варьирования переменных. Благодаря использованию в пробных расчетах рациональных электромагнитных нагрузок процедура оптимизации оказывается свободной от безнадёжно плохих (нежизнеспособных) вариантов.

Ж. Синтез, предусматривающий оптимизацию при решении частных задач, должен опираться на такой математический аппарат, в рамки которого решаемая задача вписывается наилучшим образом. Так, например, задача оптимизации пазовой геометрии может быть решена с помощью метода выпуклого программирования [58].

Перечисленные методы проектирования очень разнообразны, выбор того или иного из них для решения конкретной задачи определяется спецификой последней, а также тем возможностями, которыми проектировщик располагает (в том числе и доступностью вычислительной техники, наличием достаточного времени на разработку проекта и т. п.). Не существует универсального метода, который мог бы быть признан самым лучшим и единственно правильным. С уверенностью можно утверждать следующее:

1. Если затраты на поиск оптимального решения превосходят

предполагаемый выигрыш от его реализации, то лучше не искать оптимум, а ограничиться выбором хорошего варианта.

2. Если расчетные зависимости не внушают доверия проектировщику, то ими пользоваться не следует.

3. Нельзя вести проектирование машины, предназначенной к серийному выпуску, исходя из реализации предельных допустимых выходных показателей (лимитеров). Необходимо предусматривать разумный запас, учитывающий неизбежный технологический разброс параметров.

## 7-5. Методы оптимизации

Как было показано в § 7-2, математическая модель основной задачи нелинейного программирования, охватывающей проектирование электрических машин, может быть представлена в виде

$$\left. \begin{aligned} F(x_1, x_2, \dots, x_p) &= \min; \\ G_1(x_1, x_2, \dots, x_p) &\geq 0; \\ G_2(x_1, x_2, \dots, x_p) &\geq 0 \dots \\ \dots; G_m(x_1, x_2, \dots, x_p) &\geq 0; \\ x_i &\geq 0; \quad i = 1, 2, \dots, p. \end{aligned} \right\} \quad (7-12)$$

Универсального метода решения такой задачи в настоящее время нет. Однако существует ряд хорошо разработанных методов решения оптимальных задач определенной структуры, причем в зависимости от конкретной ситуации предпочтение отдается тому или иному способу оптимизации. Ниже приводится обзор некоторых эффективных методов нахождения экстремума.

Метод полного перебора предусматривает рассмотрение всех заранее намеченных комбинаций значений варьируемых переменных. При этом число возможных значений каждой переменной равно

$$1 + \frac{x_i^{\max} - x_i^{\min}}{\Delta x_i},$$

где  $\Delta x_i$  — шаг по переменной  $x_i$ .

Общее число рассматриваемых вариантов определяется произведением

$$\left(1 + \frac{x_1^{\max} - x_1^{\min}}{\Delta x_1}\right) \left(1 + \frac{x_2^{\max} - x_2^{\min}}{\Delta x_2}\right) \dots \dots \left(1 + \frac{x_p^{\max} - x_p^{\min}}{\Delta x_p}\right).$$

Метод полного перебора прост, гарантирует нахождение глобального оптимума с точностью до шага, но имеет существенный недостаток, обусловленный лавинообразным возрастанием числа вариантов при росте числа переменных.

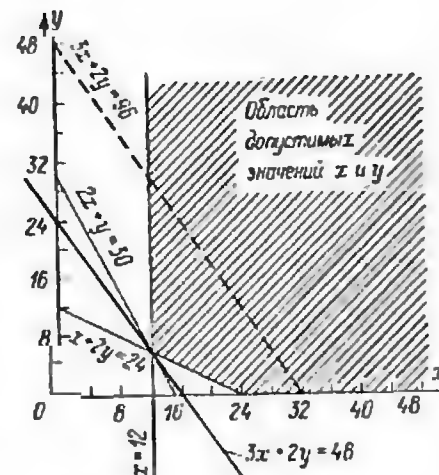
Метод Монте-Карло предусматривает формирование наборов исходных данных посредством генерации случайных чисел из заранее заданной области варьирования. Для повышения эффективности применяется поэтапное сужение области поиска. Причем выявленный на одном этапе наилучший вариант варьируемых величин принимается в качестве центра новой области поиска на следующем этапе.

Случайный поиск с самообучением предусматривает формирование испытуемых наборов случайным образом, однако по мере продвижения поиска оценивается эффективность предшествующих шагов и при очередном шаге искусственно увеличивается вероятность продвижения в том направлении, которое предполагается наиболее эффективным. Например, алгоритм случайного поиска, описанный в [65], включает в себя испытание случайных наборов до тех пор, пока не будет найден вариант, принадлежащий допустимой области. Этот вариант образует начальную точку, из которой совершаются пробные перемещения. Если в результате некоего, заранее установленного числа пробных попыток удастся отыскать в допустимой области лучшую точку, то последняя становится отправным центром для следующей серии пробных перемещений. В противном случае шаг уменьшается и поиск новой точки продолжается в окрестностях прежнего центра. По мере накопления информации ЭВМ вырабатывает предпочтительное направление. С этой целью машина запоминает определенное число последних точек с соответствующими значениями целевой функции и формирует вектор предпочтительного перемещения, который вместе с вырабатываемым в машине случайным вектором определяет направление очередного пробного перемещения. В том случае, когда лучшую точку удастся отыскать, не исчерпав установленного числа пробных попыток, шаг для последующих попыток увеличивается.

Линейное программирование — простое и хорошо разработанное средство решения задач оптимизации — применяется в случаях, когда целевая функция и все ограничения являются линейными (задача линейного программирования является частным случаем общей задачи нелинейного программирования). Реализация метода на ЭВМ не требует никакой иной подготовки, кроме ввода ограничений и коэффициентов при переменных, а переменные, участвующие в задаче, могут исчисляться сотнями. Решение простейших задач допускает удобную геометрическую интерпретацию.

Пример 7-2. Требуется минимизировать функцию  $F = 3x + 2y$  при ограничениях  $x + 2y \geq 24$ ;  $2x + y \geq 30$ ;  $x \geq 12$  (все пере-

Рис. 7-2. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования



менные неотрицательны). Решение может быть получено графически в системе координат  $x, y$  (рис. 7-2). В связи с требованием неотрицательности переменных все точки, которые соответствуют допустимым решениям, должны располагаться выше оси  $x$  и правее оси  $y$ . Ограничения  $x + 2y \geq 24$  удовлетворяют точки, расположенные справа от прямой  $x + 2y = 24$ . Аналогично остальным ограничениям удовлетворяют точки, расположенные справа от прямых  $2x + y = 30$  и  $x = 12$ . Область допустимых решений, удовлетворяющих одновременно всем ограничениям, заштрихована на рисунке. При любом фиксированном значении целевой функции  $F = 3x + 2y$  ее можно изобразить прямой линией. Придавая  $F$  произвольные значения, получим семейство параллельных прямых, но только те из них соответствуют допустимым решениям, которые пересекают заштрихованную область. Минимальное значение  $F$  соответствует прямой, которая ближе всех располагается к началу координат. Эта линия проходит через точку с координатами  $x = 12, y = 6$ , и ей соответствует значение  $F$ , равное 48 ( $F_{\min}$ ).

Для функции трех переменных геометрическая интерпретация приводит к многограннику допустимых решений в системе координат  $X, Y, Z$ . Все грани этого многогранника расположены в плоскостях, которые соответствуют ограничениям, если в последних заменить знак неравенства знаком равенства. При любом фиксированном значении целевой функции  $F$  ее можно представить плоскостью, подобно тому как функция двух переменных представляется прямой. Ряду произвольных значений  $F$  соответствует семейство параллельных плоскостей. Экстремальному значению функции соответствует плоскость, проходящая через вершину многогранника решений.

Аналогично для функции четырех и более переменных область допустимых решений представляется многогранником в многомерном пространстве. При различных фиксированных значениях функции  $F$  ее можно представить семейством параллельных гиперплоскостей. И в этом случае экстремальное значение функции соответствует гиперплоскости, проходящей через вершину многогранника.

Метод линейного программирования является одним из наиболее удобных и приспособленных для реализации на ЭВМ. Однако ввиду нелинейного характера зависимостей между величинами, участвующими в проектировании электрической машины, использование этого метода требует специально разработанной расчетной методики, позволяющей вести проектирование в направлении от электромагнитных нагрузок к размерам. Интервалы варьирования электромагнитных нагрузок достаточно узки, и это обстоятельство оправдывает использование аппарата линейного программирования в качестве средства оптимизации, поскольку из-за узости области варьирования усиливается достоверность аппроксимации целевой функции и функций-лимитеров линейными зависимостями. Кроме того, в отличие от оптимизационных процедур, работающих в сочетании с элементарным поверочным расчетом, в данном случае продвижение к оптимуму состоит не в перемещении от одной точки к другой, а в переходе от одной зоны варьирования к другой зоне, отличающейся от первой новым центром и новым (более узким) диапазоном изменения каждой переменной.

Рассмотрим способ, основанный на вспомогательных переменных, каждая из которых соответствует одной электромагнитной нагрузке. Пусть варьированию подвергаются три переменных:  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ . Нижние значения указанных величин обозначим  $X^-$ ,  $Y^-$ ,  $Z^-$ , верхние —  $X^+$ ,  $Y^+$ ,  $Z^+$ . Поставим каждой переменной в соответствие знак «—», если она занимает нижний уровень, и «+», если она занимает верхний уровень.

Пусть будет выполнено четыре расчета (табл. 7-1) для следующих сочетаний величин  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ :

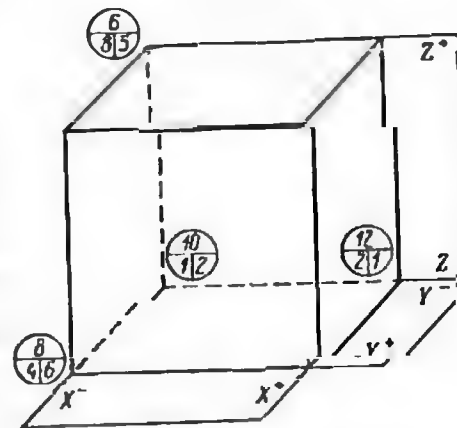
$$X^-, Y^-, Z^-; X^+, Y^-, Z^-; X^-, Y^+, Z^-; X^-, Y^-, Z^+.$$

Для каждого из четырех наборов варьируемых переменных определяются значения лимитеров  $L_a$  и  $L_b$ , а также функции цели  $\Phi$ . Каждой из трех переменных  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  в табл. 7-1 поставлена в соответствие своя вспомогательная переменная:  $u_1$  для  $X$ ,  $u_2$  для  $Y$ ,  $u_3$  для  $Z$ . Графически область варьирования величин  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  представлена кубом, изображенным на рис. 7-3. В соответствии с дан-

Таблица 7-1. К задаче линейного программирования с использованием данных расчета для четырех точек

Номер расчета	Сочетание переменных			Результаты расчетов			Вспомогательные переменные
	$X$	$Y$	$Z$	$\Phi$	$L_a$	$L_b$	
0	—	—	—	10	1	2	—
1	+	—	—	12	2	1	$u_1$
2	—	+	—	8	4	6	$u_2$
3	—	—	+	6	8	5	$u_3$

Рис. 7-3. Модель задачи линейного программирования для четырех точек



ными табл. 7-1 четыре вершины этого куба характеризуются помещенным в кружок конкретным значением функционала  $\Phi$  (в числителе) и лимитеров  $L_a$  и  $L_b$  (в знаменателе).

Если сделать допущение о линейном изменении величин  $\Phi$ ,  $L_a$ ,  $L_b$  при варьировании входных переменных  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , то окажется возможным построить модель задачи линейного программирования из условия минимизации целевой функции  $\Phi$  при наложении ограничений на значения  $L_a$  и  $L_b$ . Пусть, например, требуется обеспечить минимум  $\Phi$  при ограничениях  $L_a \leq 5$  и  $L_b \leq 8$ . Тогда модель задачи линейного программирования примет вид

$$\Phi = 10 + (12 - 10)u_1 + (8 - 10)u_2 + (6 - 10)u_3 = \\ = 10 + 2u_1 - 2u_2 - 4u_3 = \min;$$

$$L_a = 1 + (2 - 1)u_1 + (4 - 1)u_2 + (8 - 1)u_3 = \\ = 1 + u_1 + 3u_2 + 7u_3 \leq 5;$$

$$L_b = 2 + (1 - 2)u_1 + (6 - 2)u_2 + (5 - 2)u_3 = \\ = 2 - u_1 + 4u_2 + 3u_3 \leq 8;$$

$$u_1 \leq 1; \quad u_2 \leq 1; \quad u_3 \leq 1.$$

В результате решения задачи линейного программирования получаются значения вспомогательных переменных  $u_1^* = 0$ ;  $u_2^* = 1$ ;  $u_3^* = 0,14286$ , которые обеспечивают значение целевой функции  $\Phi^* = 7,42857$ . Величины  $X^*$ ,  $Y^*$ ,  $Z^*$ , соответствующие предположаемому оптимуму, находятся из соотношений:

$$X^* = X^- + (X^+ - X^-)u_1^*; \quad Y^* = Y^- + (Y^+ - Y^-)u_2^*; \\ Z^* = Z^- + (Z^+ - Z^-)u_3^*.$$

Найденные значения  $X^*$ ,  $Y^*$ ,  $Z^*$  образуют центр новой (более узкой) зоны поиска на очередном этапе.

Недостатком приведенной схемы решения является то обстоятельство, что в зоне поиска (см. рис. 7-3) достоверную информацию о функционале и лимитерах дают лишь четыре из восьми вершин куба.



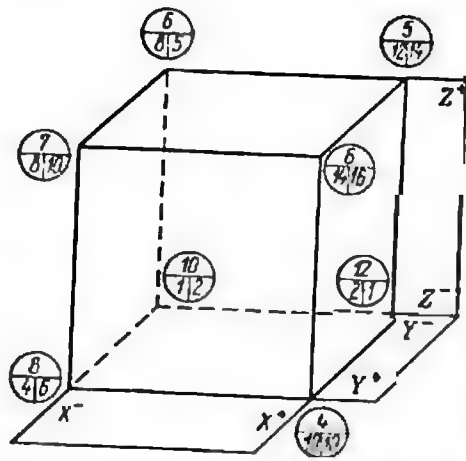


Рис. 7-4. Модель задачи линейного программирования для восьми точек

Для устранения этого недостатка можно рекомендовать способ, основанный на вспомогательных переменных, каждая из которых соответствует одному конкретному сочетанию электромагнитных нагрузок. С целью повышения информационной насыщенности рассматриваемой задачи несколько изменяется подход к формированию исходных данных: делаются проб-

ные расчеты всех возможных сочетаний предельных значений варьируемых переменных  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ . Общее число таких сочетаний равно 8 ( $8 = 2^3$ ):

$$\begin{aligned} &X^-, Y^-, Z^-; X^+, Y^-, Z^-; X^-, Y^+, Z^-; X^+, Y^+, Z^-; \\ &X^-, Y^-, Z^+; X^+, Y^-, Z^+; X^-, Y^+, Z^+; X^+, Y^+, Z^+. \end{aligned}$$

Для каждого из восьми сочетаний выполняется соответствующий пробный расчет и находят значения функционала  $\Phi$  и лимитов  $L_a$  и  $L_b$ , приведенные в табл. 7-2. Графически область варьирования переменных  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  представляется кубом (рис. 7-4), всем вершинам которого соответствуют конкретные значения функционала (числитель) и лимитов (знаменатель). Совокупность указанных вершин образует комплекс исходных данных для формирования оптимизационной задачи.

Таблица 7-2. К задаче линейного программирования с использованием данных расчета для восьми точек

Номер расчета	Сочетание переменных			Результаты расчетов			Вспомогательные переменные
	$X$	$Y$	$Z$	$\Phi$	$L_a$	$L_b$	
1	—	—	—	10	1	2	$u_1$
2	+	—	—	12	2	1	$u_2$
3	—	+	—	8	4	6	$u_3$
4	+	+	—	4	10	10	$u_4$
5	—	—	+	6	8	5	$u_5$
6	+	—	+	5	12	14	$u_6$
7	—	+	+	7	6	10	$u_7$
8	+	+	+	6	14	16	$u_8$

В табл. 7-2 каждому набору исходных данных поставлена в соответствие своя вспомогательная переменная:  $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8$ . Свяжем вспомогательные переменные условием

$$u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 = 1, \quad (7-13)$$

а целевую функцию и ограничения выразим посредством соотношений

$$\Phi = 10u_1 + 12u_2 + 8u_3 + 4u_4 + 6u_5 + 5u_6 + 7u_7 + 6u_8 = \min; \quad (7-14)$$

$$L_a = 1u_1 + 2u_2 + 4u_3 + 10u_4 + 8u_5 + 12u_6 + 8u_7 + 14u_8 \leq 5; \quad (7-15)$$

$$L_b = 2u_1 + 1u_2 + 6u_3 + 10u_4 + 5u_5 + 14u_6 + 10u_7 + 16u_8 \leq 8. \quad (7-16)$$

Таким образом, сформирована модель задачи линейного программирования, состоящей в нахождении неотрицательных значений вспомогательных переменных  $u_1^*, u_2^*, u_3^*, u_4^*, u_5^*, u_6^*, u_7^*, u_8^*$ , которые обращают в минимум функционал (7-14) и обеспечивают выполнение ограничений (7-13), (7-15) и (7-16).

Значения  $X^*, Y^*, Z^*$ , соответствующие предполагаемому optimum и образующие центр новой, суженной, зоны на следующем этапе, можно определить из выражений, полученных с помощью табл. 7-2:

$$\begin{aligned} X^* &= X^- + (X^+ - X^-)(u_2^* + u_4^* + u_6^* + u_8^*); \\ Y^* &= Y^- + (Y^+ - Y^-)(u_3^* + u_4^* + u_7^* + u_8^*); \\ Z^* &= Z^- + (Z^+ - Z^-)(u_5^* + u_6^* + u_7^* + u_8^*). \end{aligned} \quad (7-17)$$

Легко заметить, что выражение для  $X^*$  содержит такие вспомогательные переменные, которые оказались в табл. 7-2 на уровне знаков «+» из столбца  $X$ . Аналогичные выводы можно сделать применительно к выражениям для  $Y^*, Z^*$ . Следует обратить внимание на то обстоятельство, что, полагая в (7-17) одну из вспомогательных переменных равной 1, а все остальные считая равными нулю, можно получить координаты каждой из восьми вершин куба на рис. 7-4.

Сопоставляя описываемую задачу с моделью, приведенной ранее, нетрудно увидеть, что в одном случае используется информация о значении функционала и лимитов в восьми точках, а в другом — в четырех. Следовательно, математическая модель, использующая переменные  $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8$ , отличается существенно большей полнотой описания, чем модель, использующая  $u_1, u_2, u_3$ . Уместно подчеркнуть еще одно отличие: в модели, построенной на основании данных табл. 7-1, одна вспомогательная переменная  $u_i$  соответствует только одной варьируемой величине; в модели же, основанной на данных табл. 7-2, каждому набору варьируемых величин соответствует своя вспомогательная переменная  $u_i$ . Заметим, что если бы табл. 7-2 не содержала 8-го расчетного варианта, то область варьирования представлялась бы фигу-

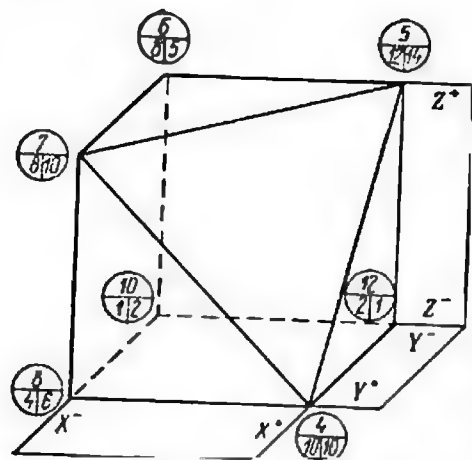


Рис. 7-5. Изменение области парирования переменных при отбрасывании одной точки

рой, показанной на рис. 7-5. При этом модель задачи не будет содержать членов со вспомогательной переменной  $u_i$ . Обобщая изложенное на случай пяти варьируемых электромагнитных нагрузок, кодируемых для удобства как  $X, Y, Z, S, T$ , можно составить табл. 7-3, в которой даны символические представления функционала  $\Phi$  и лимитера  $L$  (из соображений простоты

рассматривается только один лимитер) для каждой вершины комплекса, образованного различными наборами предельных значений нагрузок. Число вершин комплекса  $N$  равно 32 ( $2^5 = 32$ ). Поставив каждому рассматриваемому сочетанию исходных величин в соответствие вспомогательную переменную  $u_i$ , можно сформулировать задачу линейного программирования.

Прием искусственной линеаризации зависимостей между электромагнитными нагрузками и выходными величинами оправдывается следующими соображениями: во-первых, диапазоны рациональных изменений электромагнитных нагрузок сравнительно узки; во-вторых, процедура решения предусматривает поэтапное сужение зоны поиска; следовательно, неточность решения, обусловленного искусственной линеаризацией, не является окончательной; в-третьих, благодаря использованию большого числа базовых наборов математическая модель задачи описывается достаточно полно, что увеличивает достоверность получаемого решения.

Отметим, что даже весьма неблагоприятное сочетание электромагнитных нагрузок существенно влияет на результат решения задачи линейного программирования, поскольку вспомогательная переменная  $u_i$ , соответствующая этому сочетанию (набору), будет входить с большими коэффициентами в соотношения для  $\Phi$  и  $L$  (или в оба соотношения сразу): такой набор потому и является неблагоприятным, что приводит к большому значению целевой функции  $\Phi$  или к чрезмерно высокому значению лимитера  $L$ . Однако вследствие высоких коэффициентов при вспомогательной переменной  $u_i$ , соответствующей такому неблагоприятному набору, точка предполагаемого оптимума ( $X^*, Y^*, Z^*, S^*, T^*$ ) окажется достаточно далекой от «плохой» вершины комплекса. Напомним, что если бы информация, содержащаяся в табл. 7-3, обрабатывалась не с помощью аппарата линейного программирования, а посредст-

Таблица 7-3. К задаче для пяти переменных

Номер расчета	Сочетание переменных					Результаты расчетов		Вспомогательные переменные
	X	Y	Z	S	T	$\Phi$	L	
1	—	—	—	—	—	$\Phi_1$	$L_1$	$u_1$
2	+	—	—	—	—	$\Phi_2$	$L_2$	$u_2$
3	—	+	—	—	—	$\Phi_3$	$L_3$	$u_3$
4	+	+	—	—	—	$\Phi_4$	$L_4$	$u_4$
5	—	—	+	—	—	$\Phi_5$	$L_5$	$u_5$
6	+	—	+	—	—	$\Phi_6$	$L_6$	$u_6$
7	—	+	+	—	—	$\Phi_7$	$L_7$	$u_7$
8	+	+	+	—	—	$\Phi_8$	$L_8$	$u_8$
9	—	—	—	+	—	$\Phi_9$	$L_9$	$u_9$
10	+	—	—	+	—	$\Phi_{10}$	$L_{10}$	$u_{10}$
11	—	+	—	+	—	$\Phi_{11}$	$L_{11}$	$u_{11}$
12	+	+	—	+	—	$\Phi_{12}$	$L_{12}$	$u_{12}$
13	—	—	+	+	—	$\Phi_{13}$	$L_{13}$	$u_{13}$
14	+	—	+	+	—	$\Phi_{14}$	$L_{14}$	$u_{14}$
15	—	+	+	+	—	$\Phi_{15}$	$L_{15}$	$u_{15}$
16	+	+	+	+	—	$\Phi_{16}$	$L_{16}$	$u_{16}$
17	—	—	—	—	+	$\Phi_{17}$	$L_{17}$	$u_{17}$
18	+	—	—	—	+	$\Phi_{18}$	$L_{18}$	$u_{18}$
19	—	+	—	—	+	$\Phi_{19}$	$L_{19}$	$u_{19}$
20	+	+	—	—	+	$\Phi_{20}$	$L_{20}$	$u_{20}$
21	—	—	+	—	+	$\Phi_{21}$	$L_{21}$	$u_{21}$
22	+	—	+	—	+	$\Phi_{22}$	$L_{22}$	$u_{22}$
23	—	+	+	—	+	$\Phi_{23}$	$L_{23}$	$u_{23}$
24	+	+	+	—	+	$\Phi_{24}$	$L_{24}$	$u_{24}$
25	—	—	—	+	+	$\Phi_{25}$	$L_{25}$	$u_{25}$
26	+	—	—	+	+	$\Phi_{26}$	$L_{26}$	$u_{26}$
27	—	+	—	+	+	$\Phi_{27}$	$L_{27}$	$u_{27}$
28	+	+	—	+	+	$\Phi_{28}$	$L_{28}$	$u_{28}$
29	—	—	+	+	+	$\Phi_{29}$	$L_{29}$	$u_{29}$
30	+	—	+	+	+	$\Phi_{30}$	$L_{30}$	$u_{30}$
31	—	+	+	+	+	$\Phi_{31}$	$L_{31}$	$u_{31}$
32	+	+	+	+	+	$\Phi_{32}$	$L_{32}$	$u_{32}$

вом простого перебора вариантов, то упомянутый неблагоприятный вариант был бы просто отброшен, точно так же, как и более благоприятный (но не наилучший) вариант. В нашей модели, однако, степень неблагоприятности того или иного набора (варианта) количественно характеризуется коэффициентами при соответствующих вспомогательных переменных в выражениях для  $\Phi$  и  $L$ .

Выпуклое программирование. Если заранее известно, что минимизирующая функция является выпуклой (выпуклой книзу), а область изменения переменных представляет собой ограниченное выпуклое множество, то имеет место частный случай задачи нелинейного программирования — так называемая задача выпуклого программирования. Особенностью последней является возможность ее решения с помощью аппарата линейного

программирования. В [3 и 58] описан метод выпуклого программирования применительно к частной задаче оптимизации пазовой геометрии асинхронных машин.

**Динамическое программирование.** Этот метод представляет собой многошаговый процесс принятия решения. На каждом шаге из множества допустимых решений выбирается такое, которое является оптимальным с точки зрения конечной цели. Многошаговое представление позволяет заменить решение сложной задачи многократным решением относительно простой задачи. Идея метода изложена в [51] на примере.

**Дискретное программирование.** В задачах целочисленного программирования надо определить экстремум функции таких переменных, которые должны удовлетворять требованию дискретности и одновременно неотрицательности. Тривиальным решением является округление результатов, полученных другими способами оптимизации без учета требований дискретности, до ближайших допустимых дискретных значений. Однако если ряд дискретных значений разрежен, то такое округление становится недопустимым. Наибольший интерес представляет класс целочисленных задач, в которых переменные принимают значения 1 или 0.

Алгоритмы, обеспечивающие целочисленные решения, описываются в специальной литературе [71]. Однако до настоящего времени не разработан алгоритм, обеспечивающий эффективное решение задач достаточно большого объема. Модели задач дискретного программирования применительно к проектированию электрических машин даны в [72 и 73].

**Метод факторного анализа.** Этот метод предусматривает аппроксимацию целевой функции и выражений для лимитов полиномиальными зависимостями вида

$$f(x_1, \dots, x_k) = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 + \dots \quad (7-18)$$

Такие зависимости называют функциями отклика или поверхностями отклика, а переменные  $x_1, x_2, \dots, x_k$  — факторами, анализ которых производится в  $k$ -мерном факторном пространстве. Исходная информация для построения функций отклика образуется в результате различных сочетаний варьируемых величин (факторов), каждая из которых занимает один из трех уровней: нижний, верхний или средний (базовый).

Коэффициенты, входящие в функцию отклика, носят название коэффициентов регрессии. Для упрощения анализа часть членов исключается из уравнения регрессии, однако при этом остающиеся члены должны обеспечивать необходимую точность аппроксимации. Полученные таким образом полиномы используются в алгоритмах оптимизации [67, 68].

**Метод штрафных функций** позволяет преобразовать задачу нелинейного программирования, содержащую ограничения, в эквивалентную задачу без ограничений. Для того чтобы оправдать такое преобразование, целевая функция дополняется «штрафами», увеличивающимися по мере ухода из допустимой области. Есть разновидность метода, в которой штрафы начинают действовать еще до выхода за пределы допустимой области, по мере приближения к границам последней (метод Эрроу—Гурвица).

**Комплексный поиск.** В последнее время получила широкое распространение группа эффективных методов оптимизации [70, 74, 76], существенной особенностью которых является принцип формирования по определенному правилу первоначального набора точек  $n$ -мерного пространства с последующим поэтапным выявлением «наихудшей» точки набора и заменой ее на лучшую. Процедура нахождения наихудшей точки и замены ее повторяется многократно, благодаря чему в конечном итоге точки набора группируются в зоне оптимума и область, ограниченная этими точками, сужается настолько, что все варианты, попадающие в эту область, становятся практически равноценными.

Первоначальной работой в этом направлении была статья Спендли, Хекста и Химсворта [74], в которой описывался метод безусловной оптимизации, предусматривающий формирование новой вершины путем отображения наихудшей вершины набора относительно центра тяжести остальных его вершин. Впоследствии Нелдер и Мид улучшили данный метод, введя дополнительные пробные шаги вдоль прямой, проходящей через наихудшую (отбрасываемую) точку набора и центр тяжести остальных вершин.

В случае поиска минимума в задачах с ограничениями Нелдер и Мид предложили добавлять к значению целевой функции в недопустимых точках большое положительное число с тем, чтобы такая точка не оставалась в наборе.

М. Бокс [70] усовершенствовал этот метод, предложив формировать набор (начальный комплекс) из  $n + 1$  вершин для  $n$ -мерного пространства (рис. 7-6). При этом  $2n$  точек располагаются на границах первоначальной зоны, а одна точка — в центре этой зоны. С целью формирования начального набора для каждой из переменных устанавливаются три уровня: средний, верхний, нижний. Всевозможные комбинации верхних и нижних уровней обеспечивают получение  $2n$  начальных точек, а сочетание средних уровней дает центральную точку начального комплекса. При поиске новой вершины комплекса Бокс рекомендует первоначально испытывать улучшенную точку, используя коэффициент отображения, равный 1,3 (а не 1, как у Спендли, Хекста и Химсворта). В случае неудачной попытки коэффициент отображения делится пополам и поиск продолжается.

Учитывая перспективность комплекс-метода, мы приведем ФОРТРАН-программу COMPLEX, опробованную нами на ЭВМ



```

60      DO 95 I=1,15
        FK=INT(63*(EY(I)+EY(I)+EZ(I)+ES(I)+ET(I)+EU(I)+EV(I)+FX(I)
        FFORMAT(1)=S.F10.4,'X')
        CONTINUE
        STOP
70      G1=E1(M4)
        G2=E2(M4)
        G3=E3(M4)
        G4=E4(M4)
        G5=E5(M4)
        GT=ET(M4)
        GU=EU(M4)
        GV=EV(M4)
        H1=EX(M1)
        H2=EY(M1)
        H3=EZ(M1)
        H4=ES(M1)
        HT=ET(M1)
        HU=EU(M1)
        HV=EV(M1)
        K1=EX(M1)
        K2=EY(M1)
        K3=EZ(M1)
        K4=ES(M1)
        K5=ET(M1)
        KU=EU(M1)
        KV=EV(M1)
        L<(M4)=H
        EV(M4)=G
        EZ(M4)=G
        ES(M4)=G
        ET(M4)=G
        EU(M4)=H
        EV(M4)=G
        EX(M4)=G
        FX(M4)=G
        MAXUST=BF(1)
        DO 80 K=2,15
          IF (MAXUST.GE.BF(K)) GO TO 80
          MAXUST=BF(K)
          CONTINUE
          CX=(EX(1)+BX(2)+EX(3)+BX(4)+EX(5)+BX(6)+EX(7)+
          * BX(8)+BX(9)+BX(10)+BX(11)+BX(12)+BX(13)+BX(14)+EX(15))/14
          CY=(BY(1)+BV(2)+BY(3)+BV(4)+BY(5)+BV(6)+BY(7)+
          * BY(8)+BV(9)+BY(10)+BV(11)+BY(12)+BY(13)+BY(14)+BY(15))/14
          CZ=(BZ(1)+EZ(2)+BZ(3)+EZ(4)+BZ(5)+EZ(6)+BZ(7)+
          * BZ(8)+EZ(9)+BZ(10)+EZ(11)+BZ(12)+BZ(13)+BZ(14)+BZ(15))/14
          CS=(BS(1)+BS(2)+BS(3)+BS(4)+BS(5)+BS(6)+BS(7)+
          * BS(8)+BS(9)+BS(10)+BS(11)+BS(12)+BS(13)+BS(14)+BS(15))/14
          CT=(BT(1)+BT(2)+BT(3)+BT(4)+BT(5)+BT(6)+BT(7)+
          * BT(8)+BT(9)+BT(10)+BT(11)+BT(12)+BT(13)+BT(14)+BT(15))/14
          CU=(BU(1)+BU(2)+BU(3)+BU(4)+BU(5)+BU(6)+BU(7)+
          * BU(8)+BU(9)+BU(10)+BU(11)+BU(12)+BU(13)+BU(14)+BU(15))/14
          CV=(BV(1)+BV(2)+BV(3)+BV(4)+BV(5)+BV(6)+BV(7)+
          * BV(8)+BV(9)+BV(10)+BV(11)+BV(12)+BV(13)+BV(14)+BV(15))/14
          EL=G
          EM=1.3
          X=CX*(1+EM)-EM*GX
          Y=CY*(1+EM)-EM*GY
          Z=CZ*(1+EM)-EM*GZ
          S=CS*(1+EM)-EM*GS
          T=CT*(1+EM)-EM*GT
          U=CU*(1+EM)-EM*GU
          V=CV*(1+EM)-EM*GV
          CALL PROC(X,Y,Z,S,T,U,V)
          IF (F.GE.MAXUST) GO TO 90
          BX(M4)=X
          BY(M4)=Y
          BZ(M4)=Z
          BS(M4)=S
          BT(M4)=T
          BU(M4)=U
          BV(M4)=V
          BF(M4)=F
          GO TO 6
          EL=EL+1
          IF (EL.LT.5) GO TO 100

```

```

X=(X+C)/2
Y=(Y+C)/2
Z=(Z+C)/2
S=(S+C)/2
T=(T+C)/2
L=(L+U)/2
U=(U+L)/2
CALL FUNC(X,Y,Z,S,T,U,V)
GO TO 95
EM=EM/2
GO TO 53
END

```

```

SUBROUTINE PROCH(1,2,3,4,5,10,0)
COMMON F
F=100+100+200+300+100+000+100
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE PRODCO (C, T, U, V)
COMMON F
IF (X.LE.1) GO TO 110
F=0.0004002+Z002+S00+1.0004002+I002
4ETURN
F=LE0
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE FFCO(X,Y,Z,S,I,U,V)
  COMMON F
  IF ((X+.5) .GT. (Y+.1) .AND. (Z+.1.5) .GT.
     + (S+.002) .AND. (I+.5) .GT. (U+3.002) .AND. (V+.1.5) .GT.
     + (E+.100)) GO TO 110
  RETURN
F=1E+0
FFTCN
END

```

значение которой определяется посредством подпрограммы PROC (X, Y, Z, S, T, U, V). Для простоты в рамках нашего примера эта подпрограмма использует функцию

$$F = X^2 + Y^2 + Z^2 + S^2 + T^2 + U^2 + V^2 \quad (7-19)$$

Очевидно, что оптимальной точкой в этом случае будет начало координат. Поэтому такую функцию удобно использовать при расчете контрольного варианта.

Приведем краткое описание программы COMPLEX, блок-схема которой дана на рис. 7-7. Каждый из массивов AX, AY, AZ, AS, AT, AU, AV содержит по 3 начальных значения варьируемой переменной: первое значение — центральное, второе — верхнее, третье — нижнее. Массив AN содержит 105 элементов, отождествляемых с компонентами табл. 7-4 при их построчном считывании. Эти компоненты принимают значение 1, когда они соответствуют центральному уровню, 2 — верхнему, 3 — нижнему.

Пятнадцатизлементные массивы BX, BY, BZ, BS, BT, BU, BV, BF предназначены для хранения информации о текущем со-

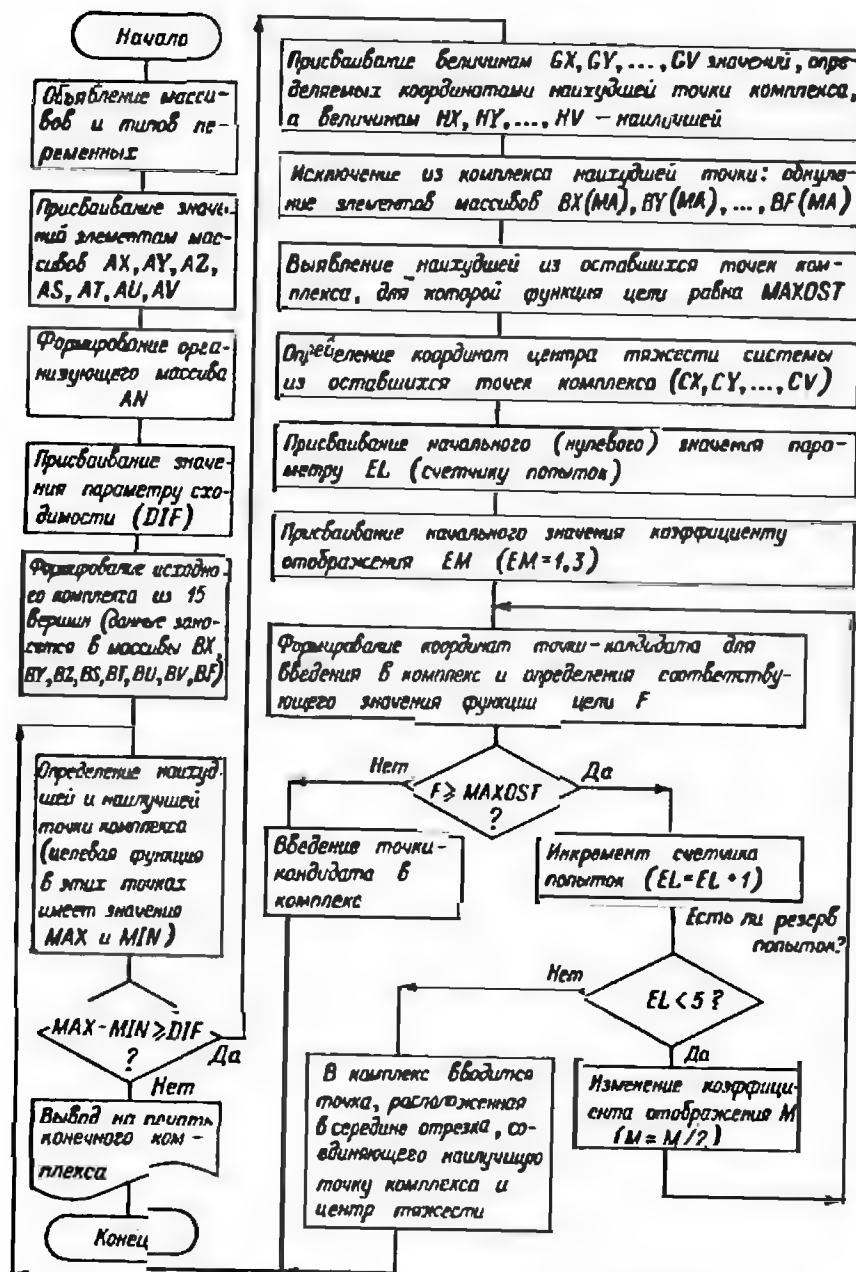


Рис. 7-7. Блок-схема программы комплекс-метода

стоянии комплекса. Отметим, что число элементов каждого из этих массивов равно числу строк табл. 7-4. Сначала формируется исходный комплекс, для чего переменным  $V, U, T, S, Z, Y, X$  присваиваются конкретные значения, содержащиеся в массивах  $AV, AU, AT, AS, AZ, AY, AX$  (организация этого присваивания производится с помощью массива  $AN$ ). Для каждого конкретного набора значений  $X, Y, Z, S, T, U, V$  производится обращение к подпрограмме  $PROC$ , в результате чего находится значение целевой функции  $F$ , соответствующей данному набору. Такая процедура выполняется 15 раз, при этом заполняются массивы  $BX, BY, BZ, BS, BU, BV, BF, BT$ .

Затем выявляются наилучшая и наихудшая из 15 вершин комплекса. Для первой из них целевая функция имеет значение  $MAX$ , для второй —  $MIN$ . Параметру  $MA$  при этом присваивается порядковый номер, определяющий положение в массиве  $BF$  наибольшего элемента ( $MAX$ ), соответствующего наилучшей вершине комплекса, а параметру  $MIN$  присваивается порядковый номер наименьшего элемента ( $MIN$ ) в массиве  $BF$ , что соответствует наилучшей точке комплекса. После этого следует сравнение разности  $MAX - MIN$  с заранее заданной величиной  $DIF$ . Если  $MAX - MIN < DIF$ , то происходит переход на метку 60, благодаря чему на печать выводится информация о состоянии комплекса в зоне оптимума. Если же указанное неравенство не выполняется, следует переход на метку 70. Здесь определяются координаты точки, подлежащей исключению:  $GX, GY, GZ, GS, GT, GU, GV$ , а также координаты наилучшей точки комплекса:  $HX, HY, HZ, HS, HT, HU, HV$ . В массивах  $BX, BY, BZ, BS, BT, BU, BV, BF$  обнуляются элементы, соответствующие исключаемой вершине, после чего производится поиск наилучшей из оставшихся вершин комплекса, характеризующей наибольшим значением целевой функции ( $MAXOST$ ), и определяются координаты центра тяжести ( $CX, CY, CZ, CS, CT, CU, CV$ ) системы из оставшихся вершин комплекса.

Далее производится определение координат новой точки, вводимой в комплекс взамен исключенной. Для этого обнуляется счетчик попыток ( $EL$ ) и устанавливается начальное значение (1,3) коэффициента отображения  $M$ . Определяются координаты  $X, Y, Z, S, T, U, V$  точки-кандидата и вычисляется соответствующее ей значение  $F$ . Если  $F < MAXOST$ , то точка-кандидат занимает свое место в комплексе. В противном случае попытка признается неудачной, следует инкремент счетчика попыток  $EL$ , а затем производится изменение коэффициента отображения  $M$  (путем деления на 2) и выполняется новая попытка. В случае пяти последовательных неудачных попыток этот процесс прекращается и новая вершина комплекса образуется на полпути между центром тяжести и наилучшей вершиной комплекса.

Пример 7-3. Используя программу  $COMPLEX$ , определить точку, соответствующую минимуму выражения (7-14) для следую-



Таблица 7-5. Результаты расчета по программе COMPLEX\*

X	Y	Z	S	T	U	V	F
Вариант а							
0,0005	0,0027	-0,0003	0,0004	0,0001	0,0014	0,0003	0,0000
-0,0021	0,0018	-0,0006	-0,0011	-0,0009	-0,0001	-0,0001	0,0000
0,0022	-0,0000	-0,0011	0,0005	-0,0016	-0,0004	-0,0001	0,0000
0,0011	0,0019	0,0032	0,0004	0,0002	0,0018	0,0004	0,0000
0,0026	0,0015	0,0012	0,0005	-0,0004	0,0016	0,0006	0,0000
-0,0029	0,0016	0,0002	-0,0003	-0,0004	0,0002	0,0012	0,0000
0,0003	-0,0003	0,0008	-0,0029	-0,0021	-0,0001	0,0019	0,0000
0,0011	-0,0002	-0,0006	-0,0024	0,0004	-0,0012	0,0006	0,0000
-0,0009	0,0032	-0,0001	0,0006	-0,0003	0,0018	0,0006	0,0000
-0,0003	-0,0009	0,0015	0,0020	-0,0021	0,0008	0,0009	0,0000
-0,0020	-0,0009	0,0005	-0,0004	-0,0009	-0,0003	0,0021	0,0000
-0,0008	0,0027	-0,0013	0,0009	-0,0001	0,0026	-0,0002	0,0000
-0,0006	0,0019	-0,0001	-0,0006	-0,0020	0,0010	-0,0016	0,0000
-0,0000	0,0024	-0,0001	-0,0024	-0,0007	0,0013	0,0006	0,0000
-0,0001	0,0001	-0,0011	0,0022	0,0004	-0,0004	-0,0018	0,0000

Вариант б

1,0000	-0,0016	0,0005	0,0014	0,0005	-0,0007	0,0001	1,0000
1,0000	-0,0017	0,0008	0,0008	-0,0008	0,0009	-0,0014	1,0000
1,0000	-0,0014	0,0008	0,0017	0,0002	-0,0012	-0,0003	1,0000
1,0000	-0,0013	0,0006	0,0013	-0,0004	-0,0002	-0,0004	1,0000
1,0000	-0,0011	0,0012	0,0016	-0,0007	-0,0003	-0,0006	1,0000
1,0000	-0,0002	0,0012	0,0028	0,0003	-0,0000	-0,0009	1,0000
1,0000	-0,0002	-0,0002	0,0028	0,0011	-0,0003	0,0002	1,0000
1,0000	-0,0011	0,0008	0,0024	0,0006	0,0009	-0,0005	1,0000
1,0000	-0,0005	-0,0011	0,0015	-0,0001	0,0004	0,0010	1,0000
1,0000	-0,0010	0,0000	0,0018	0,0002	-0,0001	-0,0002	1,0000
1,0000	-0,0020	0,0001	0,0010	0,0001	0,0004	-0,0007	1,0000
1,0000	-0,0009	0,0008	0,0012	-0,0004	-0,0004	0,0001	1,0000
1,0000	-0,0005	0,0010	0,0021	0,0001	0,0001	-0,0004	1,0000
1,0000	-0,0012	0,0006	0,0016	0,0003	-0,0004	-0,0003	1,0000
1,0000	-0,0008	0,0009	0,0017	0,0011	-0,0022	0,0013	1,0000

Вариант в

0,3566	0,6903	1,0405	1,3765	1,7290	2,0878	2,3976	16,6793
0,3569	0,6887	1,0425	1,3776	1,7286	2,0872	2,3975	16,6793
0,3550	0,6902	1,0424	1,3759	1,7288	2,0863	2,3990	16,6793
0,3524	0,6866	1,0436	1,3779	1,7287	2,0864	2,3989	16,6793
0,3573	0,6897	1,0428	1,3759	1,7278	2,0878	2,3982	16,6793
0,3553	0,6897	1,0424	1,3752	1,7295	2,0904	2,3955	16,6793
0,3573	0,6913	1,0417	1,3743	1,7302	2,0856	2,3993	16,6793
0,3552	0,6877	1,0428	1,3734	1,7314	2,0877	2,3980	16,6793
0,3539	0,6917	1,0435	1,3750	1,7275	2,0881	2,3982	16,6793
0,3547	0,6904	1,0411	1,3780	1,7287	2,0878	2,3973	16,6793
0,3548	0,6895	1,0411	1,3775	1,7271	2,0889	2,3980	16,6793
0,3576	0,6889	1,0424	1,3768	1,7278	2,0877	2,3981	16,6793
0,3557	0,6878	1,0434	1,3737	1,7278	2,0875	2,4002	16,6793

Окончание табл. 7-5

X	Y	Z	S	T	U	V	F
0,3538	0,6902	1,0431	1,3761	1,7298	2,0852	2,3992	16,6793
0,3548	0,6882	1,0416	1,3747	1,7271	2,0899	2,3989	16,6793

\* Исходные данные: DIF = 9,9999997E - 0,6;

AX (1) = AY = AZ (1) = AS (1) = AT (1) = AU (1) = AV (1) = 2,000000;  
 AX (2) = AY (2) = AZ (2) = AS (2) = AT (2) = AU (2) = AV (2) = 2,500000;  
 AX (3) = AY (3) = AZ (3) = AS (3) = AT (3) = AU (3) = AV (3) = 1,500000.

щих трех вариантов: а) без учета каких-либо ограничений; б) при ограничении  $X \leq 1$  (зона допустимых значений ограничена плоскостью); в) при ограничении

$$(X+5)^2 + (Y+1)^2 + (Z+1,5)^2 + (S+2)^2 + (T+2,5)^2 + (U+3)^2 + (V+3,5)^2 \leq 100$$

(зона допустимых значений ограничена сферой).

Налагаемые ограничения учитываются при составлении подпрограммы PROC (см. прогр. 7-1) путем присваивания функционалу  $F$  большого значения при недопустимых сочетаниях переменных.

Результаты расчета приведены в табл. 7-5.

## 7-6. Вопросы унификации конструкции.

### Различие в подходе к проектированию серий и индивидуальных машин

Унификация в машиностроении призвана устанавливать экономически целесообразные ограничения разнообразия машин, узлов и деталей. Ограничение числа разновидностей само по себе может иметь как положительные, так и отрицательные последствия. Критерием правильности при этом должны быть не ведомственные, а народнохозяйственные интересы.

Известны два направления унификации в машиностроении: а) от частного к целому (например, когда из нескольких типов унифицированных узлов и деталей собираются различные виды оборудования); б) от целого к частному. Последнее направление является доминирующим в машиностроении, и в частности в электромашиностроении. При этом унификация начинается с установления размерных рядов машин, а узлы и детали унифицируются применительно к типоразмерам конечных изделий.

В электромашиностроении имеет место комбинация обоих направлений унификации. Стандартные размеры одготипных деталей используются при изготовлении машин различной мощности

и назначения. Но все же унификацию машин нужно начинать с установления потребности народного хозяйства в различных изделиях.

Прежде чем установить ограничение числа типоразмеров, необходимо выявить типоразмеры, желательные для потребителей. Интересы последних могут быть ущемлены при недостаточно продуманной унификации машин. В связи с ограничением числа типоразмеров некоторые из потребителей вынуждены приобретать не ту машину, которая им нужна, а лишь ближайшую по своим параметрам, т. е. такую, которая обладает «запасом» показателей. Для потребителей это означает, что машина имеет излишнюю мощность и используется в недогруженном режиме. Кроме того, такая машина занимает больше места, чем нужно, весит больше, стоит дороже.

Поэтому мощности и типы электрических машин, в которых нуждаются потребители, должны служить в качестве исходных данных при унификации изделий. Таким образом, установление конкретных типоразмеров серии представляет собой задачу, решаемую в направлении от целого к частному. Лишь после того, как будут определены потребности в различных машинах, можно приступать к определению экономически оправданного ряда.

Не только потребители, но даже заводы — изготовители электрических машин могут в результате ошибочных решений нести ущерб при неправильной унификации. С одной стороны, снижение числа типоразмеров создает условия для массового производства со всеми его огромными преимуществами. Себестоимость машины, отнесенная к единице номинальной мощности, всегда снижается. Но, с другой стороны, на каждую машину расходуется в среднем больше меди, электротехнической стали и других материалов, чем нужно было бы при том же общем количестве выпускаемых единиц в условиях большей дифференциации размерного ряда машин. Одновременно увеличивается энергоемкость, площадь, которая необходима для складирования материалов и готовых изделий, объем необходимых оборотных средств и т. п.

Унификация приносит огромную выгоду, когда она осуществляется правильно, т. е. когда выигрыш от ее положительных последствий существенно превышает проигрыш от отрицательных.

Чем реже размерный ряд машин, узлов и деталей, тем сильнее сказываются отрицательные последствия. Но положительные последствия, связанные с массовостью производства, действуют лишь до определенной границы сужения размерного ряда: многие заводы выпускают одинаковые изделия в таких больших количествах, что им приходится дублировать специальное оборудование, технологическую оснастку, поточные линии и т. д. По этой причине некоторые виды постоянных затрат становятся как бы переменными. В таких условиях расширение выпуска не приводит к заметному сокращению постоянных затрат в расчете на одно изделие. Следо-

вательно, если уж приходится дублировать оборудование и оснастку, то лучше приблизиться к нуждам потребителя и дать ему больше типоразмеров. Одновременно сократится в расчете на одно изделие расход меди, стали, рабочей силы и т. п.

Практический вывод, который нужно сделать, состоит в следующем. После выявления потребности в машинах разной мощности и назначения на перспективу нужно выделить те виды машин, которые будут выпускаться в очень больших количествах. Чрезмерно сокращать (дифференцировать) размерный ряд таких машин не следует, чтобы избежать дублирования технологической оснастки.

И только к машинам, которые не могут выпускаться в больших количествах, надо подойти с позиций массового производства. Число типоразмеров таких машин следует ограничить, но выбор решения должен основываться на сравнении всех положительных последствий с отрицательными.

Иллюстрацией того, как происходит перераспределение затрат вследствие унификации, могут служить 4 ряда машин, представленные на рис. 7-8 — 7-11, применительно к ситуации, когда имеются 32 условных потребителя, каждому из которых нужен один типоразмер (типоразмеры отличаются друг от друга по мощности).

На рис. 7-8 приведена в графическом виде экономическая информация, относящаяся к базовому ряду эталонных машин, каждая из которых спроектирована как индивидуальное наименее затратное изделие. В этом случае каждый из потребителей получает именно ту машину, которая ему нужна. На рис. 7-8  $A_0$  — годовая потребность в машинах каждого из  $P$  потребителей;  $B_0$  — производственные затраты на оснастку (постоянные);  $B_v$  — переменные затраты (материалы, рабочая сила и т. д.);  $G_0$  — эксплуатационные расходы.

Рис. 7-9 относится к ряду, построенному по формальному принципу: каждый 4-й потребитель получает нужную ему машину, а 3 предшествующих потребителя будут вынуждены приобрести машины с запасом показателей. При этом снизится общая сумма постоянных затрат, а общая сумма переменных затрат и эксплуатационных расходов возрастет. Но, как видно из рис. 7-9, выпуск машин 8-го и 12-го типоразмеров будет так велик, что изготовителю придется дублировать оборудование и оснастку. По этой причине целесообразно перейти к ряду, представленному на рис. 7-10 и содержащему большее число типоразмеров. Этот ряд в большей мере удовлетворяет интересы потребителей, и в нем исключается дублирование оборудования.

С целью дальнейшего снижения постоянных затрат в ряду (серии) выделяется 5 отрезков (рис. 7-11). Этот ряд по сравнению с базовым рядом имеет выигрыш

$$\Sigma B_0 - \Sigma B_{111}$$

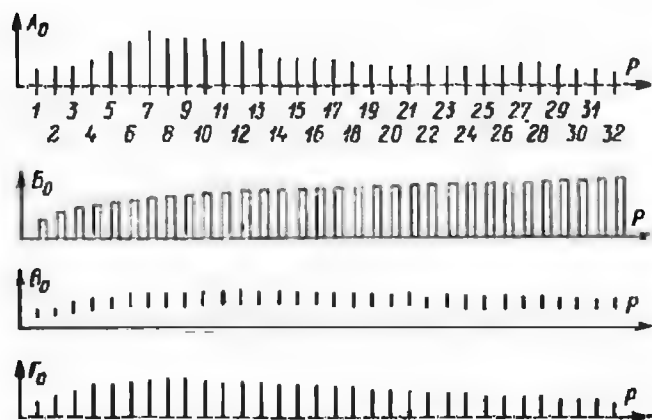


Рис. 7-8. Базовый ряд единичных машин

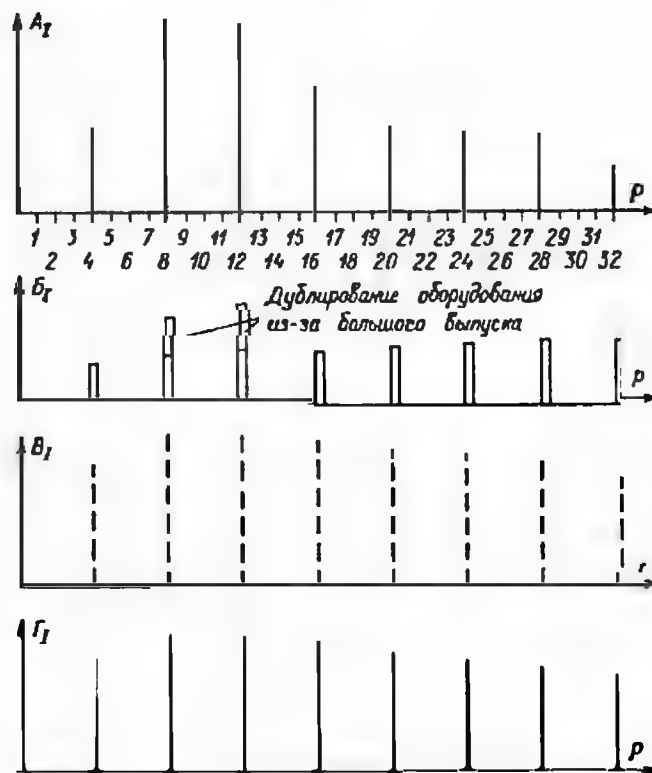


Рис. 7-9. Ряд, ориентированный на каждого четвертого потребителя

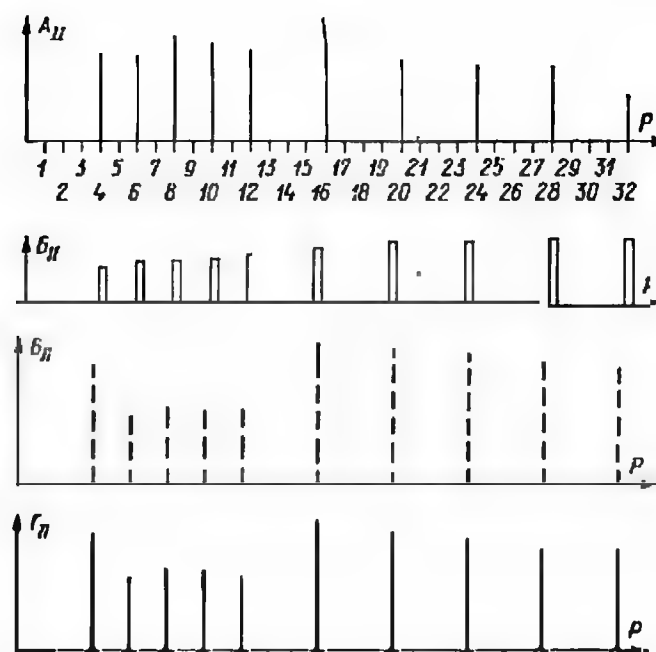


Рис. 7-10. Ряд, исключающий дублирование оборудования

и проигрыш

$$\Sigma B_{III} - \Sigma B_0 + \Sigma G_{III} - \Sigma G_0.$$

Экономический эффект, соответствующий данному ряду, определяется разностью выигрыша и проигрыша

$$\Xi = \Sigma B_0 + \Sigma B_0 + \Sigma G_0 - \Sigma B_{III} - \Sigma B_{III} - \Sigma G_{III}.$$

Конечно, приведенный пример является чисто условным (отступление от базового ряда машин подчинено формальным правилам), но на нем можно проследить, насколько сложна (и важна!) задача оптимального проектирования серий.

Следует иметь в виду, что размеры машин, включенных в серию, отклоняются от тех наименее выгодных размеров, которые соответствуют той или иной единичной машине.

Возникают два вопроса:

а. Какие именно детали целесообразно сделать в разных машинах одинаковыми?

б. Как определить размеры одинаковых деталей, предназначенных для различных машин?

В практике электромашиностроения принимаются одинаковыми внешние диаметры разных машин, входящих в отрезок серии. Длины

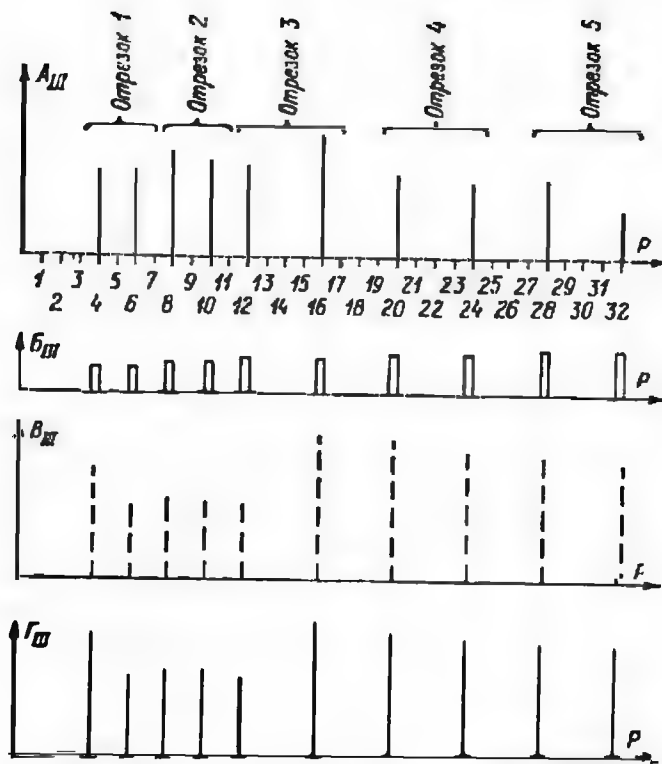


Рис. 7-11. Ряд типоразмеров машин, разбитый на отрезки

у разных типоразмеров соответствующего диаметра разные. Такое решение оправдывается тем, что именно диаметр определяет размеры штампа, подшипниковых щитов и ряда приспособлений.

Второй вопрос более сложный. Он относится к мере дифференциации отрезков серии, выбору для каждого отрезка размера внешнего диаметра, числа длин и т. п. Все это можно предложить в самых разнообразных вариантах. У авторов проекта потребитель вправе спросить: «Почему выбрали именно этот вариант? Почему число отрезков серии именно такое, а не больше и не меньше? Почему для данного отрезка принят именно такой, а не другой диаметр?»

Каждый из возможных вариантов серии будет приводить к разному выигрышу и проигрышу. Наклучшим будет тот вариант, у которого перевес выигрыша над проигрышем наибольший.

Но это только теоретическая схема обоснования предлагаемой серии. Вопрос упирается в трудности подсчета выигрыша и особенно — проигрыша.

Выигрыш — это то удешевление, которое достигается благодаря унификации при переходе от индивидуального или мелкосерийного производства к массовому. Квалифицированные экономисты с большей или меньшей достоверностью справляются с задачей определения выигрыша.

Но подсчет проигрыша, вызванного отступлением от наимыгоднейшей конструкции индивидуального изделия, представляет собой очень сложную задачу именно из-за необходимости спроектировать единичную машину наимыгоднейших размеров.

Решением этой задачи занимаются уже более полувека со времен М. Видмара [54], который впервые ее поставил. Большую часть своей упомянутой выше книги «Основы проектирования серий асинхронных электродвигателей» В. А. Трапезников [76] посвятил вопросу проектирования наимыгоднейших единичных машин. Это может показаться парадоксом: зачем проектировать оптимальные единичные машины, если они изготавливаться не будут, а вместо них будет выпускаться серия машин с другими размерами? Но достаточно вдуматься, и ответ будет ясен: если в качестве эталонов единичных изделий взять машины не с наимыгоднейшими, а со случайно или примитивно спроектированными размерами, то расчет экономического эффекта путем сопоставления выигрыша и проигрыша даст неверную картину и в качестве наилучшего варианта может оказаться совсем не лучший.

По отклонениям от размеров наимыгоднейших единичных машин должны быть определены проигрыши не только в виде удорожания вследствие большого расхода материалов, рабочей силы и других затрат, связанных с изготовлением, но еще и в связи с увеличением эксплуатационных потерь. Критерием оптимальности в этом случае должна выступать приведенная стоимость. Проектирование по минимуму приведенной стоимости ставит целью получить единичную машину таких размеров, при которых минимизируется общая сумма совокупных затрат на изготовление и эксплуатацию машины данной мощности и данного типа.

Как известно, в состав приведенной стоимости  $\Pi$ , определяемой выражением (7-10), включаются капитальные затраты и эксплуатационные расходы. Эксплуатационные расходы на конкретный двигатель зависят от нагрузки на валу и продолжительности работы (рис. 7-12). Для двух различных двигателей, имеющих одинаковую продолжительность работы, но отличающихся своими размерами и энергетическими показателями, зависимость приведенной стоимости от мощности на валу имеет вид, изображенный на рис. 7-13 линиями 1 и 2.

В этом случае кривая 1 соответствует типоразмеру, имеющему меньшие габариты, а следовательно, и меньшие капитальные затраты: кривая 1 отсекает меньший отрезок оси ординат, чем кривая 2. Однако при одинаковой нагрузке на валу потери у пер-

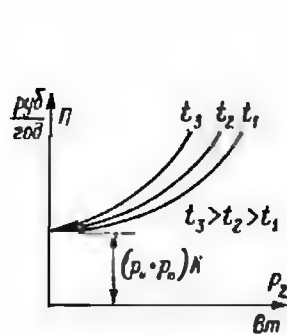


Рис. 7-12. Зависимость приведенной стоимости двигателей от нагрузки и продолжительности работы

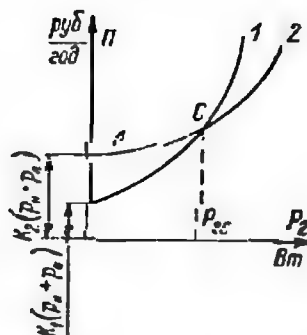


Рис. 7-13. Зависимость приведенной стоимости двигателей от габаритов

вой машины выше, чем у второй. В точке С кривые 1 и 2 пересекаются. Этой точке соответствует мощность на валу  $P_{2c}$ .

Понятно, что в диапазоне мощностей от 0 до  $P_{2c}$  целесообразно использовать первую машину, а в остальном диапазоне — вторую, поскольку такое решение обеспечит наименьшие приведенные затраты. На рис. 7-13 это утолщенная линия 2.

В общем случае число типоразмеров может быть больше 2. На рис. 7-14 показан вариант, когда число типоразмеров равно четырем. Если в отрезок серин войдут все 4 типоразмера, то (по аналогии с рис. 7-13) целесообразно такое использование спроектированных машин, которое характеризуется утолщенной линией.

Однако многообразие типоразмеров неизбежно связано с добавочными затратами. Если бы мы ограничились лишь тремя типоразмерами, то могли бы сэкономить некоторые средства, обусловленные добавочными затратами на оснастку для выпуска 4-го типоразмера (но при этом увеличилась бы величина  $\Pi$ ). Еще большие средства можно сэкономить при наличии только двух типоразмеров, хотя и в этом случае придется пожертвовать добавочным ростом суммарной приведенной стоимости.

Если же мы ограничимся всего одним типоразмером, то добавочных затрат, обусловленных многообразием типоразмеров, не будет совсем, но суммарная приведенная стоимость возрастет еще больше.

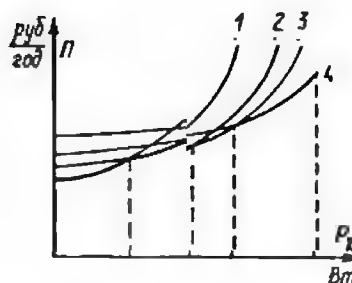


Рис. 7-14. Распределение типоразмеров по диапазонам мощностей

Следовательно, для объективной оценки нужно принимать во внимание не суммарную приведенную стоимость  $\Pi$ , а общие затраты  $\Sigma$ , складывающиеся из величины  $\Pi$  и тех добавочных издержек  $\Delta$ , которые определяются разнообразием выпускаемых типоразмеров.

Рассмотрим условный пример определения наиболее целесообразной комбинации типоразмеров в отрезке серин, предназначенной для 7 различных механизмов, каждый из которых характеризуется конкретной мощностью, получаемой от двигателя:  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7$  (см. табл. 7-6).

Таблица 7-6. Затраты  $\Pi$  и  $\Delta$  для различных типоразмеров

Мощность	Значение $\Pi$ для числа типоразмеров			
	1	2	3	4
$P_1$	1	2	3	4
$P_2$	2	3	4	5
$P_3$	4	5	6	7
$P_4$	9	8	9	10
$P_5$	—	13	12	13
$P_6$	—	—	17	16
$P_7$	—	—	24	23
Затраты $\Delta$	2	3	3	4

Таблица 7-7. Затраты  $\Pi, \Delta, \Sigma$  для комбинации типоразмеров 1—2—3—4

Мощность	Затраты $\Pi$ при числе типоразмеров			
	1	2	3	4
$P_1$	1			
$P_2$	2			
$P_3$	4			
$P_4$		8		
$P_5$			12	
$P_6$				16
$P_7$				23
Затраты $\Delta$	2	3	3	4
$\Sigma = \Sigma \Pi + \Sigma \Delta$	78			

Типоразмеры могут быть выбраны в следующих комбинациях: 1—2—3—4; 1—2—3; 1—2—4; 1—3—4; 2—3—4; 1—4; 1—3; 1—2; 2—4; 2—3; 3—4; 1; 2; 3; 4.

Однако те комбинации, которые не обеспечивают всех мощностей, должны быть исключены. Останутся: 1—2—3—4; 1—2—3; 1—2—4; 1—3—4; 2—3—4; 1—4; 1—3; 2—4; 2—3; 3—4; 3; 4.

Если бы нами был принят вариант, включающий все 4 типоразмера (комбинация 1—2—3—4), то для каждой из семи мощностей

Таблица 7-8. Определение затрат  $Z$  для различных комбинаций типоразмеров

Мощность	Затраты $\Pi$ для комбинаций типоразмеров											
	1	2	3	1	2	4	1	3	4	2	3	4
$P_1$	1			1			1			2		
$P_2$	2			2			2			3		
$P_3$	4	8		4	8		4	9		5	8	
$P_4$			12		13			12			12	
$P_5$			17			16			16			16
$P_6$			24			23			23			23
$P_7$												
Затраты $D$	2	3	3	2	3	4	2	3	4	3	3	4
$Z = \Pi + D$	76			76			76			79		

Окончающие табл. 7-8

Мощность	Затраты $\Pi$ для комбинаций типоразмеров											
	1	4	1	3	2	4	2	3	3	4	3	4
$P_1$	1		1		2		2		3		3	4
$P_2$	2		2		3		3		4		4	5
$P_3$	4		4		5		5		6		6	7
$P_4$	9	13	9	12	8		8	12	9		9	10
$P_5$		16		17	13	16		17	12	16	12	13
$P_6$		23		24		23		24		23	17	16
$P_7$											24	23
Затраты $D$	2	4	2	3	3	4	3	3	3	4	3	4
$Z = \Pi + D$	74		74		77		77		80		78	82

можно было бы выбрать тот типоразмер, который обеспечивает наименьшее  $\Pi$  (табл. 7-7). Заметим, что табл. 7-7 получена из табл. 7-6 путем выбора в каждой строке этой последней наименьшего  $\Pi$ . Суммируя выделенные таким образом значения  $\Pi$  со значениями  $D$ , получаем общие затраты  $Z = 78$ .

Аналогичная процедура может быть применена и для остальных комбинаций типоразмеров (табл. 7-8).

Определив затраты  $Z$  для каждой комбинации типоразмеров, приходим к выводу о целесообразности одной из двух равноценных комбинаций: 1—4 или 1—3, которым соответствует наименьшее  $Z = 74$ .

### 7-7. Учет разброса параметров при проектировании

Реально выполненные машины могут в той или иной степени отличаться друг от друга, а также и от спроектированной машины из-за нестабильности различных факторов, влияющих на выходные характеристики. Рассмотрим наиболее существенные из таких факторов:

а. Непостоянство НС магнитной цепи машины, а также потерь в стали из-за разброса магнитных свойств электротехнической стали. По этой причине у некоторых машин энергетические показатели и рабочие характеристики могут оказаться отличными от ожидаемых.

б. Нестабильность механических потерь, обусловленная качественной неоднородностью подшипников и разбросом допусков, влияющих на перекося оси ротора. Этот фактор особенно важен для маломощных и быстроходных машин, у которых доля механических потерь в общей сумме потерь особенно высока.

в. Несовпадение реального воздушного зазора в конкретной машине с расчетным зазором, принятым при проектировании. Воздушный зазор асинхронной машины представляет собой полуразность двух очень близких величин — диаметра статора и ротора, при выполнении которых назначаются допуски, сопоставимые с номинальным зазором. По этой причине фактический воздушный зазор имеет широкий разброс значений (особенно у малых машин).

Проектировщик должен иметь ясное представление, на какую машину ориентирован расчет: на «среднюю» или «худшую». В последнем случае необходимо вести проектирование с учетом некоторого запаса и, в частности, воздушный зазор принимать равным наибольшему возможному зазору.

Поскольку воздушный зазор является исключительно важной расчетной величиной, проектировщику, ориентирующемуся на крупносерийное или массовое производство разрабатываемой машины, следует заранее установить, какова связь между принимаемым расчетным зазором и процентом риска (ПР), определяющим



какую долю в общем выпуске должны составить машины, зазор которых превосходит расчетное значение.

Расчетное значение зазора  $\delta_p$  выбирается из диапазона  $\delta_c - \delta_{max}$ , где  $\delta_{max}$  — наибольший возможный зазор (рис. 7-15), а  $\delta_c$  — средний зазор:

$$\delta_c = \frac{\delta_{min} + \delta_{max}}{2}.$$

При выборе  $\delta_p$  следует иметь в виду, что с увеличением  $\delta_p$  снижается вероятность изготовления некоторой части машин с зазором, превышающим величину  $\delta_p$ .

Указанная вероятность (процент риска ПР) зависит от четырех величин:  $\Delta_1$  (допуск на внутренний диаметр статорного пакета),  $\Delta_2$  (допуск на наружный диаметр ротора),  $\delta_c$ ,  $\delta_p$ .

В случае когда рассеивание размеров  $D_{11}$  и  $D_{a2}$  подчиняется нормальному закону распределения, коэффициент риска  $t$  находится по формуле

$$t = \frac{12(\delta_p - \delta_c)}{\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}}.$$

В зависимости от полученного значения  $t$  с помощью графика на рис. 7-16 находится ПР, показывающий, какую долю общего числа выпускаемых машин составят машины с зазором, превышаю-

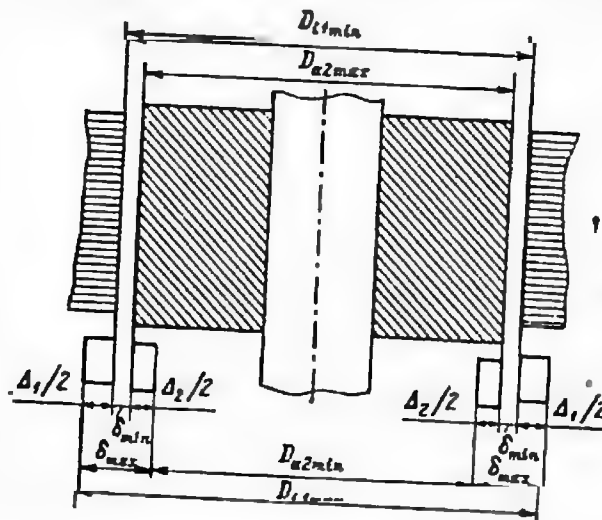


Рис. 7-15. Связь фактических размеров зазора с допусками

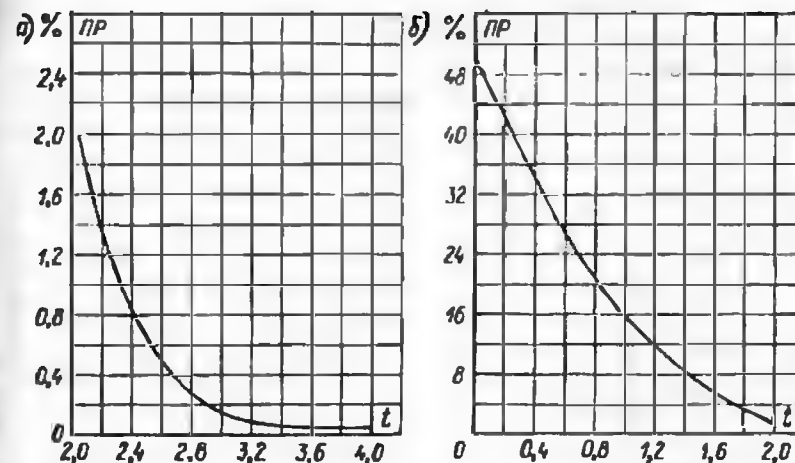


Рис. 7-16. Зависимость между коэффициентом риска и процентом риска

щим расчетный. Этот график получен на основании зависимости

$$ПР = 0,5 \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-0,5u^2} du \right) \cdot 100.$$

График на рис. 7-16 позволяет также решить и обратную задачу: найти  $\delta_p$  по выбранному заранее проценту риска. При этом следует, задавшись величиной ПР (2—10 %), установить с помощью графика соответствующее значение  $t$  (например, при пятипроцентном риске коэффициент  $t$  равен 1,65), а затем определить  $\delta_p$  по формуле

$$\delta_p = \delta_c + \frac{t}{12} \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}$$

## Глава восьмая

### СИНТЕЗ АСИНХРОННЫХ МАШИН: ЦЕЛИ, ПРИЕМЫ, ПРОГРАММЫ

#### 8-1. Проектирование в направлении от электромагнитных нагрузок к размерам

Ясное понимание концептуальных основ проектирования в направлении от электромагнитных нагрузок к размерам даст читателю возможность приспособить излагаемое в настоящей главе программное обеспечение, предназначенное для проектирования трехфазных машин с короткозамкнутым ротором, к разнообразным задачам. В предвидении вероятной критики за отсутствие в книге

универсальной методики, охватывающей все типы асинхронных машин, заметим, что такой цели у нас не было: мы лишь предлагаем путь, которым удобно идти. Проектировщик, решивший следовать этим путем, должен будет критически оценить пригодность тех или иных расчетных соотношений применительно к специфике своей задачи и при необходимости внести соответствующие изменения. Творческое восприятие метода — непременное условие его успешного приложения.

В программном обеспечении, излагаемом в настоящей главе, наружный диаметр  $D_{a1}$  статорного сердечника принят в качестве задаваемой величины, так же как и электромагнитные нагрузки. Заметим, что предугадать влияние того или иного размера на выходные параметры машины гораздо труднее, чем оценить влияние на них той или иной электромагнитной нагрузки. Диапазоны, в которых лежат размеры, обычно широки, и отношение максимального возможного размера к соответствующему минимальному возможному размеру всегда больше, чем отношение предельных электромагнитных нагрузок. Из этого следует, что риск ошибиться при свободном выборе размеров выше, чем при свободном выборе нагрузок.

Предлагаемый метод основан на использовании семи электромагнитных нагрузок в качестве входных данных: индукций  $B_{a1}$ ,  $B_{a2}$ ,  $B_{z1}$ ,  $B_{z2}$ ,  $B_{\delta}$ ; отношения  $A/J$ , обозначаемого в дальнейшем символом  $U$ , произведения  $AJ$ , обозначаемого через  $V$ . Величина  $U$ , имеющая размерность длины, представляет собой эквивалентную толщину проводникового слоя статора [3]. Тем не менее мы будем называть  $U$  электромагнитной нагрузкой, так как эта величина совместно с  $V$  однозначно определяет параметры  $A$  и  $J$ :

$$A = \sqrt{UV}; \quad J = \sqrt{VIU}. \quad (8-1)$$

В программном обеспечении, приводимом в настоящей главе, магнитные индукции  $B_{z1}$ ,  $B_{a1}$ ,  $B_{z2}$ ,  $B_{a2}$ ,  $B_{\delta}$  обозначены посредством идентификаторов  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ,  $S$ ,  $T$  соответственно. Семь электромагнитных нагрузок ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ,  $S$ ,  $T$ ,  $U$ ,  $V$ ) однозначно определяют семь главных выходных величин: диаметр статорной расточки  $D_{i1}$ , толщину ярама статора  $h_{a1}$ , толщину ярама ротора  $h_{a2}$ , ширину зубца статора  $b_{z1}$ , ширину зубца ротора  $b_{z2}$ , расчетное число витков фазы статора  $w_1$  и расчетную длину машины  $l$ . При этом предполагается, что остальные параметры, характеризующие структуру машины, либо зафиксированы, либо однозначно определяются главными выходными величинами.

Важно еще одно обстоятельство: шесть из семи электромагнитных нагрузок ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ,  $S$ ,  $T$ ,  $U$ ) конкретизируют поперечный разрез магнитопровода (рис. 8-1) благодаря однозначному вывлечению пяти главных выходных параметров ( $D_{i1}$ ,  $h_{a1}$ ,  $h_{a2}$ ,  $b_{z1}$ ,  $b_{z2}$ ) и, кроме того, устанавливают связь между параметрами  $l$  и  $w_1$ . Для вычисления последних двух параметров есть два пути.

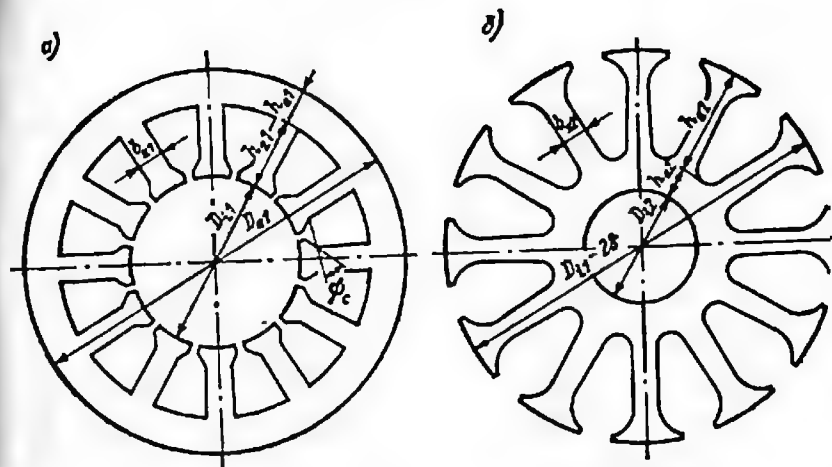


Рис. 8-1. Листы сердечников статора и ротора

1. Вводится в рассмотрение седьмая электромагнитная нагрузка  $V = AJ$  и находится расчетная длина  $l$ , обеспечивающая заданное  $V$ , после чего определяется  $w_1$ .

2. Проектировщик (с пульта ЭВМ) присваивает расчетной длине  $l$  то или иное конкретное значение, что в свою очередь однозначно определяет соответствующее значение  $w_1$ .

Из четырех расчетных процедур, предусматриваемых программным обеспечением в настоящей главе, в первых трех реализован первый путь, а в четвертой — второй. Но все четыре процедуры содержат этап поперечного расчета, осуществляемого посредством подпрограммы POP. При этом определяются не только размеры  $D_{i1}$ ,  $h_{a1}$ ,  $h_{a2}$ ,  $b_{z1}$ ,  $b_{z2}$ , но и все элементы пазовой геометрии.

Для облегчения восприятия приводимого ниже программного обеспечения предварительно остановим внимание читателя на следующих ключевых моментах.

1. Применительно к машинам с овальными или трапециевидными пазами статора и ротора на этапе поперечного расчета определяются:

а) вспомогательные величины

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= \frac{B_{\delta}}{k_{d1}k_{l1}}; & G_2 &= \frac{B_{l-}}{k_{d2}k_{l2}}; \\ G_3 &= \frac{G_1}{B_{z1}}; & G_4 &= \frac{G_1}{2pB_{a1}}; \\ G_5 &= G_3(0,5 + G_4) + G_4^2 - 0,25 \\ G_6 &= G_3 + 2G_4 + 2k_{\phi1} \frac{U}{D_{i1}k_{l1}} \end{aligned} \right\} \quad (8-2)$$

где  $k_{\phi 1}$  — коэффициент формы паза статора (рис. 8-2); это отношение реальной площади паза к площади, ограниченной на рисунке штриховой линией;  $k_{d1}$  ( $k_{d2}$ ) — коэффициент заполнения пакета статора (ротора) сталью по длине;  $k_{l1}$  ( $k_{l2}$ ) — отношение длины пакета статора (ротора) к расчетной длине;  $k_{sc}$  — коэффициент заполнения паза статора проводником;

б) диаметр расточки статора  $D_{i1}$ , наружный ( $D_{a2}$ ) и внутренний ( $D_{i2}$ ) диаметры роторного пакета,

$$D_{i1} = \frac{D_{a1} - \frac{4}{3} m_{a1} d_{a1}}{G_6 \sqrt{G_6^2 - 4G_5}}; \quad D_{a2} = D_{i1} - 2\delta; \quad D_{i2} = D_{i1} D_{RDD} + D_{RVV}. \quad (8-3)$$

где  $m_{a1}$  — число рядов аксиальных вентиляционных каналов статора;  $d_{a1}$  — диаметр статорного вентиляционного канала;  $m_{a1}$ ,  $d_{a1}$ ,  $D_{RDD}$  и  $D_{RVV}$  — параметры, задаваемые проектировщиком; с помощью величин  $D_{RDD}$  и  $D_{RVV}$  пользователь устанавливает линейную связь между  $D_{i2}$  и  $D_{i1}$ ;

в) толщина ярма статора и ротора,

$$h_{a1} = D_{i1} G_8 + \frac{2}{3} m_{a1} d_{a1}; \quad h_{a2} = \frac{G_8 D_{i1}}{2\rho B_{a2}} + \frac{2}{3} m_{a2} d_{a2} - D_{i2} G_D. \quad (8-4)$$

где  $m_{a2}$ ,  $d_{a2}$ ,  $G_D$  — параметры, задаваемые проектировщиком;  $m_{a2}$ ,  $d_{a2}$  — число рядов и диаметр аксиальных вентиляцион-

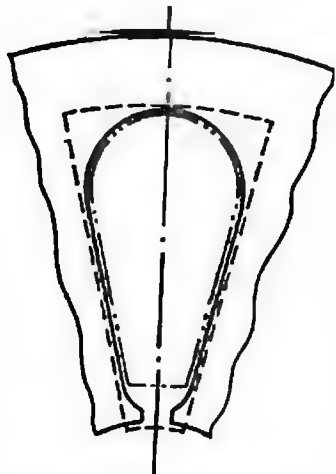


Рис. 8-2. К определению коэффициента формы паза  $k_{\phi 1}$

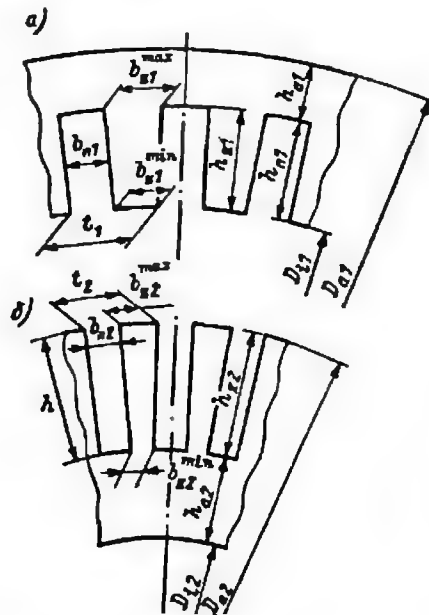


Рис. 8-3. Статор (а) и ротор (б) с прямоугольными пазами

ных каналов ротора;  $G_D$  — коэффициент, учитывающий ответвление части магнитного потока через вал;

г) высота зубцов статора и ротора,

$$h_{z1} = 0,5 (D_{a1} - D_{i1}) - h_{a1}; \quad h_{z2} = 0,5 (D_{a2} - D_{i2}) - h_{a2}; \quad (8-5)$$

д) толщина зубцов статора и ротора,

$$b_{z1} = \frac{\pi D_{i1}}{z_1} G_5; \quad b_{z2} = \frac{\pi D_{a2} G_1}{z_2 B_{z2}}. \quad (8-6)$$

2. Для статоров с прямоугольными пазами (рис. 8-3) при поперечном расчете находят:

а) вспомогательные величины  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$ ,  $G_4$  из (8-2), а также  $G_A$  и  $G_B$ ,

$$G_A = 1 - G_5; \quad G_B = 1 + 2G_4 \quad (8-7)$$

б) диаметр расточки  $D_{i1}$ , зубцовое деление  $t_1$  и ширину паза  $b_{n1}$

$$D_{i1} = \left( D_{a1} - \frac{4}{3} m_{a1} d_{a1} - \frac{2U}{k_{sc} G_A} \right) \frac{1}{G_B}; \quad t_1 = \frac{\pi D_{i1}}{z_1}; \quad b_{n1} = t_1 G_A \quad (8-8)$$

в) высоту паза  $h_{n1}$ , равную высоте зубца  $h_{z1}$ , а также толщину ярма  $h_{a1}$ ,

$$h_{n1} = h_{z1} = \frac{t_1 U}{k_{sc} b_{n1}}; \quad h_{a1} = 0,5 (D_{a1} - D_{i1}) - h_{n1}; \quad (8-9)$$

г) минимальную ( $b_{z1}^{\min}$ ) и максимальную ( $b_{z1}^{\max}$ ) ширину зубца,

$$b_{z1}^{\min} = \frac{\pi D_{i1}}{z_1} - b_{n1}; \quad b_{z1}^{\max} = \frac{\pi (D_{i1} + 2h_{z1})}{z_1} - b_{n1}. \quad (8-10)$$

Для роторов с прямоугольными пазами величины  $G_2$ ,  $D_{a2}$ ,  $D_{i2}$ ,  $h_{a2}$ ,  $h_{z2}$  рассчитываются посредством соотношений (8-2), (8-3), (8-4), (8-5), после чего находятся ширина паза  $b_{n2}$ , а также размеры  $b_{z2}^{\min}$  и  $b_{z2}^{\max}$  — минимальная и максимальная ширина зубца,

$$\left. \begin{aligned} b_{n2} &= \frac{\pi}{z_2} \left( D_{i2} + h_{a2} - \frac{G_4 D_{i1}}{B_{z2}} \right); \\ b_{z2}^{\min} &= \frac{\pi (D_{a2} - 2h_{z2})}{z_2} - b_{n2}; \\ b_{z2}^{\max} &= \frac{\pi D_{a2}}{z_2} - b_{n2}. \end{aligned} \right\} \quad (8-11)$$

Обращаем внимание читателя на то, что применительно к прямоугольным пазам  $B_{z1}$  и  $B_{z2}$  обозначают максимальную магнитную индукцию в зубцах статора и ротора соответственно.

3. Конкретные размеры поперечного сечения магнитопровода позволяют определить так называемые разделенные одновитковые параметры  $\bar{R}_1, \bar{R}_2, \bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{R}_m, \bar{X}_m$  (в приводимой ниже подпрограмме POP эти величины представляются идентификаторами VR1, CR1, VX1, CX1, VR2, CR2, VX2, CX2, VRM, VXM). Эти параметры используются в дальнейшем при расчете так называемых условных (одновитковых) сопротивлений  $\bar{R}_1, \bar{R}_2, \bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{R}_m, \bar{X}_m$  (идентификаторы R1G, R2G, X1G, X2G, RMG, XMG в подпрограммах KRI и VFA):

$$\left. \begin{aligned} \bar{R}_1 &= \bar{R}_1 l + \bar{R}_i; & \bar{R}_2 &= \bar{R}_2 l + \bar{R}_i; & \bar{R}_m &= \bar{R}_m l; \\ \bar{X}_1 &= \bar{X}_1 l + \bar{X}_i; & \bar{X}_2 &= \bar{X}_2 l + \bar{X}_i; & \bar{X}_m &= \bar{X}_m l. \end{aligned} \right\} \quad (8-12)$$

Реальные сопротивления  $r_1, r_2, x_1, x_2, r_m, x_m$  (идентификаторы R1, R2, X1, X2, RM, XM в подпрограмме VFA) с условными связаны соотношениями

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \omega_1^2 \bar{R}_1; & r_2 &= \omega_1^2 \bar{R}_2; & x_1 &= \omega_1^2 \bar{X}_1; & x_2 &= \omega_1^2 \bar{X}_2; \\ r_m &= \omega_1^2 \bar{R}_m; & x_m &= \omega_1^2 \bar{X}_m. \end{aligned} \right\} \quad (8-13)$$

4. На этапе поперечного расчета номинальная полезная мощность  $P_2$  непосредственно в расчете не участвует, хотя исходный наружный диаметр  $D_{a1}$  назначается, конечно, с учетом  $P_2$ . Расчет мощности  $P_2$  при конкретном произведении  $AJ$ .

5. Комплект программных модулей настоящей главы позволяет пользователю: а) назначать форму пазов (овальные, трапециевидные, прямоугольные); б) выбирать одну из четырех возможных расчетных процедур; в) сохранять в памяти машины ранее введенные параметры при свободном редактировании любых исходных данных; г) формировать по своему усмотрению целевую функцию; д) управлять печатью исходных данных и результатов.

6. Формулы, использованные в программном обеспечении, приводимом в настоящей главе, составлены в предположении непрерывности варьирования размеров и числа витков машины.

## 8-2. Типы расчетных процедур

Приведем краткую характеристику каждой из четырех расчетных процедур, реализуемых посредством программного обеспечения, данного ниже.

1-я процедура — оптимизация с применением комплексного метода. Производится поиск минимума функции цели  $F$  при семи варьируемых электромагнитных нагрузках:  $X (B_{x1}), Y (B_{y1}), Z (B_{z1}), S (B_{s1}), T (B_t), U (A/I), V (A/J)$  с учетом четырех эксплуатационных ограничений (по максимальному и пусковому моменту, по допустимому скольжению, по тепловому режиму), а также од-

ного габаритного ограничения) — по предельной расчетной длине  $l$ . Напомним читателю, что подробное изложение сущности комплексного метода дано в главе 7.

2-я процедура — расчет единственного варианта, однозначно определяемого семью электромагнитными нагрузками:  $X, Y, Z, S, T, U, V$ .

3-я процедура — формирование свободной таблицы расчета 32 вариантов, полученных в результате испытания различных сочетаний пяти электромагнитных нагрузок ( $X, Z, T, U, V$ ), каждая из которых может принимать по два значения ( $2^5 = 32$ ). При этом считается, что магнитные индукции  $B_{a1} (Y)$  и  $B_{a2} (S)$  пропорциональны индукциям  $B_{x1} (X)$  и  $B_{x2} (Z)$  соответственно.

4-я процедура — определение для конкретного набора шести электромагнитных нагрузок  $X, Y, Z, S, T, U$  поперечного разреза магнитопровода с последующим испытанием задаваемых проектировщиком с пульта значений расчетной длины  $l$ . Это обеспечивает просмотр различных вариантов, использующих одну и ту же конфигурацию листового железа.

Отметим общие элементы перечисленных процедур:

а) структура задач (расчетных схем) позволяет хорошо управлять габаритами машины: наружный диаметр  $D_{a1}$  статорного пакета — величина задаваемая, расчетная длина  $l$  — величина ограничиваемая (в процедуре 1) или испытываемая (в процедуре 4);

б) в решении всех задач присутствует общий этап — поперечный расчет, определяющий конфигурацию листов статора и ротора;

в) во всех расчетных процедурах в качестве входных данных используются значения электромагнитных нагрузок, что предотвращает формирование явно нерациональных вариантов;

г) программное обеспечение составлено с учетом использования одних и тех же подпрограмм для различных расчетных процедур.

## 8-3. Полезные советы разработчику

ЭВМ не решает задачу в буквальном смысле слова, а выполняет определенный вычислительный процесс. Поэтому разработчик алгоритмов и программ должен тщательно спланировать производимые ЭВМ операции и заранее предусмотреть все возможные ситуации.

Универсальных рекомендаций по составлению программ нет. Программирование все еще остается в большей мере искусством, чем наукой. В последнее время разработаны методы [83, 84], облегчающие рутинную часть процесса программирования, резко снизилась также стоимость вычислительной техники, которая становится общедоступной.

Действенный способ практического овладения программированием состоит в сочетании готового программного обеспечения

(учеба на чужой работе) с самостоятельной разработкой программ (учеба на собственных ошибках). Настоящая глава содержит достаточно полно прокомментированный комплект из следующих 17 программных модулей (см. прогр. 8-1—8-17), в которых использованы расчетные формулы из работ 178—80, 3, 62, 63, 67, 33, 131:

GOL — головная программа (прогр. 8-1), обеспечивающая смену режимов ввода (вызов подпрограммы VV1, VV2) и решения (вызов подпрограммы RES);

Программа 8-1

```

C
PROGRAM GOL
*****
* ГОЛОВНАЯ ПРОГРАММА *
*****
REAL MPODP, MPODP, LPODP, MEF1, MEF2, KL1, KL2, KZS, KZR, KOB, KSK, KU,
COMMON /VAT/ AO, DIF, MS1, STA, MSTRPT, I1SN, I1RZ, PSUM, A1, PS, F, P1, ADOB,
FOI, ORE, OCM, VSC, VRO, VSS, VRS, VAS, IEM, ALTEPL, VFAA, I1PS, C, EM,
GUI, GUZ, DUV, VLV, AV1V, AV2V, AV3V, AV4V, AV5V, AV6V, AV7V,
SSODP, MPODP, MPODP, LPODP, YLPODP, MGSV, MGVV, DAVV, INEPI,
DA, K, Y, Z, A, L, V, MEF1, MEF2, KL1, KL2, KZS, KZR,
M2SM, M2SM, M2SM, M2SM, M2SM, M2SM, M2SM, M2SM, M2SM, M2SM,
M2SM, M2SM, M2SM, M2SM, M2SM, M2SM, M2SM, M2SM, M2SM, M2SM,
FUD, GD, DUV, DUV, DUV, DUV, DUV, DUV, DUV, DUV, DUV,
KOS, ROR, Z1, Z2, JS, PH, BET, KOB, KSK, KAI, DAI, DAVV, MAZ, PAZ, DAZV,
NU, K1, K2, K3, K4, K5, K6, K7, K8, K9, K10, K11, K12, K13, K14, K15, K16, K17, K18, K19, K20, K21, K22, K23, K24, K25, K26, K27, K28, K29, K30, K31, K32, K33, K34, K35, K36, K37, K38, K39, K40, K41, K42, K43, K44, K45, K46, K47, K48, K49, K50, K51, K52, K53, K54, K55, K56, K57, K58, K59, K60, K61, K62, K63, K64, K65, K66, K67, K68, K69, K70, K71, K72, K73, K74, K75, K76, K77, K78, K79, K80, K81, K82, K83, K84, K85, K86, K87, K88, K89, K90, K91, K92, K93, K94, K95, K96, K97, K98, K99, K100, K101, K102, K103, K104, K105, K106, K107, K108, K109, K110, K111, K112, K113, K114, K115, K116, K117, K118, K119, K120, K121, K122, K123, K124, K125, K126, K127, K128, K129, K130, K131, K132, K133, K134, K135, K136, K137, K138, K139, K140, K141, K142, K143, K144, K145, K146, K147, K148, K149, K150, K151, K152, K153, K154, K155, K156, K157, K158, K159, K160, K161, K162, K163, K164, K165, K166, K167, K168, K169, K170, K171, K172, K173, K174, K175, K176, K177, K178, K179, K180, K181, K182, K183, K184, K185, K186, K187, K188, K189, K190, K191, K192, K193, K194, K195, K196, K197, K198, K199, K200, K201, K202, K203, K204, K205, K206, K207, K208, K209, K210, K211, K212, K213, K214, K215, K216, K217, K218, K219, K220, K221, K222, K223, K224, K225, K226, K227, K228, K229, K230, K231, K232, K233, K234, K235, K236, K237, K238, K239, K240, K241, K242, K243, K244, K245, K246, K247, K248, K249, K250, K251, K252, K253, K254, K255, K256, K257, K258, K259, K260, K261, K262, K263, K264, K265, K266, K267, K268, K269, K270, K271, K272, K273, K274, K275, K276, K277, K278, K279, K280, K281, K282, K283, K284, K285, K286, K287, K288, K289, K290, K291, K292, K293, K294, K295, K296, K297, K298, K299, K300, K301, K302, K303, K304, K305, K306, K307, K308, K309, K310, K311, K312, K313, K314, K315, K316, K317, K318, K319, K320, K321, K322, K323, K324, K325, K326, K327, K328, K329, K330, K331, K332, K333, K334, K335, K336, K337, K338, K339, K340, K341, K342, K343, K344, K345, K346, K347, K348, K349, K350, K351, K352, K353, K354, K355, K356, K357, K358, K359, K360, K361, K362, K363, K364, K365, K366, K367, K368, K369, K370, K371, K372, K373, K374, K375, K376, K377, K378, K379, K380, K381, K382, K383, K384, K385, K386, K387, K388, K389, K390, K391, K392, K393, K394, K395, K396, K397, K398, K399, K400, K401, K402, K403, K404, K405, K406, K407, K408, K409, K410, K411, K412, K413, K414, K415, K416, K417, K418, K419, K420, K421, K422, K423, K424, K425, K426, K427, K428, K429, K430, K431, K432, K433, K434, K435, K436, K437, K438, K439, K440, K441, K442, K443, K444, K445, K446, K447, K448, K449, K450, K451, K452, K453, K454, K455, K456, K457, K458, K459, K460, K461, K462, K463, K464, K465, K466, K467, K468, K469, K470, K471, K472, K473, K474, K475, K476, K477, K478, K479, K480, K481, K482, K483, K484, K485, K486, K487, K488, K489, K490, K491, K492, K493, K494, K495, K496, K497, K498, K499, K500, K501, K502, K503, K504, K505, K506, K507, K508, K509, K510, K511, K512, K513, K514, K515, K516, K517, K518, K519, K520, K521, K522, K523, K524, K525, K526, K527, K528, K529, K530, K531, K532, K533, K534, K535, K536, K537, K538, K539, K540, K541, K542, K543, K544, K545, K546, K547, K548, K549, K550, K551, K552, K553, K554, K555, K556, K557, K558, K559, K560, K561, K562, K563, K564, K565, K566, K567, K568, K569, K570, K571, K572, K573, K574, K575, K576, K577, K578, K579, K580, K581, K582, K583, K584, K585, K586, K587, K588, K589, K590, K591, K592, K593, K594, K595, K596, K597, K598, K599, K600, K601, K602, K603, K604, K605, K606, K607, K608, K609, K610, K611, K612, K613, K614, K615, K616, K617, K618, K619, K620, K621, K622, K623, K624, K625, K626, K627, K628, K629, K630, K631, K632, K633, K634, K635, K636, K637, K638, K639, K640, K641, K642, K643, K644, K645, K646, K647, K648, K649, K650, K651, K652, K653, K654, K655, K656, K657, K658, K659, K660, K661, K662, K663, K664, K665, K666, K667, K668, K669, K670, K671, K672, K673, K674, K675, K676, K677, K678, K679, K680, K681, K682, K683, K684, K685, K686, K687, K688, K689, K690, K691, K692, K693, K694, K695, K696, K697, K698, K699, K700, K701, K702, K703, K704, K705, K706, K707, K708, K709, K710, K711, K712, K713, K714, K715, K716, K717, K718, K719, K720, K721, K722, K723, K724, K725, K726, K727, K728, K729, K730, K731, K732, K733, K734, K735, K736, K737, K738, K739, K740, K741, K742, K743, K744, K745, K746, K747, K748, K749, K750, K751, K752, K753, K754, K755, K756, K757, K758, K759, K760, K761, K762, K763, K764, K765, K766, K767, K768, K769, K770, K771, K772, K773, K774, K775, K776, K777, K778, K779, K780, K781, K782, K783, K784, K785, K786, K787, K788, K789, K790, K791, K792, K793, K794, K795, K796, K797, K798, K799, K800, K801, K802, K803, K804, K805, K806, K807, K808, K809, K810, K811, K812, K813, K814, K815, K816, K817, K818, K819, K820, K821, K822, K823, K824, K825, K826, K827, K828, K829, K830, K831, K832, K833, K834, K835, K836, K837, K838, K839, K840, K841, K842, K843, K844, K845, K846, K847, K848, K849, K850, K851, K852, K853, K854, K855, K856, K857, K858, K859, K860, K861, K862, K863, K864, K865, K866, K867, K868, K869, K870, K871, K872, K873, K874, K875, K876, K877, K878, K879, K880, K881, K882, K883, K884, K885, K886, K887, K888, K889, K890, K891, K892, K893, K894, K895, K896, K897, K898, K899, K900, K901, K902, K903, K904, K905, K906, K907, K908, K909, K910, K911, K912, K913, K914, K915, K916, K917, K918, K919, K920, K921, K922, K923, K924, K925, K926, K927, K928, K929, K930, K931, K932, K933, K934, K935, K936, K937, K938, K939, K940, K941, K942, K943, K944, K945, K946, K947, K948, K949, K950, K951, K952, K953, K954, K955, K956, K957, K958, K959, K960, K961, K962, K963, K964, K965, K966, K967, K968, K969, K970, K971, K972, K973, K974, K975, K976, K977, K978, K979, K980, K981, K982, K983, K984, K985, K986, K987, K988, K989, K990, K991, K992, K993, K994, K995, K996, K997, K998, K999, K1000, K1001, K1002, K1003, K1004, K1005, K1006, K1007, K1008, K1009, K1010, K1011, K1012, K1013, K1014, K1015, K1016, K1017, K1018, K1019, K1020, K1021, K1022, K1023, K1024, K1025, K1026, K1027, K1028, K1029, K1030, K1031, K1032, K1033, K1034, K1035, K1036, K1037, K1038, K1039, K1040, K1041, K1042, K1043, K1044, K1045, K1046, K1047, K1048, K1049, K1050, K1051, K1052, K1053, K1054, K1055, K1056, K1057, K1058, K1059, K1060, K1061, K1062, K1063, K1064, K1065, K1066, K1067, K1068, K1069, K1070, K1071, K1072, K1073, K1074, K1075, K1076, K1077, K1078, K1079, K1080, K1081, K1082, K1083, K1084, K1085, K1086, K1087, K1088, K1089, K1090, K1091, K1092, K1093, K1094, K1095, K1096, K1097, K1098, K1099, K1100, K1101, K1102, K1103, K1104, K1105, K1106, K1107, K1108, K1109, K1110, K1111, K1112, K1113, K1114, K1115, K1116, K1117, K1118, K1119, K1120, K1121, K1122, K1123, K1124, K1125, K1126, K1127, K1128, K1129, K1130, K1131, K1132, K1133, K1134, K1135, K1136, K1137, K1138, K1139, K1140, K1141, K1142, K1143, K1144, K1145, K1146, K1147, K1148, K1149, K1150, K1151, K1152, K1153, K1154, K1155, K1156, K1157, K1158, K1159, K1160, K1161, K1162, K1163, K1164, K1165, K1166, K1167, K1168, K1169, K1170, K1171, K1172, K1173, K1174, K1175, K1176, K1177, K1178, K1179, K1180, K1181, K1182, K1183, K1184, K1185, K1186, K1187, K1188, K1189, K1190, K1191, K1192, K1193, K1194, K1195, K1196, K1197, K1198, K1199, K1200, K1201, K1202, K1203, K1204, K1205, K1206, K1207, K1208, K1209, K1210, K1211, K1212, K1213, K1214, K1215, K1216, K1217, K1218, K1219, K1220, K1221, K1222, K1223, K1224, K1225, K1226, K1227, K1228, K1229, K1230, K1231, K1232, K1233, K1234, K1235, K1236, K1237, K1238, K1239, K1240, K1241, K1242, K1243, K1244, K1245, K1246, K1247, K1248, K1249, K1250, K1251, K1252, K1253, K1254, K1255, K1256, K1257, K1258, K1259, K1260, K1261, K1262, K1263, K1264, K1265, K1266, K1267, K1268, K1269, K1270, K1271, K1272, K1273, K1274, K1275, K1276, K1277, K1278, K1279, K1280, K1281, K1282, K1283, K1284, K1285, K1286, K1287, K1288, K1289, K1290, K1291, K1292, K1293, K1294, K1295, K1296, K1297, K1298, K1299, K1300, K1301, K1302, K1303, K1304, K1305, K1306, K1307, K1308, K1309, K1310, K1311, K1312, K1313, K1314, K1315, K1316, K1317, K1318, K1319, K1320, K1321, K1322, K1323, K1324, K1325, K1326, K1327, K1328, K1329, K1330, K1331, K1332, K1333, K1334, K1335, K1336, K1337, K1338, K1339, K1340, K1341, K1342, K1343, K1344, K1345, K1346, K1347, K1348, K1349, K1350, K1351, K1352, K1353, K1354, K1355, K1356, K1357, K1358, K1359, K1360, K1361, K1362, K1363, K1364, K1365, K1366, K1367, K1368, K1369, K1370, K1371, K1372, K1373, K1374, K1375, K1376, K1377, K1378, K1379, K1380, K1381, K1382, K1383, K1384, K1385, K1386, K1387, K1388, K1389, K1390, K1391, K1392, K1393, K1394, K1395, K1396, K1397, K1398, K1399, K1400, K1401, K1402, K1403, K1404, K1405, K1406, K1407, K1408, K1409, K1410, K1411, K1412, K1413, K1414, K1415, K1416, K1417, K1418, K1419, K1420, K1421, K1422, K1423, K1424, K1425, K1426, K1427, K1428, K1429, K1430, K1431, K1432, K1433, K1434, K1435, K1436, K1437, K1438, K1439, K1440, K1441, K1442, K1443, K1444, K1445, K1446, K1447, K1448, K1449, K1450, K1451, K1452, K1453, K1454, K1455, K1456, K1457, K1458, K1459, K1460, K1461, K1462, K1463, K1464, K1465, K1466, K1467, K1468, K1469, K1470, K1471, K1472, K1473, K1474, K1475, K1476, K1477, K1478, K1479, K1480, K1481, K1482, K1483, K1484, K1485, K1486, K1487, K1488, K1489, K1490, K1491, K1492, K1493, K1494, K1495, K1496, K1497, K1498, K1499, K1500, K1501, K1502, K1503, K1504, K1505, K1506, K1507, K1508, K1509, K1510, K1511, K1512, K1513, K1514, K1515, K1516, K1517, K1518, K1519, K1520, K1521, K1522, K1523, K1524, K1525, K1526, K1527, K1528, K1529, K1530, K1531, K1532, K1533, K1534, K1535, K1536, K1537, K1538, K1539, K1540, K1541, K1542, K1543, K1544, K1545, K1546, K1547, K1548, K1549, K1550, K1551, K1552, K1553, K1554, K1555, K1556, K1557, K1558, K1559, K1560, K1561, K1562, K1563, K1564, K1565, K1566, K1567, K1568, K1569, K1570, K1571, K1572, K1573, K1574, K1575, K1576, K1577, K1578, K1579, K1580, K1581, K1582, K1583, K1584, K1585, K1586, K1587, K1588, K1589, K1590, K1591, K1592, K1593, K1594, K1595, K1596, K1597, K1598, K1599, K1600, K1601, K1602, K1603, K1604, K1605, K1606, K1607, K1608, K1609, K1610, K1611, K1612, K1613, K1614, K1615, K1616, K1617, K1618, K1619, K1620, K1621, K1622, K1623, K1624, K1625, K1626, K1627, K1628, K1629, K1630, K1631, K1632, K1633, K1634, K1635, K1636, K1637, K1638, K1639, K1640, K1641, K1642, K1643, K1644, K1645, K1646, K1647, K1648, K1649, K1650, K1651, K1652, K1653, K1654, K1655, K1656, K1657, K1658, K1659, K1660, K1661, K1662, K1663, K1664, K1665, K1666, K1667, K1668, K1669, K1670, K1671, K1672, K1673, K1674, K1675, K1676, K1677, K1678, K1679, K1680, K1681, K1682, K1683, K1684, K1685, K1686, K1687, K1688, K1689, K1690, K1691, K1692, K1693, K1694, K1695, K1696, K1697, K1698, K1699, K1700, K1701, K1702, K1703, K1704, K1705, K1706, K1707, K1708, K1709, K1710, K1711, K1712, K1713, K1714, K1715, K1716, K1717, K1718, K1719, K1720, K1721, K1722, K1723, K1724, K1725, K1726, K1727, K1728, K1729, K1730, K1731, K1732, K1733, K1734, K1735, K1736, K1737, K1738, K1739, K1740, K1741, K1742, K1743, K1744, K1745, K1746, K1747, K1748, K1749, K1750, K1751, K1752, K1753, K1754, K1755, K1756, K1757, K1758, K1759, K1760, K1761, K1762, K1763, K1764, K1765, K1766, K1767, K1768, K1769, K1770, K1771, K1772, K1773, K1774, K1775, K1776, K1777, K1778, K1779, K1780, K1781, K1782, K1783, K1784, K1785, K1786, K1787, K1788, K1789, K1790, K1791, K1792, K1793, K1794, K1795, K1796, K1797, K1798, K1799, K1800, K1801, K1802, K1803, K1804, K1805, K1806, K1807, K1808, K1809, K1810, K1811, K1812, K1813, K1814, K1815, K1816, K1817, K1818, K1819, K1820, K1821, K1822, K1823, K1824, K1825, K1826, K1827, K1828, K1829, K1830, K1831, K1832, K1833, K1834, K1835, K1836, K1837, K1838, K1839, K1840, K1841, K1842, K1843, K1844, K1845, K1846, K1847, K1848, K1849, K1850, K1851, K1852, K1853, K1854, K1855, K1856, K1857, K1858, K1859, K1860, K1861, K1862, K1863, K1864, K1865, K1866, K1867, K1868, K1869, K1870, K1871, K1872, K1873, K1874, K1875, K1876, K1877, K1878, K1879, K1880, K1881, K1882, K1883, K1884, K1885, K1886, K1887, K1888, K1889, K1890, K1891, K1892, K1893, K1894, K1895, K1896, K1897, K1898, K1899, K1900, K1901, K1902, K1903, K1904, K1905, K1906, K1907, K1908, K1909, K1910, K1911, K1912, K1913, K1914, K1915, K1916, K1917, K1918, K1919, K1920, K1921, K1922, K1923, K1924, K1925, K1926, K1927, K1928, K1929, K1930, K1931, K1932, K1933, K1934, K1935, K1936, K1937, K1938, K1939, K1940, K1941, K1942, K1943, K1944, K1945, K1946, K1947, K1948, K1949, K1950, K1951, K1952, K1953, K1954, K1955, K1956, K1957, K1958, K1959, K1960, K1961, K1962, K1963, K1964, K1965, K1966, K1967, K1968, K1969, K1970, K1971, K1972, K1973, K1974, K1975, K1976, K1977, K1978, K1979, K1980, K1981, K1982, K1983, K1984, K1985, K1986, K1987, K1988, K1989, K1990, K1991, K1992, K1993, K1994, K1995, K1996, K1997, K1998, K1999, K2000, K2001, K2002, K2003, K2004, K2005, K2006, K2007, K2008, K2009, K2010, K2011, K2012, K2013, K2014, K2015, K2016, K2017, K2018, K2019, K2020, K2021, K2022, K2023, K2024, K2025, K2026, K2027, K2028, K2029, K2030, K2031, K2032, K2033, K2034, K2035, K2036, K2037, K2038, K2039, K2040, K2041, K2042, K2043, K2044, K2045, K2046, K2047, K2048, K2049, K2050, K2051, K2052, K2053, K2054, K2055, K2056, K2057, K2058, K2059, K2060, K2061, K2062, K2063, K2064, K2065, K2066, K2067, K2068, K2069, K2070, K2071, K2072, K2073, K2074, K2075, K2076, K2077, K2078, K2079, K2080, K2081, K2082, K2083, K2084, K2085, K2086, K2087, K2088, K2089, K2090, K2091, K2092, K2093, K2094, K2095, K2096, K2097, K2098, K2099, K2100, K2101, K2102, K2103, K2104, K2105, K2106, K2107, K2108, K2109, K2110, K2111, K2112, K2113, K2114, K2115, K2116, K2117, K2118, K2119, K2120, K2121, K2122
```







```

88 IF (IL1,NE,99) GO TO 100
   TYPE = 103 КОЭФФИЦИЕНТ ЗАПОЛНЕНИЯ ПАКЕТА СТАТОРА СТАЛЬЮ ИЛИ ДЛИНЕ-КЕ11 ?
   ACSPRT 620,KE11
89 IF (IL1,NE,99) GO TO 100
   TYPE = 104 КОЭФФИЦИЕНТ ЗАПОЛНЕНИЯ ПАКЕТА РОТОРА СТАЛЬЮ ИЛИ ДЛИНЕ-КЕ12 ?
   ACSPRT 620,KE12
90 IF (IL1,NE,99) GO TO 100
   TYPE = 200 ОТНОШЕНИЕ ДЛИНЫ ПАКЕТА СТАТ. К РАСЧЕТНОМУ ДЛИНЕ-КЛ1 ?
   ACSPRT 620,KL1
91 IF (IL1,NE,99) GO TO 100
   TYPE = 210 ОТНОШЕНИЕ ДЛИНЫ ПАКЕТА РОТОРА К РАСЧЕТНОМУ ДЛИНЕ-КЛ2 ?
   ACSPRT 620,KL2
92 IF (IL1,NE,99) GO TO 100
   TYPE = 220 УДЕЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ОБМОТКИ СТАТОРА, УВЕЛИЧЕННОЕ
   TYPE = 10000 РАЗ - РОЗУВУ ? (ДЛЯ МЕДИ ПРИ 75 ГРАД. РОЗУВУ=2.13)
   ACSPRT 620,ROZUV
   ROZ=ROZUV*1E-5
93 IF (IL1,NE,99) GO TO 100
   TYPE = 230 УДЕЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ОБМОТКИ РОТОРА, УВЕЛИЧЕННОЕ
   TYPE = 10000 РАЗ - РОКУВУ ? (ДЛЯ МЕДИ ПРИ 75 ГРАД. РОКУВУ=2.13)
   ACSPRT 620,ROKUV
   ROK=ROKUV*1E-5
94 IF (IL1,NE,99) GO TO 100
   TYPE = 240 КОЭФФИЦИЕНТ ЗАПОЛНЕНИЯ ПАЗА СТАТОРА ПРОВОДНИКОМ - КЗ3 ?
   ACSPRT 620,KZ3
95 IF (IL1,NE,99) GO TO 100
   TYPE = 250 КОЭФФИЦИЕНТ ЗАПОЛНЕНИЯ ПАЗА РОТОРА ПРОВОДНИКОМ - КЗМ ?
   ACSPRT 620,KZM
96 IF (IL1,NE,99) GO TO 100
   TYPE = 260 КОЭФФИЦИЕНТ ПЛОТНОСТИ НАРУЖН. ПОВЕРХНОСТИ - АЛТЕРЛ ?
   ACSPRT 620,ALTERL
100 TYPE = 00000 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ (ПЕРВАЯ ГРУППА)
   TYPE = 1) M1=M1, M2=M2, M3=M3, M4=M4, M5=M5, M6=M6, M7=M7, M8=M8, M9=M9, M10=M10
   TYPE = 2) M11=M11, M12=M12, M13=M13, M14=M14, M15=M15, M16=M16, M17=M17, M18=M18, M19=M19, M20=M20
   TYPE = 3) M21=M21, M22=M22, M23=M23, M24=M24, M25=M25, M26=M26, M27=M27, M28=M28, M29=M29, M30=M30
   TYPE = 4) M31=M31, M32=M32, M33=M33, M34=M34, M35=M35, M36=M36, M37=M37, M38=M38, M39=M39, M40=M40
   TYPE = 5) M41=M41, M42=M42, M43=M43, M44=M44, M45=M45, M46=M46, M47=M47, M48=M48, M49=M49, M50=M50
   TYPE = 6) M51=M51, M52=M52, M53=M53, M54=M54, M55=M55, M56=M56, M57=M57, M58=M58, M59=M59, M60=M60
   TYPE = 7) M61=M61, M62=M62, M63=M63, M64=M64, M65=M65, M66=M66, M67=M67, M68=M68, M69=M69, M70=M70
   TYPE = 8) M71=M71, M72=M72, M73=M73, M74=M74, M75=M75, M76=M76, M77=M77, M78=M78, M79=M79, M80=M80
   TYPE = 9) M81=M81, M82=M82, M83=M83, M84=M84, M85=M85, M86=M86, M87=M87, M88=M88, M89=M89, M90=M90
   TYPE = 10) M91=M91, M92=M92, M93=M93, M94=M94, M95=M95, M96=M96, M97=M97, M98=M98, M99=M99, M100=M100
   TYPE = 11) M101=M101, M102=M102, M103=M103, M104=M104, M105=M105, M106=M106, M107=M107, M108=M108, M109=M109, M110=M110
   TYPE = 12) M111=M111, M112=M112, M113=M113, M114=M114, M115=M115, M116=M116, M117=M117, M118=M118, M119=M119, M120=M120
   TYPE = 13) M121=M121, M122=M122, M123=M123, M124=M124, M125=M125, M126=M126, M127=M127, M128=M128, M129=M129, M130=M130
   TYPE = 14) M131=M131, M132=M132, M133=M133, M134=M134, M135=M135, M136=M136, M137=M137, M138=M138, M139=M139, M140=M140
   TYPE = 15) M141=M141, M142=M142, M143=M143, M144=M144, M145=M145, M146=M146, M147=M147, M148=M148, M149=M149, M150=M150
   TYPE = 16) M151=M151, M152=M152, M153=M153, M154=M154, M155=M155, M156=M156, M157=M157, M158=M158, M159=M159, M160=M160
   TYPE = 17) M161=M161, M162=M162, M163=M163, M164=M164, M165=M165, M166=M166, M167=M167, M168=M168, M169=M169, M170=M170
   TYPE = 18) M171=M171, M172=M172, M173=M173, M174=M174, M175=M175, M176=M176, M177=M177, M178=M178, M179=M179, M180=M180
   TYPE = 19) M181=M181, M182=M182, M183=M183, M184=M184, M185=M185, M186=M186, M187=M187, M188=M188, M189=M189, M190=M190
   TYPE = 20) M191=M191, M192=M192, M193=M193, M194=M194, M195=M195, M196=M196, M197=M197, M198=M198, M199=M199, M200=M200
   TYPE = 21) M201=M201, M202=M202, M203=M203, M204=M204, M205=M205, M206=M206, M207=M207, M208=M208, M209=M209, M210=M210
   TYPE = 22) M211=M211, M212=M212, M213=M213, M214=M214, M215=M215, M216=M216, M217=M217, M218=M218, M219=M219, M220=M220
   TYPE = 23) M221=M221, M222=M222, M223=M223, M224=M224, M225=M225, M226=M226, M227=M227, M228=M228, M229=M229, M230=M230
   TYPE = 24) M231=M231, M232=M232, M233=M233, M234=M234, M235=M235, M236=M236, M237=M237, M238=M238, M239=M239, M240=M240
   TYPE = 25) M241=M241, M242=M242, M243=M243, M244=M244, M245=M245, M246=M246, M247=M247, M248=M248, M249=M249, M250=M250
   TYPE = 26) M251=M251, M252=M252, M253=M253, M254=M254, M255=M255, M256=M256, M257=M257, M258=M258, M259=M259, M260=M260
   TYPE = 27) M261=M261, M262=M262, M263=M263, M264=M264, M265=M265, M266=M266, M267=M267, M268=M268, M269=M269, M270=M270
   TYPE = 28) M271=M271, M272=M272, M273=M273, M274=M274, M275=M275, M276=M276, M277=M277, M278=M278, M279=M279, M280=M280
   TYPE = 29) M281=M281, M282=M282, M283=M283, M284=M284, M285=M285, M286=M286, M287=M287, M288=M288, M289=M289, M290=M290
   TYPE = 30) M291=M291, M292=M292, M293=M293, M294=M294, M295=M295, M296=M296, M297=M297, M298=M298, M299=M299, M300=M300
   TYPE = 31) M301=M301, M302=M302, M303=M303, M304=M304, M305=M305, M306=M306, M307=M307, M308=M308, M309=M309, M310=M310
   TYPE = 32) M311=M311, M312=M312, M313=M313, M314=M314, M315=M315, M316=M316, M317=M317, M318=M318, M319=M319, M320=M320
   TYPE = 33) M321=M321, M322=M322, M323=M323, M324=M324, M325=M325, M326=M326, M327=M327, M328=M328, M329=M329, M330=M330
   TYPE = 34) M331=M331, M332=M332, M333=M333, M334=M334, M335=M335, M336=M336, M337=M337, M338=M338, M339=M339, M340=M340
   TYPE = 35) M341=M341, M342=M342, M343=M343, M344=M344, M345=M345, M346=M346, M347=M347, M348=M348, M349=M349, M350=M350
   TYPE = 36) M351=M351, M352=M352, M353=M353, M354=M354, M355=M355, M356=M356, M357=M357, M358=M358, M359=M359, M360=M360
   TYPE = 37) M361=M361, M362=M362, M363=M363, M364=M364, M365=M365, M366=M366, M367=M367, M368=M368, M369=M369, M370=M370
   TYPE = 38) M371=M371, M372=M372, M373=M373, M374=M374, M375=M375, M376=M376, M377=M377, M378=M378, M379=M379, M380=M380
   TYPE = 39) M381=M381, M382=M382, M383=M383, M384=M384, M385=M385, M386=M386, M387=M387, M388=M388, M389=M389, M390=M390
   TYPE = 40) M391=M391, M392=M392, M393=M393, M394=M394, M395=M395, M396=M396, M397=M397, M398=M398, M399=M399, M400=M400
   TYPE = 41) M401=M401, M402=M402, M403=M403, M404=M404, M405=M405, M406=M406, M407=M407, M408=M408, M409=M409, M410=M410
   TYPE = 42) M411=M411, M412=M412, M413=M413, M414=M414, M415=M415, M416=M416, M417=M417, M418=M418, M419=M419, M420=M420
   TYPE = 43) M421=M421, M422=M422, M423=M423, M424=M424, M425=M425, M426=M426, M427=M427, M428=M428, M429=M429, M430=M430
   TYPE = 44) M431=M431, M432=M432, M433=M433, M434=M434, M435=M435, M436=M436, M437=M437, M438=M438, M439=M439, M440=M440
   TYPE = 45) M441=M441, M442=M442, M443=M443, M444=M444, M445=M445, M446=M446, M447=M447, M448=M448, M449=M449, M450=M450
   TYPE = 46) M451=M451, M452=M452, M453=M453, M454=M454, M455=M455, M456=M456, M457=M457, M458=M458, M459=M459, M460=M460
   TYPE = 47) M461=M461, M462=M462, M463=M463, M464=M464, M465=M465, M466=M466, M467=M467, M468=M468, M469=M469, M470=M470
   TYPE = 48) M471=M471, M472=M472, M473=M473, M474=M474, M475=M475, M476=M476, M477=M477, M478=M478, M479=M479, M480=M480
   TYPE = 49) M481=M481, M482=M482, M483=M483, M484=M484, M485=M485, M486=M486, M487=M487, M488=M488, M489=M489, M490=M490
   TYPE = 50) M491=M491, M492=M492, M493=M493, M494=M494, M495=M495, M496=M496, M497=M497, M498=M498, M499=M499, M500=M500
   TYPE = 51) M501=M501, M502=M502, M503=M503, M504=M504, M505=M505, M506=M506, M507=M507, M508=M508, M509=M509, M510=M510
   TYPE = 52) M511=M511, M512=M512, M513=M513, M514=M514, M515=M515, M516=M516, M517=M517, M518=M518, M519=M519, M520=M520
   TYPE = 53) M521=M521, M522=M522, M523=M523, M524=M524, M525=M525, M526=M526, M527=M527, M528=M528, M529=M529, M530=M530
   TYPE = 54) M531=M531, M532=M532, M533=M533, M534=M534, M535=M535, M536=M536, M537=M537, M538=M538, M539=M539, M540=M540
   TYPE = 55) M541=M541, M542=M542, M543=M543, M544=M544, M545=M545, M546=M546, M547=M547, M548=M548, M549=M549, M550=M550
   TYPE = 56) M551=M551, M552=M552, M553=M553, M554=M554, M555=M555, M556=M556, M557=M557, M558=M558, M559=M559, M560=M560
   TYPE = 57) M561=M561, M562=M562, M563=M563, M564=M564, M565=M565, M566=M566, M567=M567, M568=M568, M569=M569, M570=M570
   TYPE = 58) M571=M571, M572=M572, M573=M573, M574=M574, M575=M575, M576=M576, M577=M577, M578=M578, M579=M579, M580=M580
   TYPE = 59) M581=M581, M582=M582, M583=M583, M584=M584, M585=M585, M586=M586, M587=M587, M588=M588, M589=M589, M590=M590
   TYPE = 60) M591=M591, M592=M592, M593=M593, M594=M594, M595=M595, M596=M596, M597=M597, M598=M598, M599=M599, M600=M600
   TYPE = 61) M601=M601, M602=M602, M603=M603, M604=M604, M605=M605, M606=M606, M607=M607, M608=M608, M609=M609, M610=M610
   TYPE = 62) M611=M611, M612=M612, M613=M613, M614=M614, M615=M615, M616=M616, M617=M617, M618=M618, M619=M619, M620=M620
   TYPE = 63) M621=M621, M622=M622, M623=M623, M624=M624, M625=M625, M626=M626, M627=M627, M628=M628, M629=M629, M630=M630
   TYPE = 64) M631=M631, M632=M632, M633=M633, M634=M634, M635=M635, M636=M636, M637=M637, M638=M638, M639=M639, M640=M640
   TYPE = 65) M641=M641, M642=M642, M643=M643, M644=M644, M645=M645, M646=M646, M647=M647, M648=M648, M649=M649, M650=M650
   TYPE = 66) M651=M651, M652=M652, M653=M653, M654=M654, M655=M655, M656=M656, M657=M657, M658=M658, M659=M659, M660=M660
   TYPE = 67) M661=M661, M662=M662, M663=M663, M664=M664, M665=M665, M666=M666, M667=M667, M668=M668, M669=M669, M670=M670
   TYPE = 68) M671=M671, M672=M672, M673=M673, M674=M674, M675=M675, M676=M676, M677=M677, M678=M678, M679=M679, M680=M680
   TYPE = 69) M681=M681, M682=M682, M683=M683, M684=M684, M685=M685, M686=M686, M687=M687, M688=M688, M689=M689, M690=M690
   TYPE = 70) M691=M691, M692=M692, M693=M693, M694=M694, M695=M695, M696=M696, M697=M697, M698=M698, M699=M699, M700=M700
   TYPE = 71) M701=M701, M702=M702, M703=M703, M704=M704, M705=M705, M706=M706, M707=M707, M708=M708, M709=M709, M710=M710
   TYPE = 72) M711=M711, M712=M712, M713=M713, M714=M714, M715=M715, M716=M716, M717=M717, M718=M718, M719=M719, M720=M720
   TYPE = 73) M721=M721, M722=M722, M723=M723, M724=M724, M725=M725, M726=M726, M727=M727, M728=M728, M729=M729, M730=M730
   TYPE = 74) M731=M731, M732=M732, M733=M733, M734=M734, M735=M735, M736=M736, M737=M737, M738=M738, M739=M739, M740=M740
   TYPE = 75) M741=M741, M742=M742, M743=M743, M744=M744, M745=M745, M746=M746, M747=M747, M748=M748, M749=M749, M750=M750
   TYPE = 76) M751=M751, M752=M752, M753=M753, M754=M754, M755=M755, M756=M756, M757=M757, M758=M758, M759=M759, M760=M760
   TYPE = 77) M761=M761, M762=M762, M763=M763, M764=M764, M765=M765, M766=M766, M767=M767, M768=M768, M769=M769, M770=M770
   TYPE = 78) M771=M771, M772=M772, M773=M773, M774=M774, M775=M775, M776=M776, M777=M777, M778=M778, M779=M779, M780=M780
   TYPE = 79) M781=M781, M782=M782, M783=M783, M784=M784, M785=M785, M786=M786, M787=M787, M788=M788, M789=M789, M790=M790
   TYPE = 80) M791=M791, M792=M792, M793=M793, M794=M794, M795=M795, M796=M796, M797=M797, M798=M798, M799=M799, M800=M800
   TYPE = 81) M801=M801, M802=M802, M803=M803, M804=M804, M805=M805, M806=M806, M807=M807, M808=M808, M809=M809, M810=M810
   TYPE = 82) M811=M811, M812=M812, M813=M813, M814=M814, M815=M815, M816=M816, M817=M817, M818=M818, M819=M819, M820=M820
   TYPE = 83) M821=M821, M822=M822, M823=M823, M824=M824, M825=M825, M826=M826, M827=M827, M828=M828, M829=M829, M830=M830
   TYPE = 84) M831=M831, M832=M832, M833=M833, M834=M834, M835=M835, M836=M836, M837=M837, M838=M838, M839=M839, M840=M840
   TYPE = 85) M841=M841, M842=M842, M843=M843, M844=M844, M845=M845, M846=M846, M847=M847, M848=M848, M849=M849, M850=M850
   TYPE = 86) M851=M851, M852=M852, M853=M853, M854=M854, M855=M855, M856=M856, M857=M857, M858=M858, M859=M859, M860=M860
   TYPE = 87) M861=M861, M862=M862, M863=M863, M864=M864, M865=M865, M866=M866, M867=M867, M868=M868, M869=M869, M870=M870
   TYPE = 88) M871=M871, M872=M872, M873=M873, M874=M874, M875=M875, M876=M876, M877=M877, M878=M878, M879=M879, M880=M880
   TYPE = 89) M881=M881, M882=M882, M883=M883, M884=M884, M885=M885, M886=M886, M887=M887, M888=M888, M889=M889, M890=M890
   TYPE = 90) M891=M891, M892=M892, M893=M893, M894=M894, M895=M895, M896=M896, M897=M897, M898=M898, M899=M899, M900=M900
   TYPE = 91) M901=M901, M902=M902, M903=M903, M904=M904, M905=M905, M906=M906, M907=M907, M908=M908, M909=M909, M910=M910
   TYPE = 92) M911=M911, M912=M912, M913=M913, M914=M914, M915=M915, M916=M916, M917=M917, M918=M918, M919=M919, M920=M920
   TYPE = 93) M921=M921, M922=M922, M923=M923, M924=M924, M925=M925, M926=M926, M927=M927, M928=M928, M929=M929, M930=M930
   TYPE = 94) M931=M931, M932=M932, M933=M933, M934=M934, M935=M935, M936=M936, M937=M937, M938=M938, M939=M939, M940=M940
   TYPE = 95) M941=M941, M942=M942, M943=M943, M944=M944, M945=M945, M946=M946, M947=M947, M948=M948, M949=M949, M950=M950
   TYPE = 96) M951=M951, M952=M952, M953=M953, M954=M954, M955=M955, M956=M956, M957=M957, M958=M958, M959=M959, M960=M960
   TYPE = 97) M961=M961, M962=M962, M963=M963, M964=M964, M965=M965, M966=M966, M967=M967, M968=M968, M969=M969, M970=M970
   TYPE = 98) M971=M971, M972=M972, M973=M973, M974=M974, M975=M975, M976=M976, M977=M977, M978=M978, M979=M979, M980=M980
   TYPE = 99) M981=M981, M982=M982, M983=M983, M984=M984, M985=M985, M986=M986, M987=M987, M988=M988, M989=M989, M990=M990
   TYPE = 100) M991=M991, M992=M992, M993=M993, M994=M994, M995=M995, M996=M996, M997=M997, M998=M998, M999=M999, M1000=M1000
   TYPE = 101) M1001=M1001, M1002=M1002, M1003=M1003, M1004=M1004, M1005=M1005, M1006=M1006, M1007=M1007, M1008=M1008, M1009=M1009, M1010=M1010
   TYPE = 102) M1011=M1011, M1012=M1012, M1013=M1013, M1014=M1014, M1015=M1015, M1016=M1016, M1017=M1017, M1018=M1018, M1019=M1019, M1020=M1020
   TYPE = 103) M1021=M1021, M1022=M1022, M1023=M1023, M1024=M1024, M1025=M1025, M1026=M1026, M1027=M1027, M1028=M1028, M1029=M1029, M1030=M1030
   TYPE = 104) M1031=M1031, M1032=M1032, M1033=M1033, M1034=M1034, M1035=M1035, M1036=M1036, M1037=M1037, M1038=M1038, M1039=M1039, M1040=M1040
   TYPE = 105) M1041=M1041, M1042=M1042, M1043=M1043, M1044=M1044, M1045=M1045, M1046=M1046, M1047=M1047, M1048=M1048, M1049=M1049, M1050=M1050
   TYPE = 106) M1051=M1051, M1052=M1052, M1053=M1053, M1054=M1054, M1055=M1055, M1056=M1056, M1057=M1057, M1058=M1058, M1059=M1059, M1060=M1060
   TYPE = 107) M1061=M1061, M1062=M1062, M1063=M1063, M1064=M1064, M1065=M1065, M1066=M1066, M1067=M1067, M1068=M1068, M1069=M1069, M1070=M1070
   TYPE = 108) M1071=M1071, M1072=M1072, M1073=M1073, M1074=M1074, M1075=M1075, M1076=M1076, M1077=M1077, M1078=M1078, M1079=M1079, M1080=M1080
   TYPE = 109) M1081=M1081, M1082=M1082, M1083=M1083, M1084=M1084, M1085=M1085, M1086=M1086, M1087=M1087, M1088=M1088, M1089=M1089, M1090=M1090
   TYPE = 110) M1091=M1091, M1092=M1092, M1093=M1093, M1094=M1094, M1095=M1095, M1096=M1096, M1097=M1097, M1098=M1098, M1099=M1099, M1100=M1100
   TYPE = 111) M1101=M1101, M1102=M1102, M1103=M1103, M1104=M1104, M1105=M1105, M1106=M1106, M1107=M1107, M1108=M1108, M1109=M1109, M1110=M1110
   TYPE = 112) M1111=M1111, M1112=M1112, M1113=M1113, M1114=M1114, M1115=M1115, M1116=M1116, M1117=M1117, M1118=M1118, M1119=M1119, M1120=M1120
   TYPE = 113) M1121=M1121, M1122=M1122, M1123=M1123, M1124=M1124, M1125=M1125, M1126=M1126, M1127=M1127, M1128=M1128, M1129=M1129, M1130=M1130
   TYPE = 114) M1131=M1131, M1132=M1132, M1133=M1133, M1134=M1134, M1135=M1135, M1136=M1136, M1137=M1137, M1138=M1138, M1139=M1139, M1140=M1140
   TYPE = 115) M1141=M1141, M1142=M1142, M1143=M1143, M1144=M1144, M1145=M1145, M1146=M1146, M1147=M1147, M1148=M1148, M1149=M1149, M1150=M1150
   TYPE = 116) M1151=M1151, M1152=M1152, M1153=M1153, M1154=M1154, M1155=M1155, M1156=M1156, M1157=M1157, M1158=M1158, M1159=M1159, M1160=M1160
   TYPE = 117) M1161=M1161, M1162=M1162, M1163=M1163, M1164=M1164, M1165=M1165, M1166=M1166, M1167=M1167, M1168=M1168, M1169=M1169, M1170=M1170
   TYPE = 118) M1171=M1171, M1172=M1172, M1173=M1173, M1174=M1174, M1175=M1175, M1176=M1176, M1177=M1177, M1178=M1178, M1179=M1179, M1180=M118
```





```

240 IF (1.EQ.3) GO TO 300
    IF (1.EQ.1) GO TO 300
    .....
    * ВВОД ЭЛЕКТРОМАГН. НАГРУЗОК ДЛЯ РАСЧЕТН. ПРОЦЕДУР ТИПА 2 И 4 *
    * (СРЕДНЯЯ ГРУППА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ) *
    .....
250 IF (116.NE.99) GO TO 270
251 TYPE *, 'МАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ В ЗУБЦАХ СТАТОРА -В ЗС (X) ?'
    ACCEPT 620,X
    IF (116.NE.99) GO TO 270
252 TYPE *, 'МАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ В ЯРМЕ СТАТОРА -Н ЯС (Y) ?'
    ACCEPT 620,Y
    IF (116.NE.99) GO TO 270
253 TYPE *, 'МАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ В ЗУБЦАХ РОТОРА -Н ЗР (Z) ?'
    ACCEPT 620,Z
    IF (116.NE.99) GO TO 270
254 TYPE *, 'МАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ В ЯРМЕ РОТОРА -Н ЯР (S) ?'
    ACCEPT 620,S
    IF (116.NE.99) GO TO 270
255 TYPE *, 'МАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ В ВОЗДУШНОМ ЗАЗОРЕ -Н DEL (T) ?'
    ACCEPT 620,T
    IF (116.NE.99) GO TO 270
256 TYPE *, 'ОТНОШЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО НАГРУЗКИ К ПЛОТНОСТИ ТОКА СТАТОРА'
    TYPE *, '-A/J (UVV) (РАЗМЕРНОСТЬ - ММ)'
    ACCEPT 620,UVV
    U=UVV*1E-3
    IF (116.NE.99) GO TO 270
257 IF (1.NE.2) GO TO 270
    TYPE *, 'ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ЛИНЕЙН. НАГРУЗКИ НА ПЛОТНОСТЬ ТОКА СТАТОРА'
    TYPE *, '-A/J (UVV) (РАЗМЕРНОСТЬ - А*2/ММ*3) ?'
    ACCEPT 620,UVV
    U=UVV*1E-3
270 TYPE *, '..... ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ НАГРУЗКИ:'
    TYPE *, '1) В ЗС(X)=',X,' 2) В ЯС(Y)=',Y
    TYPE *, '3) В ЗР(Z)=',Z,' 4) В ЯР(S)=',S
    TYPE *, '5) В DEL(T)=',T
    TYPE *, '6) A/J(U)=',UVV,' (РАЗМЕРНОСТЬ-ММ)'
    IF (1.NE.2) GO TO 275
    TYPE *, '7) A/J(U)=',UVV,' (РАЗМЕРНОСТЬ-А*2/ММ*3)'
275 CALL ESL
    ACCEPT 600,116
    IF (116.EQ.1) GO TO 251
    IF (116.EQ.3) GO TO 251
    GO TO (251,252,253,254,255,256,257),116
276 IF (116.EQ.0) GO TO 280
    PRINT *, '..... ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ НАГРУЗКИ:'
    PRINT *, '1) В ЗС(X)=',X,' 2) В ЯС(Y)=',Y
    PRINT *, '3) В ЗР(Z)=',Z,' 4) В ЯР(S)=',S
    PRINT *, '5) В DEL(T)=',T
    PRINT *, '6) A/J(U)=',UVV,' (РАЗМЕРНОСТЬ-ММ)'
    IF (1.NE.2) GO TO 275
    PRINT *, '7) A/J(U)=',UVV,' (РАЗМЕРНОСТЬ-А*2/ММ*3)'
    GO TO 535
280 .....
    * ВВОД ОГРАНИЧЕНИЙ ДЛЯ РАСЧЕТНОЙ ПРОЦЕДУРЫ ТИПА 1 *
    * (СРЕДНЯЯ ГРУППА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ) *
    .....
281 IF (117.NE.99) GO TO 310
    TYPE *, 'ДОПУСТИМОЕ ЗНАЧЕНИЕ МАКСИМАЛЬН. МОМЕНТА (НММ) -ММОДР ?'
    ACCEPT 620,ММОДР
282 IF (117.NE.99) GO TO 310
    TYPE *, 'ДОПУСТИМОЕ ЗНАЧЕНИЕ ПУСКОВОГО МОМЕНТА (НМЧ) -МПОДР ?'
    ACCEPT 620,МПОДР
283 IF (117.NE.99) GO TO 310
    TYPE *, 'МИНИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ СКОЛЬЗЖЕНИЕ -SSDOP ?'
    ACCEPT 620,SSDOP
284 IF (117.NE.99) GO TO 310
    TYPE *, 'МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМАЯ РАСЧЕТНАЯ ДЛИНА (ММ) -YLDOP ?'
    ACCEPT 620,YLDOP
    LDDOP=YLDOP*1E-3
285 IF (117.NE.99) GO TO 310
    TYPE *, 'МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ ПРЕВЫШЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ КОРИУСА?'
    TYPE *, 'НАД ТЕМПЕРАТУР. ОКРУЖ. СРЕДН (K) -TEMDOР ?'
    ACCEPT 620,TEMDOР
286 .....
    * ОГРАНИЧЕНИЯ: *
    TYPE *, '1) М МАКС.М. ММОДР, (РАЗМЕРНОСТЬ - НММ)'
    TYPE *, '2) М ПУСК.М. МПОДР, (РАЗМЕРНОСТЬ - НММ)'
    TYPE *, '3) СКОЛЬЗ.М. SSDOP'
    TYPE *, '4) Q1 МАКС.М. YLDOP, (РАЗМЕРНОСТЬ - ММ)'
    TYPE *, '5) Q1 МАКС.М. TEMDOР, (ПРЕВЫШ.ТЕМП.,РАЗМЕРН.-K)'
    CALL ESL
    ACCEPT 600,117
    IF (117.EQ.6) GO TO 300
    IF (117.EQ.9) GO TO 300
    GO TO (301,302,303,304,305),117
320 IF (117.EQ.0) GO TO 400
    PRINT *, '..... ОГРАНИЧЕНИЯ:'
    PRINT *, '1) М МАКС.М. ММОДР, (РАЗМЕРНОСТЬ - НММ)'

```

```

PRINT *, '2) М ПУСК.М. МПОДР, (РАЗМЕРНОСТЬ - НММ)'
PRINT *, '3) СКОЛЬЗ.М. SSDOP'
PRINT *, '4) Q1 МАКС.М. YLDOP, (РАЗМЕРНОСТЬ - ММ)'
PRINT *, '5) Q1 МАКС.М. TEMDOР, (ПРЕВЫШ.ТЕМП.,РАЗМЕРН.-K)'
    .....
    * ВВОД ЭЛЕКТРОМАГН. НАГРУЗОК ДЛЯ РАСЧЕТН. ПРОЦЕДУР ТИПА 1 *
    * / НАЧАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДЛЯ ПРОЦЕДУРЫ КОМПЛЕКС-МЕТОДА /
    * (ВОСПОМОГАТЕЛЬНАЯ ГРУППА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ) *
    .....
401 IF (118.NE.99) GO TO 430
    TYPE *, 'ИНДУКЦИЯ В ЗУБЦАХ СТАТОРА -В ЗС (X) (СРЕДНИЙ УРОВЕНЬ) ?'
    ACCEPT 620,X(1)
    IF (118.NE.99) GO TO 430
402 TYPE *, 'ИНДУКЦИЯ В ЗУБЦАХ СТАТОРА -В ЗС (X) (ВЕРХНИЙ УРОВЕНЬ) ?'
    ACCEPT 620,X(2)
    IF (118.NE.99) GO TO 430
403 TYPE *, 'ИНДУКЦИЯ В ЗУБЦАХ СТАТОРА -В ЗС (X) (НИЖНИЙ УРОВЕНЬ) ?'
    ACCEPT 620,X(3)
    IF (118.NE.99) GO TO 430
404 TYPE *, 'ИНДУКЦИЯ В ЯРМЕ СТАТОРА -В ЯС (Y) (СРЕДНИЙ УРОВЕНЬ) ?'
    ACCEPT 620,Y(1)
    IF (118.NE.99) GO TO 430
405 TYPE *, 'ИНДУКЦИЯ В ЯРМЕ СТАТОРА -В ЯС (Y) (ВЕРХНИЙ УРОВЕНЬ) ?'
    ACCEPT 620,Y(2)
    IF (118.NE.99) GO TO 430
406 TYPE *, 'ИНДУКЦИЯ В ЯРМЕ СТАТОРА -В ЯС (Y) (НИЖНИЙ УРОВЕНЬ) ?'
    ACCEPT 620,Y(3)
    IF (118.NE.99) GO TO 430
407 TYPE *, 'ИНДУКЦИЯ В ЗУБЦАХ РОТОРА -В ЗР (Z) (СРЕДНИЙ УРОВЕНЬ) ?'
    ACCEPT 620,Z(1)
    IF (118.NE.99) GO TO 430
408 TYPE *, 'ИНДУКЦИЯ В ЗУБЦАХ РОТОРА -В ЗР (Z) (ВЕРХНИЙ УРОВЕНЬ) ?'
    ACCEPT 620,Z(2)
    IF (118.NE.99) GO TO 430
409 TYPE *, 'ИНДУКЦИЯ В ЗУБЦАХ РОТОРА -В ЗР (Z) (НИЖНИЙ УРОВЕНЬ) ?'
    ACCEPT 620,Z(3)
    IF (118.NE.99) GO TO 430
410 TYPE *, 'ИНДУКЦИЯ В ЯРМЕ РОТОРА -В ЯР (S) (СРЕДНИЙ УРОВЕНЬ) ?'
    ACCEPT 620,S(1)
    IF (118.NE.99) GO TO 430
411 TYPE *, 'ИНДУКЦИЯ В ЯРМЕ РОТОРА -В ЯР (S) (ВЕРХНИЙ УРОВЕНЬ) ?'
    ACCEPT 620,S(2)
    IF (118.NE.99) GO TO 430
412 TYPE *, 'ИНДУКЦИЯ В ЯРМЕ РОТОРА -В ЯР (S) (НИЖНИЙ УРОВЕНЬ) ?'
    ACCEPT 620,S(3)
    IF (118.NE.99) GO TO 430
413 TYPE *, 'ИНДУКЦИЯ В ВОЗД.ЗАЗОРЕ -Н DEL (T) (СРЕДНИЙ УРОВЕНЬ) ?'
    ACCEPT 620,T(1)
    IF (118.NE.99) GO TO 430
414 TYPE *, 'ИНДУКЦИЯ В ВОЗД.ЗАЗОРЕ -Н DEL (T) (ВЕРХНИЙ УРОВЕНЬ) ?'
    ACCEPT 620,T(2)
    IF (118.NE.99) GO TO 430
415 TYPE *, 'ИНДУКЦИЯ В ВОЗД.ЗАЗОРЕ -Н DEL (T) (НИЖНИЙ УРОВЕНЬ) ?'
    ACCEPT 620,T(3)
    IF (118.NE.99) GO TO 430
416 TYPE *, 'ОТНОШЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО НАГРУЗКИ К ПЛОТНОСТИ ТОКА СТАТОРА'
    TYPE *, '-A/J (UVV) (РАЗМЕРНОСТЬ - ММ) -СРЕДН. УРОВЕНЬ ?'
    ACCEPT 620,AVUVV
    AV(1)=AVUVV*1E-3
    IF (118.NE.99) GO TO 430
417 TYPE *, 'ОТНОШЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО НАГРУЗКИ К ПЛОТНОСТИ ТОКА СТАТОРА'
    TYPE *, '-A/J (UVV) (РАЗМЕРНОСТЬ - ММ) -ВЕРХН. УРОВЕНЬ ?'
    ACCEPT 620,AVUVV
    AV(2)=AVUVV*1E-3
    PRINT *, '2) ЭММ.ЕМ.-КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ ПРИ ПОЛИТИЗАЦИИ'
    GO TO 530
    .....
    * ВВОД ЭЛЕКТРОМАГН. НАГРУЗОК ДЛЯ РАСЧЕТН. ПРОЦЕДУРЫ ТИПА 3 *
    * (ДЕВЯТАЯ ГРУППА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ) *
    .....
400 IF (118.NE.99) GO TO 520
    TYPE *, 'ИНДУКЦИЯ В ЗУБЦАХ СТАТОРА -В ЗС (X) (НИЖНЯЯ ГРАНИЦА) ?'
    ACCEPT 620,X(1)
    IF (118.NE.99) GO TO 520
502 TYPE *, 'ИНДУКЦИЯ В ЗУБЦАХ СТАТОРА -В ЗС (X) (ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА) ?'
    ACCEPT 620,X(2)
    IF (118.NE.99) GO TO 520
    IF (118.NE.99) GO TO 430
410 TYPE *, 'ОТНОШЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО НАГРУЗКИ К ПЛОТНОСТИ ТОКА СТАТОРА'
    TYPE *, '-A/J (UVV) (РАЗМЕРНОСТЬ - ММ) -НИЖН. УРОВЕНЬ ?'
    ACCEPT 620,AVUVV
    AV(3)=AVUVV*1E-3
    IF (118.NE.99) GO TO 430
419 TYPE *, 'ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ЛИНЕЙН. НАГРУЗКИ НА ПЛОТНОСТЬ ТОКА СТАТОРА'
    TYPE *, '-A/J (UVV) (РАЗМЕРН. - А*2/ММ*3) -СРЕДН. УРОВЕНЬ ?'
    ACCEPT 620,AVUVV
    AV(1)=AVUVV*1E-3
    IF (118.NE.99) GO TO 430

```

```

420 TYPE *, 'ПРОИЗВЕДЕНИЕ ЛИНЕЙН. НАГРУЗКИ НА ПЛОТНОСТЬ ТОКА СТАТОРА'
TYPE *, ' -A*J (VVV) (РАЗМЕРН. - A*2/ММ*3) -ВЕРН. УРОВЕНЬ ?'
ACCEPT A20,AV2VV
AV(2)=AV2VV*1E+9
IF (IL6,NE,99) GO TO 438
421 TYPE *, 'ПРОИЗВЕДЕНИЕ ЛИНЕЙН. НАГРУЗКИ НА ПЛОТНОСТЬ ТОКА СТАТОРА'
TYPE *, ' -A*J (VVV) (РАЗМЕРН. - A*2/ММ*3) -НИЖН. УРОВЕНЬ ?'
ACCEPT A20,AV2VV
AV(3)=AV2VV*1E+9
IF (IL6,NE,99) GO TO 430
422 TYPE *, 'ПАРАМЕТР,ОПРЕДЕЛЯЮЩИЙ ОКОНЧАНИЕ ОПТИМИЗАЦИИ -DIF ?'
ACCEPT A20,DIF
IF (IL6,NE,99) GO TO 438
423 TYPE *, 'КОЭФФИЦИЕНТ ОБОБРАЩЕНИЯ В ОПТИМИЗАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЕ ?'
TYPE *, ' (РЕКОМЕНДУЕМОЕ ЗНАЧЕНИЕ - "1.1")'
ACCEPT A20,EM
430 TYPE *, 'ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ПРОЦЕДУРЫ КОМПЛЕКС-МЕТОДА'
TYPE *, ' СРЕДНИЙ УРОВЕНЬ ПЕРВЫЙ УРОВЕНЬ
НИЖНИЙ УРОВЕНЬ'
TYPE *, ' (В ЗС) 1),AX(1), 2),AX(2), 3),AX(3)
TYPE *, ' (В ЗР) 4),AY(1), 5),AY(2), 6),AY(3)
TYPE *, ' (В ЗР) 7),AZ(1), 8),AZ(2), 9),AZ(3)
TYPE *, ' (В ЗР) 10),AS(1), 11),AS(2), 12),AS(3)
TYPE *, ' (В DEL) 13),AT(1), 14),AT(2), 15),AT(3)
TYPE *, ' (РАЗМЕРНОСТЬ ЗНАЧЕНИЙ X,Y,Z,S,T - ТЕСЛА)
TYPE *, ' U(A/J)- 16),AU1VV, 17),AU2VV, 18),AU3VV
TYPE *, ' (РАЗМЕРНОСТЬ ЗНАЧЕНИЙ U - ММ)
TYPE *, ' V(A/J)- 19),AV1VV, 20),AV2VV, 21),AV3VV
TYPE *, ' (РАЗМЕРНОСТЬ ЗНАЧЕНИЙ V - A*2/ММ*3)
TYPE *, ' 22)DIF=,DIF, -КРИТЕРИЙ ПРЕКРАЩЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИИ
TYPE *, ' 23)EM=,EM, -КОЭФФИЦИЕНТ ОБОБРАЩЕНИЯ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ
CALL ESL
ACCEPT A20,IL6
IF (IL6,GE,24) GO TO 440
IF (IL6,EQ,6) GO TO 440
GO TO (401,402,403,404,405,406,407,408,409,410,411,
412,413,414,415,416,417,418,419,420,421,422,423),IL6
440 IF (IISH,EO,C) GO TO 900
PRINT *, 'ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ПРОЦЕДУРЫ КОМПЛЕКС-МЕТОДА'
PRINT *, ' СРЕДНИЙ УРОВЕНЬ ПЕРВЫЙ УРОВЕНЬ
НИЖНИЙ УРОВЕНЬ'
PRINT *, ' (В ЗС) 1),AX(1), 2),AX(2), 3),AX(3)
PRINT *, ' (В ЗР) 4),AY(1), 5),AY(2), 6),AY(3)
PRINT *, ' (В ЗР) 7),AZ(1), 8),AZ(2), 9),AZ(3)
PRINT *, ' (В ЗР) 10),AS(1), 11),AS(2), 12),AS(3)
PRINT *, ' (В DEL) 13),AT(1), 14),AT(2), 15),AT(3)
PRINT *, ' (РАЗМЕРНОСТЬ ЗНАЧЕНИЙ X,Y,Z,S,T - ТЕСЛА)
PRINT *, ' U(A/J)- 16),AU1VV, 17),AU2VV, 18),AU3VV
PRINT *, ' (РАЗМЕРНОСТЬ ЗНАЧЕНИЙ U - ММ)
PRINT *, ' V(A/J)- 19),AV1VV, 20),AV2VV, 21),AV3VV
PRINT *, ' (РАЗМЕРНОСТЬ ЗНАЧЕНИЙ V - A*2/ММ*3)
PRINT *, ' 22)DIF=,DIF, -КРИТЕРИЙ ПРЕКРАЩЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИИ
503 TYPE *, 'Индукция в зубцах ротора -В ЗР (2) (ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА) ?'
ACCEPT A20,AZ(1)
IF (IL6,NE,99) GO TO 520
504 TYPE *, 'Индукция в зубцах ротора -В ЗР (2) (ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА) ?'
ACCEPT A20,AZ(2)
IF (IL6,NE,99) GO TO 520
505 TYPE *, 'Индукция в зубцах ротора -В DEL (1) (НИЖНЯЯ ГРАНИЦА) ?'
ACCEPT A20,AT(1)
IF (IL6,NE,99) GO TO 520
506 TYPE *, 'Индукция в зубцах ротора -В DEL (1) (ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА) ?'
ACCEPT A20,AT(2)
IF (IL6,NE,99) GO TO 520
507 TYPE *, 'ОТНОШЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ НАГРУЗКИ К ПЛОТНОСТИ ТОКА СТАТОРА'
TYPE *, ' -A*J (VVV) (РАЗМЕРНОСТЬ - ММ) -НИЖНЯЯ ГРАНИЦА ?'
ACCEPT A20,AV1VV
AV(1)=AV1VV*1E-3
IF (IL6,NE,99) GO TO 520
508 TYPE *, 'ОТНОШЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ НАГРУЗКИ К ПЛОТНОСТИ ТОКА СТАТОРА'
TYPE *, ' -A*J (VVV) (РАЗМЕРНОСТЬ - ММ) -ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА ?'
ACCEPT A20,AV2VV
AV(2)=AV2VV*1E-3
IF (IL6,NE,99) GO TO 520
509 TYPE *, 'ПРОИЗВЕДЕНИЕ ЛИНЕЙН. НАГРУЗКИ НА ПЛОТНОСТЬ ТОКА СТАТОРА'
TYPE *, ' -A*J (VVV) (РАЗМЕРН. - A*2/ММ*3) -НИЖНЯЯ ГРАНИЦА ?'
ACCEPT A20,AV1VV
AV(1)=AV1VV*1E+9
IF (IL6,NE,99) GO TO 520
510 TYPE *, 'ПРОИЗВЕДЕНИЕ ЛИНЕЙН. НАГРУЗКИ НА ПЛОТНОСТЬ ТОКА СТАТОРА'
TYPE *, ' -A*J (VVV) (РАЗМЕРН. - A*2/ММ*3) -ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА ?'
ACCEPT A20,AV2VV
AV(2)=AV2VV*1E+9
IF (IL6,NE,99) GO TO 520
511 TYPE *, 'ПРОИЗВЕДЕНИЕ ИНДУКЦИИ В ЧРМЕ СТАТ.А ИНДУКЦИИ В ЗУБЦ.-HJSHZS ?'
ACCEPT A20,HJSHZS
IF (IL6,NE,99) GO TO 520
512 TYPE *, 'ОТНОШЕНИЕ ИНДУКЦИИ ВРНЕ РОТ.А ИНДУКЦИИ В ЗУБЦ.-HJRBZM ?'
ACCEPT A20,HJRBZM

```

```

520 TYPE *, '..... ЗНАЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ НАГРУЗОК'
TYPE *, ' НИЖНЯЯ ГРАНИЦА
ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА
TYPE *, ' В ЗС (1)- 1),AX(1), 2),AX(2)
TYPE *, ' В ЗР (2)- 3),AZ(1), 4),AZ(2)
TYPE *, ' В DELTA (1)- 5),AT(1), 6),AT(2)
TYPE *, ' A/J (1)- 7),AU1VV, 8),AU2VV
TYPE *, ' A*J (V)- 9),AV1VV, 10),AV2VV
TYPE *, ' (РАЗМЕРНОСТЬ ЗНАЧЕНИЙ U - ММ)
TYPE *, ' (РАЗМЕРНОСТЬ ЗНАЧЕНИЙ V - A*2/ММ*3)
TYPE *, ' ..... ПРИНЯТЫЕ ОТНОШЕНИЯ МАГНИТНЫХ ИНДУКЦИЙ
TYPE *, ' 11)HJS/BZS=,HJSBZS, 12)BJR/BZR=,BJRBZR
CALL ESL
ACCEPT A20,IL6
IF (IL6,GE,13) GO TO 560
IF (IL6,EQ,6) GO TO 522
GO TO (501,502,503,504,505,506,507,508,509,510,511,512),IL6
IF (IISH,EO,C) GO TO 900
PRINT *, '..... ЗНАЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ НАГРУЗОК'
PRINT *, ' НИЖНЯЯ ГРАНИЦА
ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА
PRINT *, ' В ЗС (1)- 1),AX(1), 2),AX(2)
PRINT *, ' В ЗР (2)- 3),AZ(1), 4),AZ(2)
PRINT *, ' В DELTA (1)- 5),AT(1), 6),AT(2)
PRINT *, ' A/J (U)- 7),AU1VV, 8),AU2VV
PRINT *, ' (РАЗМЕРНОСТЬ ЗНАЧЕНИЙ U - ММ)
PRINT *, ' A*J (V)- 9),AV1VV, 10),AV2VV
PRINT *, ' (РАЗМЕРНОСТЬ ЗНАЧЕНИЙ V - A*2/ММ*3)
PRINT *, ' ..... ПРИНЯТЫЕ ОТНОШЕНИЯ МАГНИТНЫХ ИНДУКЦИЙ
PRINT *, ' 11)HJS/BZS=,HJSBZS, 12)BJR/BZR=,BJRBZR
IF (IISH,EO,C) GO TO 900
GO SUB K=1,10
PRINT *, '
CONTINUE
FORMAT (12)
FORMAT (14)
FORMAT (13,4)
PRINT *, '
END

```

Совокупность объектных модулей подлежит компоновке, в результате чего образуется один загрузочный модуль, который мы назовем U.SAV. Однако объем последнего слишком велик, чтобы целиком поместиться в ОЗУ емкостью до 64 К байт. Поэтому при генерации загрузочного модуля применяются оверлейные сегменты.





```

08CMAIIF
GO TO 1106
1107
L=1.01
IF (EL-1.5) GO TO 1200
Z=(MX+CX)/2
Y=(MY+CY)/2
X=(MZ+CZ)/2
S=(MS+CS)/2
T=(MT+CT)/2
U=(MU+CU)/2
V=(MV+CV)/2
CALL PDH
CALL DL1
CALL COR
GO TO 11A5

1200
EMM=EMF/2
GO TO 1103
.....
• РАСЧЕТ ПРОЦЕДУРА ЗАРАСЧЕТ ДЛЯ НАБОРА СЕМЬ
• ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ МАГРУЗОВ
.....
2090
CALL DCF
CALL PHD
CALL DL1
CALL PHV
GO TO 1000
.....
• РАСЧЕТ ПРОЦЕДУРА СОПРОВОЖДЕНИЕ ОБЪЕКТА
• ТАБЛИЦЫ ДЛЯ ВАРИАЦИОН
.....
3090
TYPE *, '..... РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА:'
TYPE *, 'N XZTUW ЦЕЛОВАН И РАКС И ПУСК.'
      * CКОД=1 ДЛИНА L К.П.Д. COS FI ПРЕВНО.ТЕМП.
      * TYPE *, 'YS СУММУИ (IMM) (K)' (IMM)
IF (IREZ.EQ.O) GO TO 3010
PRINT *, '..... РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА:'
PRINT *, 'N XZTUW ЦЕЛОВАН И РАКС И ПУСК.'
      * CКОД=1 ДЛИНА L К.П.Д. COS FI ПРЕВНО.ТЕМП.
      * PRINT *, 'YS СУММУИ (IMM) (K)' (IMM)
3010
P=O
DO 3020 K=1,2
V=B*(K)
DO 3030 P=1,2
U=A*(K)
DO 3040 F=1,2
T=A*(K)
DO 3050 H=1,2
Z=A*(K)
S=F*B*(H)
DO 3060 S=1,2
E=A*(S)
VXX=DJSBZS
CALL IDH
CALL DL1
K0=B*G
N1=N-1
N2=P-1
N3=F-1
N4=H-1
N5=S-1
VI=L*1000
IF (A.EQ.O) GO TO 3010
TYPE 3020,K0,N5,H4,N3,L2,N1,N
FORMAT (1,12,21,5(1),5X,
       * V,M-H(COS SUMMI) ВАРИАНТ, КОД ПРИЧИНЫ-1,2)
IF (IREZ.EQ.O) GO TO 3050
PRINT 3020,K0,N5,H4,N3,L2,N1,N
GO TO 3050
3020
TYPE 3040,K0,N5,H4,N3,L2,N1,N,MM,MP,SS,YI,FF,COSFI,TEM
FORMAT (1,12,21,5(1),1,X,F10.3,X,F8.2,X,I8.2,G,F5.3,X,F8.3,
       * F5.3,2,F5.3,2,X,F7.1)
IF (IREZ.EQ.O) GO TO 3050
PRINT 3040,K0,N5,H4,N3,L2,N1,N,MM,MP,SS,YI,FF,COSFI,TEM
CONTINUE
CONTINUE
CONTINUE
CONTINUE
CONTINUE
IF (IREZ.EQ.O) GO TO 3110
DO 3100 P=1,20
PRINT *
CONTINUE
3110
P=L-L/20
.....
• РАСЧЕТ ПРОЦЕДУРА ПОПРОСНУМИ РАСЧЕТ Е
• ИСПОЛНИЛИ РАЗНЫХ ДЛИН L
.....

```

[illegible]

### Программа 8.6

[illegible]

```

10 *S=(KFS+KFSB)/2
20 GO=ВСПОМОГАТЕЛЬНАЯ ВЕЛИЧИНА
30 GO=GO+GO+2*KFS-U/(DA+KFS)
40 D=ДИАМЕТР РАСТУЩЕЙ СТАТОРА
50 D=(DA+4/3*MA1+DA1)/(GO+SQRT(GO**2+4*GO))
60 HJS=ТОЛЩИНА ЯРМА СТАТОРА
HJS=D*GO+2/3*MA1+DA1
70 DEJS=ПЛОЩАДЬ ЯРМА СТАТОРА В ПОПЕРЕЧНОМ РАЗРЕЗЕ
DJS=PI*HJS*(DA-HJS)
80 MZS=ВМЕСТОТА УГРУБЛЕНИЯ
MZS=.5*(DA-D)-HJS
90 TS=ЗУБЦОВЫЙ ЦИКЛ ЯРМА СТАТОРА
TS=PI*GO/2
100 BZS=ШИРИНА СТАТОРНОГО ЗУБЦА
BZS=TS*PI
110 DEZS=СРЕДНЯЯ РАСЧЕТНАЯ ПЛОЩАДЬ ЗУБЦОВ СТАТОРА В ПОПЕРЕЧНОМ РАЗРЕЗЕ
DEZS=1/4*BZS*MZS
120 MUS=ВМЕСТОТА УГРУБЛЕНИЯ ЦИЛИЦА
MUS=MUS+MUSDB+TS
130 BPS=ШИРИНА ПАЗОВОГО ОТКРЫТИЯ
BPS=BZS+BPSDB+TS
IF (TS+TS.EQ.1) GO TO 40
40 ДЛЯ ОБЛАДНОГО ПАЗА:
50 PGS=СОДЕРЖИМ РАМКИ ПАЗА СТАТОРА
PGS=(DA+2*MUS)*S11-BZS/2/(1+PI)
60 FIS=ВСПОМОГАТЕЛЬНАЯ ВЕЛИЧИНА (ДЛЯ PGS)
FIS=(SQRT(D**2-BPS**2)-BZS/S11)/2*MUS
70 RSS=РАМКА РАМУС ПАЗА СТАТОРА
RSS=FIS+SQRT((FIS+S11)**2-(BPS/2-CC1)**2)*TA1/CC1
80 SPS=ПЛОЩАДЬ ПАЗА СТАТОРА
SPS=PI*PGS**2*(.5/2/21)*(PGS**2-RSS**2)/TA1
GO TO 50
90 ДЛЯ ТРАПЕЦИДАЛЬНОГО ПАЗА:
100 BPS1=РАМКА РАМУС ПАЗА СТАТОРА (ПО УПРЯМЬ)
BPS1=(SQRT(D**2+BPS**2)+2*MUS+TA1-BZS/S11)/(1/TA1-TA5)
110 DEZS1=S11*SQRT((D+2*MUS)**2-RSS**2)-BZS/2-BZS*CO1
120 SPS1=ПЛОЩАДЬ ПАЗА СТАТОРА
SPS1=(DEZS1**2-BPS1**2)/(4*TA1)
130 КФС=ВЕЩНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ДЛЯ ВЕЛИЧИНЫ КФС
KFSKON=(.7AS*(D**2-D**2)-DEZS-DEJS)/(SPS*Z1)
IF (KFSB+KFS)/KFSKON.LF.0.1) GO TO 60
KFSB=KFS
GO TO 30
KFS=KFS
GO TO 30
140 VPS=ТЕПЛОТЫ ПОТЕРИ В СЕРДЕЧНИКЕ СТАТОРА, РТ/М
VPS=7800*HJS*PI*(1.8+4**2*DEZS+1.5**2*DEJS)
IF (TS+TS.EQ.1) GO TO 80
150 BPSB=ШИРИНА ПАЗА СТАТОРА В КЕТЕ ПРИЛЕГАЮЩАЯ СЛОЕВ
BPSB=DEZS+2*MUS-РАМКА ЭЛЕМЕНТОВ ПАЗА СТАТОРА ПО ВЫХОТУ
160 HPS=ВЫСОТА ПАЗА СТАТОРА
HPSR=SQRT(D**2-RSS**2+5*PS*TA1)
HJS2=(BPSB/2-RSS)/TA1
HJS1=(DA-BZS/S11)/2-HJS2-HJS-RSS/S11-MJS
MJS=HJS-BPS**2/4/RSS/(1+SQRT(1-PS**2/4/RSS**2))
HPS=DA/2-HJS-SQRT(D**2-BPS**2)/2
IF (RSS-BPS/2).GE.FLSM) GO TO 90
N=0
TYPE *,'!!! N=0, НЕУПОЛНЕННОСТЬ ПАЗА СТАТОРА (PLSM) !!!'
TYPE *,'!!! РАМУС HJS=',RSS,', ШИРИНА ШИЦА HPS=',HPS,',!!!'
GO TO 200
170 ДЛЯ ТРАПЕЦИДАЛЬНОГО ПАЗА СТАТОРА:
HPS=SQRT((.5*DA-HJS)**2-.25*(HPS**2)-.5*SQRT(D**2-HPS**2)
HJS3=(HPS-BPS)*.18/2
HJS2=(HPS+HJS-HJS3)/(BPS2-HPS1)*(SQRT(.5*(BPS1**2+BPS2**2)-BPS1)
HJS1=HJS-HJS2-HJS3
HPSR=BPS1+2*HJS2+1A1
IF (BPS1-BPS)/2.GE.PLSM) GO TO 90
N=7
TYPE *,'!!! N=7, НЕУПОЛНЕННОСТЬ ПАЗА СТАТОРА (PLSM) !!!'
TYPE *,'!!! ШИРИНА ПАЗА HPS1=',HPS1,', УМП. ШИЦА HPS=',HPS,',!!!'
GO TO 200
180 FZS=НАМАГНИЧИВАЮЩАЯ СЛА ЗУБЦОВ СТАТОРА
FZS=2*MA1)*MZS
190 ПРОВЕРКА ДОПУСТИМОСТИ ТОЛЩИНЫ СТАТОРНОГО ЯРМА
IF (HJS.GE.HJSM) GO TO 110
N=8
TYPE *,'!!! N=8, НЕУПОЛНЕННОСТЬ ЯРМА СТАТОРА (HJSM) !!!'
TYPE *,'!!! ТОЛЩИНА ЯРМА СТАТОРА HJS=',HJS,',!!!'
GO TO 200
200 ПРОВЕРКА ДОПУСТИМОСТИ РАСТОЯНИИ СТАТОРНОГО ЗУБЦА
IF (MZS.GE.MZSM) GO TO 120
N=9
TYPE *,'!!! N=9, НЕУПОЛНЕННОСТЬ ЗУБЦА СТАТОРА (MZSM) !!!'
TYPE *,'!!! ВМЕСТОТА ЗУБЦА HZS=',HZS,',!!!'
GO TO 200

```



### Программа 8-5

Прогноз 8.10

### Программа 8.11

[illegible]

[illegible][illegible]

С этой целью при использовании операционной системы РАФОС компоновка заказывается путем набора на терминале следующего текста:

- R LINK
- U<GOL, ESL//
- VV1/0:1
- VV2/0:1
- RES, OGR/0:1
- POP, HX, HY, HZ, HS/0:2
- DLI, VIH, KRI, VFA/0:2
- PRP/0:2
- PRV/0:2//

Здесь головная программа GOL и подпрограмма ESL образуют корневой сегмент, который при работе постоянно должен находиться в ОЗУ. Кроме того, формирование трех оверлейных сегментов 1-го уровня производится соответственно с помощью под-



[illegible]

GOL	ESL										
GOL	ESL	VV1									
GOL	ESL	VV2									
GOL	ESL	RES	QGR	POP	PRO	MX	MY	MZ	NS		
GOL	ESL	RES	QGR	DLI	VTH	KRI	VFA				
GOL	ESL	RES	QGR	PRP							
GOL	ESL	RES	QGR	PRV							

Рис. 8-4. К формированию оверлейных сегментов

программ VV1, VV2 и пары подпрограмм RES, OGR. Указанные оверлеи будут при работе поочередно загружаться в ОЗУ машины. Предусматривается также генерация четырех оверлейных сегментов 2-го уровня (в четырех последних строках набранного текста). Поочередная загрузка в ОЗУ оверлеев 2-го уровня будет происходить тогда, когда в памяти машины присутствует третий (последний) оверлейный сегмент 1-го уровня, который образован посредством подпрограмм RES и OGR. Из сказанного следует, что в процессе работы содержимое ОЗУ машины, занятое рабочей программой, будет последовательно проходить 7 состояний, схематически показанных на рис. 8-4.

В результате компоновки на внешнем запоминающем устройстве формируется загрузочный модуль U.SAV. Если теперь пользователь наберет на терминале текст `.RUN U`, то начнется отработка программы, в ходе которой в ОЗУ будут автоматически (под управлением операционной системы) переписываться с внешнего запоминающего устройства необходимые оверлейные сегменты. Понятно, что при использовании оверлейных структур допускается ссылка лишь на те подпрограммы, которые в момент обращения к ним присутствуют в оперативной памяти машины.

Совет второй. Следует уделять должное внимание удобству ввода и редактирования исходных данных. Наиболее удобная форма общения проектирования с ЭВМ — диалоговый режим. Как отмечено в [77], «... с развитием вычислительной техники все возрастающее значение приобретают интерактивные (диалоговые) методы проектирования». Программное обеспечение, приведенное в настоящей главе, предусматривает появление на экране вопросов, в ответ на которые пользователь набирает соответствующие (целые и десятичные) числа, а затем производит «утверждение» набранного числа нажатием на клавиатуру терминала клавиши BK, ENTER или RETURN. В приведенных здесь подпрограммах VV1 и VV2 вводимые исходные данные разделены на 9 групп: две в VV1 и семь в VV2. После ввода очередной группы на дисплее появляется

сводная таблица текущих значений всех параметров группы. Объем последней определен с учетом размещения информации на дисплее (стандартный экран содержит 24 строки, каждая из которых имеет по 80 позиций). Проектировщик, сидящий за терминалом, может проверить введенные параметры и при желании изменить их значения (произвести редактирование).

Нужно учесть еще одно обстоятельство. Полный ввод требуется только на начальной стадии работы, но после того, как задача решена, у разработчика может появиться желание изменить только один параметр или несколько параметров, не меняя остальных. В предлагаемом вниманию читателя программном обеспечении такая возможность предусмотрена: головная программа GOL не содержит оператора останова STOP; вместо останова производится возобновление работы с использованием оператора GO TO 10. При этом вновь происходит обращение к подпрограммам VV1 и VV2, однако теперь полный ввод исходной информации не производится, а возможность выборочного редактирования (изменения) параметров остается. С этой целью в программном обеспечении предусмотрено 8 идентификаторов: 1L1, 1L2, 1L3, 1L4, 1L5, 1L6, 1L7, 1L8, каждый из которых закреплен за той или иной группой исходных данных. В начале работы все величины 1L принимают значение 99 (см. головную программу GOL), что является признаком полного ввода. В дальнейшем (в подпрограммах VV1 и VV2) указанные параметры изменяют свои значения, причем появление на дисплее очередной сводной таблицы группы исходных данных становится возможным лишь при условии, что конкретный параметр 1L, относящийся к предыдущей сводной таблице, принимает нулевое значение (пользователь нажимает клавишу BK, не набирая числа).

Поэтому после первого решения задачи, когда в головной программе GOL управление передается последнему оператору GO TO 10, полный ввод не происходит, а возможность редактирования ранее введенных данных сохраняется. Это существенно облегчает работу пользователя, который может, просматривая на экране сводные таблицы текущих значений, вносить нужные изменения.

Наблюдательный читатель, вероятно, заметит, что число групп исходных величин (9) отличается от числа параметров 1L редактирования (8). Объясняется это тем, что один и тот же параметр редактирования 1L8 подпрограммы VV2 используется для ввода и редактирования двух групп данных: а) электромагнитных нагрузок для расчетной процедуры 1 и б) электромагнитных нагрузок для расчетной процедуры 3. Благодаря этому пользователь избавляется от необходимости вводить исходные значения электромагнитных нагрузок в ситуации, когда он, поработав с расчетной процедурой типа 1, приступает к реализации расчетной процедуры 3. Причем нагрузки среднего и верхнего уровня в процедуре типа 1

определяют соответственно нижнюю и верхнюю границы в процедуре типа 3.

Однако возможна ситуация, когда при повторном расчете отрабатывается расчетная процедура нового типа, использующая (в отличие от ранее решенной задачи) новую группу исходных данных. Такой случай имеет место, например, если после расчета по процедуре 3, реализация которой не связана с введением ограничений, выполняется процедура 1, где ввод ограничений требуется. При этом параметр 1L7 сохраняет свое начальное значение 99 во время отработки подпрограммы VV2 в рамках расчетной процедуры 3, которая не использовала фрагмент «ввод ограничений для расчетной процедуры типа 1». Следовательно, продолжение работы по процедуре типа 1 будет сопровождаться полным вводом значений пяти лимитеров, соответствующих идентификатору 1L7.

Остановимся подробнее на механизме редактирования исходных данных. Для этого в качестве примера используем фрагмент «Ввод второй группы исходных данных» подпрограммы VV1, начинающийся с метки 110. В данном фрагменте многократно встречается оператор IF (1L2, NE. 99) GO TO 126. Понятно, что при начальном вводе, когда значения должны присваиваться всем параметрам подряд, выполнение указанного оператора не приводит к переходу на метку 126, поскольку в этом случае параметр 1L2 имеет значение 99, присвоенное при начальном прохождении программы GOL. Когда вторая группа исходных данных будет полностью введена, произойдет «естественный» выход на метку 126 и на дисплее появится сводная таблица, содержащая 14 позиций с текущими значениями данных второй группы. Под таблицей возникает подсказка из трех строк (посредством подпрограммы ESL, вызываемой оператором CALL ESL по метке 128):

Если набор вас устраивает, нажмите клавишу BK.

Если хотите изменить параметр, введите его позицию.

Если хотите изменить весь набор, введите 99.

Затем при выполнении оператора «ACCEPT 600, 1L2», следующего за меткой 128, произойдет присвоение параметру 1L2 конкретного значения, набранного пользователем. Здесь возможны 4 случая:

а. Пользователь вводит число 99. В соответствии с оператором IF (1L2, GE. 15) GOTO 110 произойдет выход на метку 110 и процесс ввода второй группы данных будет полностью повторен (правда, при этом проектировщик сможет ввести новые значения).

б. Пользователь вводит число из диапазона 15—98 (ошибочное действие, не предписанное подпрограммой-подсказкой ESL). В соответствии с оператором IF (1L2, GE. 15) GO TO 110 произойдет выход на метку 110, но ввиду того, что значение отлично от 99, последует переход к метке 126 и новая сводная таблица второй группы данных на дисплее будет такой же, как и прежняя.

в. Пользователь нажимает клавишу BK. При этом параметр







[illegible]

```

1. 22:24>
2) УВЕЛИЧЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ОБЕИТА СТАТОРА. УВЕЛИЧЕННЫЕ
  В 10000 РАЗ - РОТОРУ > ДЛА ЧЕВН ПРИ 75 ПРД. R=500=2.13>
  1.13>26>
3) УВЕЛИЧЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ОБЕИТА РОТОРА. УВЕЛИЧЕННЫЕ
  В 10000 РАЗ - РОТОРУ > ДЛА ЧЕВН ПРИ 75 ПРД. R=500=2.13>
  3.64>26>
4) КОЭФФ. ЗАПОЛНЕНИЯ ПАЗА СТАТОРА ПЕРВОЙ ДИНАМО - 425 >
  2.33>26>
5) КОЭФФ. ЗАПОЛНЕНИЯ ПАЗА РОТОРА ПЕРВОЙ ДИНАМО - 425 >
  1.1>26>
6) КОЭФФ. ТЕПЛОДИНАМИЧ. НАР. НАД. ПОВЕРХНОСТИ - АЛТЕР >
  14.14>26>
***** АКСОНАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ (ТЕРАЯ ПРАПРА)
1) I= 3 (ТА) РАЧЕТНОЕ ПОДВЕРЖЕНО
2) R1= 2 3) R= 1
4) R1= 34 5) R2= 1
6) R1= 1211 7) R1= 1211
8) R2= 25.00000 9) R1= 25.00000
10) R1= 53.00000 11) R1= 53.00000
12) R1= 2.7000000 13) R1= 1.430000
14) R1= 2.000000 15) R1= 2.000000
16) R1= 2.350000 17) R1= 2.350000
18) R1= 2.9120000 19) R1= 2.912000
20) R1= 2.9120000 21) R1= 2.912000
22) R1= 2.130000 23) R1= 2.130000
24) R1= 2.350000 25) R1= 2.350000
26) R1= 14.00000
ЕСЛИ НАЗР ВАС ВОСТАНОВИТ. НАПИСАТЕ КЛАВШУ "ЕК".
ЕСЛИ ХОТИТЕ ИЗМЕНИТЬ ПАРАМЕТР. ВВЕДИТЕ ЕЕ ПОДЛИН.
ЕСЛИ ХОТИТЕ ИЗМЕНИТЬ ВЕЗР НАЗР. ВВЕДИТЕ "33".

```

```

12) (2K)
12) КОСЛУТА ПИТАНИЕТО ДОПРОВАНА. ГД- РР ?
12) (2K)
***** ИСПОЛНЕНИЕ ДАННЫЕ (ПЕРВЫЙ ПРОБЕЛ)
1) 14 2 (ТИП ВЫВЕДЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ)
2) M1= 3 3) P= 1
4) Z1= 24 5) Z2= 13
4) ASTST= 1211 7) MSTP(1)= 1211
8) P2= 25.00000 9) H= 25.00000
10) FP= 62.00000 11) D= 25.00000
12) A3= 2.70000000 13) F108= 1.00000000
14) P0P= 2.00000000 15) RFT= 2.00000000
16) F06= 3.32500000 17) F5= 2.00000000
18) FEF1= 2.00000000 19) FEF2= 2.00000000
20) FL1= 3.00000000 21) FL2= 1.00000000
22) P05M= 2.10000000 23) P05M= 3.00000000
24) K25= 2.00000000 25) F25= 1.00000000
26) ALFPL= 14.00000000

```

(RK) ПАРНАЛ. ВЕТЕРН ОБМОТКИ СТАТОРА 2) (ЧЕМОЕ)  
140K5

. . . . .  
. . . . .  
. . . . .  
. . . . .  
. . . . .



определяются по формулам [3], содержащим ширину катушки  $B$  (BKAT) и величины  $A_L$  (AL),  $B_L$  (BL),  $C_L$  (CL):

$$l_{s1} = A_L B + 2B_L; \quad L_{s1} = C_L B + B_L. \quad (8-14)$$

Величины  $A_L$ ,  $B_L$ ,  $C_L$  зависят от числа полюсов  $2p$ :

$2p$	$B_L, м$	$A_L$	$C_L$	$A_L$	$C_L$
		Лобовые части не изолированы		Лобовые части изолированы	
2	0,01	1,2	0,26	1,3—1,45	0,44
4	0,01	1,3	0,4	1,35—1,55	0,5
6	0,01	1,4	0,5	1,45—1,75	0,62
8	0,01	1,6	0,5	1,55—1,9	0,72

Применительно к конструкциям с открытыми пазами для обмоток с жесткими секциями ( $JEST = 1$ ) размеры  $l_{s1}$  и  $L_{s1}$  согласно [3] зависят от ширины паза  $b_{n1}$  (BPS), м, высоты его  $h_{n1}$  (HPS), м, а также от назового деления  $l_1$  (TS):

$$l_{s1} = \frac{B}{\sqrt{1-e^2}} + h_{n1} + 2B_L; \quad L_{s1} = \frac{Be}{2\sqrt{1-e^2}} + 0,5h_{n1} + B_L;$$

$$e = (b_{n1} + A_L) \frac{1}{l_1}. \quad (8-15)$$

Величины  $A_L$  и  $B_L$  в этом случае зависят от напряжения  $U_1$ :

$U_1, В$	До 1000	До 4000	До 6000
$A_L, м$	0,0035	0,005	0,0065
$B_L, м$	0,025	0,035	0,045

В соотношениях для  $l_{s1}$  и  $L_{s1}$  присутствует ширина катушки

$$B = \pi \frac{D_n + h_{n1}}{2p} \beta. \quad (8-16)$$

Для малых машин в соответствии с [13] для определения структуры лобовых частей рекомендуется в (8-14) принимать  $B_L = 0$ , а  $A_L$  равной 1,3 для двухполюсных машин; 1,5 — для четырехполюсных; 1,7 — при  $2p \geq 6$ .

Обращаем внимание читателя на следующее обстоятельство. Если параметр JEST принимает значение 1 (при вводе второй группы исходных данных по программе VVI), то свободная таблица исходных величин будет содержать 13 величин (без параметра CL), а не 14.

**Совет пятый.** Излишняя информация не должна появляться на экране дисплея. Так, например, в подпрограмме VV2 во фрагменте

«Ввод электромагнитных нагрузок для расчетных процедур 2 и 4 предусматривается ввод исходной величины  $V$  (AJ) при реализации процедуры типа 2; применительно к процедуре 4 ввод  $V$  не производится. Поэтому сводная таблица электромагнитных нагрузок на экране содержит 7 величин в первом случае и 6 — во втором. Этот же принцип использован в двух последующих фрагментах подпрограммы VV2 и в подпрограмме вывода PRP. Кроме того, программное обеспечение в настоящей главе исключает появление на дисплее сводных таблиц с группами параметров, не имеющих отношения к данному типу реализуемой расчетной процедуры. Так, при вводе данных для расчета по процедуре 1 на экране последовательно появляются группы 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8; для процедур типов 2 и 4 — группы 1, 2, 3, 4, 5, 6; для процедуры 3 — группы 1, 2, 3, 4, 5, 9. Организация следования групп при вводе производится посредством обращения к идентификатору 1, значение которого соответствует типу реализуемой расчетной процедуры и указано между метками 15 и 25 в программе VVI.

**Совет шестой.** Ввод исходных данных и вывод результатов следует производить в удобной для пользователя форме. Так, размеры в подпрограммах VVI и VV2 вводятся в миллиметрах, хотя в расчетной процедуре они представлены в метрах. Размеры в подпрограммах вывода PRP и PRV выражаются в миллиметрах так же, как и при вводе.

Удельное сопротивление в системе СИ имеет очень малое значение, неудобное для ввода с пульта: для меди при 75 °C оно составляет  $2,13 \cdot 10^{-8}$  Ом·м. Поэтому  $\rho_1$  целесообразно вводить после предварительного умножения на  $10^8$ , т. е. задавать 2,13 вместо 0,0000000213. Пример этому читатель найдет в подпрограмме VVI по метке 92: вводится большое значение ROSVV, которое затем преобразуется в величину ROS ( $\rho_1$ ), уменьшенную в  $10^8$  раз.

Произведение ( $V$ ) линейной нагрузки  $A$  и плотности тока  $J$ , выраженное в  $A^2/m^2$ , представляется слишком большим числом, которое проектировщику неудобно вводить с пульта. Поэтому в подпрограмме VV2 предусмотрено задание величины  $V$  в  $A^2/mm^2$ , после чего она умножается на  $10^6$  ( $1E + 9$ ) для перевода в  $A^2/m^2$ . Аналогично величина  $U$  (AJ), ввод которой предусмотрен подпрограммой VV2, задается в мм, а затем умножается на  $10^{-3}$  ( $1E - 3$ ) для перевода в м.

**Совет седьмой.** Когда в ходе машинного счета обнаруживается неосуществимость рассчитываемого варианта, желательно не только проинформировать пользователя о самом факте невыполнимости, но и сообщить ему причину последней. Например, в программном обеспечении, приведенном в настоящей главе, использован параметр  $N$  для кодирования причины невыполнимости; причем выявление ее сопровождается выдачей соответствующего сообщения на дисплей посредством операторов TYPE в подпрограммах OGR, POP, DLI, VIN. Всего рассматривается 17 причин невыполнимости:

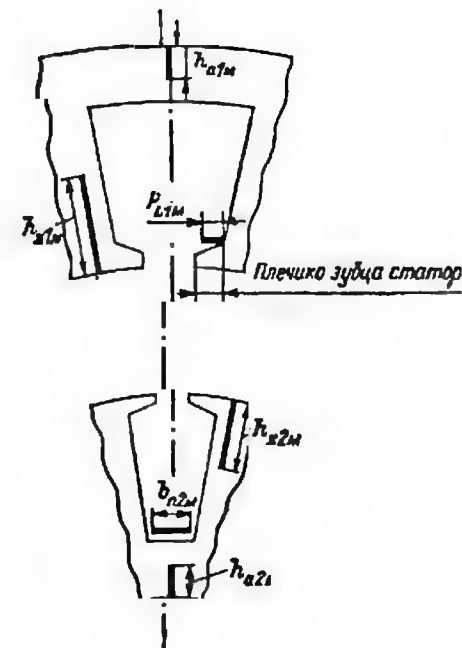
Причина невыполнимости	Подпрограмма
1. Скольжение $s(SS)$ в номинальном режиме превышает допустимое ( $SS_{доп}$ )	OGR
2. Максимальный момент $M_m(MM)$ меньше допустимого $M_{m, доп}(MMDOP)$	OGR
3. Пусковой момент $M_p(MP)$ меньше допустимого $M_{p, доп}(MPDOP)$	OGR
4. Расчетная длина $l(L)$ превышает допустимую $l_{доп}(LDOP)$	OGR
5. Превышение температуры корпуса над температурой окружающей среды $T(TEM)$ больше допустимого $T_{доп}(TEMDOP)$	OGR
6. Для овального пазы статора справедливо соотношение $R_G - h_{s1} \times \sqrt{1/2} < P_{L1M}(PLSM)$	POP
7. Для трапецидального пазы статора справедливо соотношение $\frac{1}{b_{m1}} - \frac{1}{2} b_{s1} < P_{L1M}(PLSM)$	POP
8. Толщина статорного ярма $h_{a1}(HJS)$ меньше допустимой $h_{a1M}(HJSM)$	POP
9. Высота зубца статора $h_{z1}(HZS)$ меньше допустимой $h_{z1M}(HZSM)$	POP
10. Толщина роторного ярма $h_{a2}(HJR)$ меньше допустимой $h_{a2M}(HJRM)$	POP
11. Высота зубца ротора $h_{z2}(HZR)$ меньше допустимой $h_{z2M}(HZRM)$	POP
12. Для овального пазы ротора справедливо соотношение $2r_1 < b_{пзм}$	POP
13. В трапецидальном пазу ротора размер $h_{пз2}(BPR2)$ меньше, чем $b_{пзм}(BPRM)$	POP
14. Не обеспечивается требуемая механическая мощность даже при очень большой длине, равной $8t$	DLI
15. Заданное произведение $AJ$ (величина $V$ ) недопустимо велико: даже минимальной (по условию обеспечения требуемой мощности) длине соответствует фактическое $V$ , меньшее заданного	DLI
16. Заданное произведение $AJ$ (величина $V$ ) слишком мало: даже очень большой длине ( $l = 8t$ ) соответствует фактическое $V$ , большее заданного	DLI
17. Номинальная механическая мощность не может быть обеспечена при конкретной длине	VIN

Вариантам расчета, при выполнении которых обнаруживается неосуществимость, присваивается заведомо большое значение целевой функции ( $F = 1E + 7$ ). Учет технологических ограничений ( $N$  равно 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13) иллюстрируется рисунком 8-5. При необходимости читателю будет несложно расширить набор лимитеров.

**Совет восьмой.** Пользователь должен иметь выбор: выводить или не выводить на печать исходные данные и результаты расчета. С этой целью в подпрограмме VVI предусмотрены целочисленные параметры IISH (для исходных величин) и IREZ (для результатов). Управление печатью исходных данных производится при выполнении подпрограмм VVI и VV2, а результатов — при выполнении подпрограмм PRP и PRV. Нулевые значения параметров IISH и IREZ приводят к обходу соответствующих операторов PRINT, и печать не активизируется. Отметим, что вывод входной и выходной информации на дисплей производится в обязательном порядке (использованием операторов TYPE).

**Совет девятый.** При разработке программного обеспечения желательно предусмотреть защиту от неверных действий пользова-

Рис. 8-5. К учету технологических ограничений



теля. Так, в подпрограмме VVI фрагмент «Ввод первой группы исходных данных» начинается с введения номера 1 расчетной процедуры, который может принимать значения 1, 2, 3, 4. При ошибочных действиях на дисплее появится надпись «Набран неверный номер расчетной процедуры» (оператор по метке 25) и процесс ввода номера возобновляется. Аналогичные приемы были бы полезны и во всех других случаях, когда возможны ошибки из-за невнимательности, но ограниченные рамки книги воспрепятствовали реализации этого совета в полном объеме. Тем не менее мы настоятельно рекомендуем читателю не пренебрегать такой защитой.

**Совет десятый.** Вывод новых расчетных формул должен быть надлежащим образом обоснован. Рассмотрим два примера такого рода.

**Пример 8-1.** При выполнении первого этапа (поперечный расчет) установить соотношение для определения диаметра статорной расточки  $D_{i1}$  в зависимости от электромагнитных нагрузок  $B_{z1}$ ,  $B_{a1}$ ,  $B_\delta$ ,  $U$  ( $A/I$ ) при известных значениях величин  $D_{a1}$ ,  $\rho$ ,  $k_{d1}$ ,  $k_{i1}$ ,  $k_{z.c}$ ,  $k_{\phi 1}$ .

Коэффициент формы паза статора  $k_{\phi 1}$ , превышающий 1, представляет собой отношение площади криволинейной трапеции, в которую вписан паз, к той части его площади, которая предназначена для размещения обмотки и пазовой изоляции без клина (см. рис. 8-2). Поэтому отношение  $k_{z.c}/k_{\phi 1}$  показывает, какая часть суммарной расчетной площади пазов  $\Delta_{п.с}$  (на рис. 8-6 заштрихована) занята голой медью.

На основании очевидного равенства

$$\Delta_{п.с} \frac{k_{z.c}}{k_{\phi 1}} J = \pi D_{i1} A \quad (8-17)$$

можем записать

$$\Delta_{п.с} = \pi D U k_{d1} / k_{z.c} \quad (8-18)$$

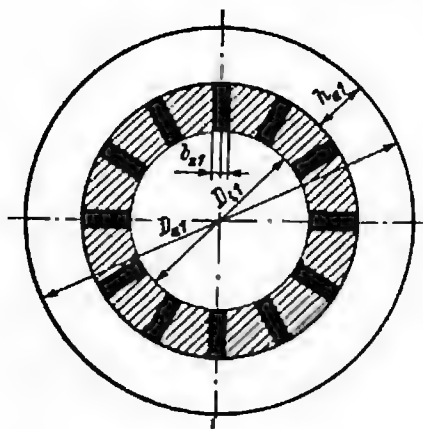


Рис. 8-6. К определению площадей  $\Delta_{п.с.}$ ,  $\Delta_{з.с.}$ ,  $\Delta_{я.с.}$

С другой стороны, как видно из рис. 8-6, общая площадь статорных пазов может быть представлена так:

$$\Delta_{п.с.} = 0,25\pi(D_{a1}^2 - D_{i1}^2) - \Delta_{з.с.} - \Delta_{я.с.}, \quad (8-19)$$

где  $\Delta_{з.с.}$  и  $\Delta_{я.с.}$  — расчетные площади зубцов (на рис. 8-6 залиты черным) и ярма статора, выражаемые соотношениями

$$\Delta_{я.с.} = \pi h_{a1}(D_{a1} - h_{a1}); \quad \Delta_{з.с.} = b_{z1} z_1 [0,5(D_{a1} - D_{i1}) - h_{a1}]. \quad (8-20)$$

Выполнив подстановки из (8-18) и (8-20) в (8-19), заменим размеры  $b_{z1}$  и  $h_{a1}$  отношениями  $\pi D_{i1} B_\delta / (z_1 k_{\phi 1} k_{i1} B_{\pi 1})$  и  $\pi D_{i1} B_\delta / (4 p B_{a1} k_{\phi 1} \times k_{i1})$ . Тогда после преобразования получим выражение (8-8) для диаметра  $D_{i1}$ .

Заметим, что участвующая в определении диаметра  $D_{i1}$  величина  $k_{\phi 1}$  не является, строго говоря, задаваемой с самого начала расчетно-конструкторской константой. Она подлежит уточнению в ходе расчета (см. подпрограмму POP). Конечно, можно было бы при разработке алгоритма понимать под  $k_{\phi 1}$  отношение площади голой меди в пазу к площади всей криволинейной трапеции на рис. 8-2, а  $k_{\phi 1}$  заменить единицей, но такой прием снизил бы общую точность проектирования, и мы им не воспользуемся.

**Пример 8-2.** На втором этапе расчета (определение выходных показателей) определить скольжение  $s$  в условиях, когда обычные формулы для  $s$  главы 2 неприменимы, так как входящие в них сопротивления  $r_1$ ,  $x_1$ ,  $r_2'$ ,  $x_2'$ ,  $r_m$ ,  $x_m$  еще не известны. Вычислить последние нельзя, поскольку не найдено число витков  $w$ , зависящее от коэффициента  $\alpha$ , равного отношению  $\dot{E}_2$  к  $\dot{U}_1$ , который в свою очередь зависит от еще не рассчитанного  $s$ .

Известными являются: результаты первого этапа расчета (в том числе разделенные параметры  $\bar{R}_2'$ ,  $\bar{R}_2$ ,  $\bar{X}_2'$ ,  $\bar{X}_2$  и диаметр расточки  $D_{i1}$ ), длина  $l$ , а также все исходные данные, включая  $P_2'$ ,  $m_1$ ,  $f$ ,  $k_{\phi 01}$ ,  $B_\delta$ . Мы покажем, что перечисленные величины однозначно определяют скольжение  $s$ .

Рассуждаем следующим образом. Из теории асинхронных машин известно выражение для полной механической мощности

$$P_2' = m_1 (I_2')^2 r_2' (1 - s) / s. \quad (8-21)$$

В этом отправном равенстве последовательно выполним такие преобразования:

а) ток  $I_2'$  заменим отношением  $\frac{\dot{E}_2'}{\sqrt{(r_2'/s)^2 + x_2'^2}}$ ;

б) ЭДС  $\dot{E}_2'$  выразим через произведение  $\alpha \dot{U}_1$ ;

в) сопротивления  $r_2'$  и  $x_2'$  представим как  $w_1^2 \bar{R}_2'$  и  $w_1^2 \bar{X}_2'$ ;

г) число витков  $w_1$  заменим отношением  $\frac{U_1 p \alpha}{4,44 k_{\phi 01} B_\delta D_{i1} l}$ .

Сделав подстановки, выведем выражение

$$P_2' = \left( \frac{4,44 k_{\phi 01} B_\delta D_{i1} l}{p} \right)^2 \times \times \frac{m_1 \bar{R}_2'}{(R_2'/s)^2 + (X_2')^2} \frac{1-s}{s}, \quad (8-22)$$

из которого после преобразований получим квадратное уравнение относительно  $s$

$$s^2 - G_{u1}s + G_{u2} = 0 \quad (8-23)$$

где

$$G_{u1} = \frac{1}{1 + G_{u0} \frac{\bar{X}_2'^2}{\bar{R}_2'}}; \quad G_{u0} = \frac{P_2'}{m_1} \left( \frac{p}{4,44 k_{\phi 01} B_\delta D_{i1} l} \right)^2; \quad G_{u2} = G_{u0} G_{u1} \bar{R}_2'. \quad (8-24)$$

Отсюда находим выражение для скольжения

$$s = \frac{G_{u2}}{0,5 G_{u1} + \sqrt{G}}, \quad (8-25)$$

где

$$G = \frac{G_{u1}^2}{4} - G_{u2}. \quad (8-26)$$

Понятно, что при отрицательном  $G$  скольжение становится комплексной величиной и, следовательно, необходимая мощность  $P_2'$  не обеспечивается. Поэтому  $G$  служит критерием выполнимости машины по условию обеспечения полной механической мощности  $P_2'$ .

Следует обратить внимание еще на одно обстоятельство. При включении в алгоритм конкретных расчетных соотношений полезно задумываться над обеспечиваемой ими точностью результатов в реальных условиях проектирования. Чтобы «прочувствовать» эффективность этого правила, рекомендуем читателю с помощью логарифмической линейки или в уме найти  $x$  по двум идентичным соотношениям:

$$x = 2 - \sqrt{4 - 0,0004}; \quad x = \frac{0,0004}{2 + \sqrt{4 - 0,0004}}$$

(второе выражение получено из первого путем умножения и деления его на  $2 + \sqrt{4 - 0,0004}$ ). Результат (примерно 0,0001) практически недостижим в первом случае и совершенно очевиден во втором. Заметим, что оба соотношения для  $x$  получены из выражений для наименьшего корня квадратного уравнения

$$x^2 - k_1 x + k_2 = 0$$

в условиях, когда  $k_1 = 4$ ;  $k_2 = 0,0004$ . Эти выражения имеют вид

$$x = \frac{k_1}{2} - \sqrt{\frac{k_1^2}{4} - k_2};$$

$$x = \frac{k_2}{\frac{k_1}{2} + \sqrt{\frac{k_1^2}{4} - k_2}}.$$

Вторая форма представления, дающая более точный результат, использована, например, при получении соотношений (8-25) и (8-26) из (8-23).

Совет одиннадцатый. При итерационных процедурах нужно стремиться к быстрой и надежной сходимости. В программном обеспечении читатель обнаружит следующие три случая применения итерационной процедуры:

а) в подпрограмме POP поперечного расчета производится поиск такого коэффициента формы паза статора  $k_{\Phi 1}$  (KFS), который практически совпадает с контрольным значением KFSKON;

б) в первом фрагменте подпрограммы DLI определяется расчетная длина  $l$  (L), являющаяся минимальной по условию обеспечения требуемой механической мощности;

в) во втором фрагменте подпрограммы DLI ищется расчетная длина  $l$  (L), обеспечивающая достаточную близость заданного произведения  $AJ$  (V) к фактическому его значению  $V_{\Phi \text{ист}}$ .

Во всех этих случаях задается начальный диапазон изменения определяемого параметра, а затем используется общий прием: метод деления интервала неопределенности пополам (метод половинного деления). Детальное его описание применительно к каждому

конкретному случаю дано в § 8-4. Обращаем внимание читателя на высокую эффективность этого метода: в результате 10 последовательных делений пополам интервал неопределенности сокращается более чем в тысячу раз ( $2^{10} = 1024$ ), а двадцатикратное деление пополам уменьшает начальный интервал неопределенности более чем в миллион раз.

Совет двенадцатый. При проектировании машин с малым числом пазов необходимо использовать точные расчетные соотношения для определения пазовой геометрии.

В практике проектирования расчету пазовой геометрии предшествует определение главных размеров и основных величин, определяющих сечение магнитопровода. Такими величинами являются наружный и внутренний диаметры пакета, число зубцов, ширина зуба, толщина ярма, открытие паза и высота «усика». Необходимые для изготовления штампа размеры обычно определяют путем геометрических построений или рассчитывают по приближенным зависимостям. Так, например, основание трапециевидного паза статора находится из приближенного соотношения

$$b_{n12} = \frac{\pi (D_{a1} - 2h_{a1})}{z_1} - b_{s1},$$

которое выводится путем приравнивания длины окружности периметру многоугольника:

$$\pi (D_{a1} - 2h_{a1}) = (b_{s1} + b_{n12}) z_1.$$

Точность результатов, получаемых посредством приближенных равенств, снижается при уменьшении числа зубцов. Применительно к микромашинам, имеющим статор и ротор с малыми значениями  $z_1$  и  $z_2$  (6—12), использование упрощенных соотношений может привести к существенным погрешностям. Ниже даны расчетные зависимости [79, 80], пригодные для точного проектирования пазовой геометрии в соответствии с рис. 8-7 — 8-12.

А. Паз статора, изображенный на рис. 8-7. Исходные данные:  $D_{a1}$ ,  $D_{i1}$ ,  $b_{s1}$ ,  $h_{a1}$ ,  $b_{s1}$ ,  $h_{s1}$ ,  $z_1$  (число пазов). Радиусы  $R_G$  и  $r_s$ :

$$R_G = \frac{(D_{a1} - 2h_{a1}) \sin \frac{\pi}{z_1} - b_{s1}}{2 \left( 1 + \sin \frac{\pi}{z_1} \right)};$$

$$r_s = \frac{\varphi + \sqrt{\left( \varphi \sin \frac{\pi}{z_1} \right)^2 - \left( \frac{b_{s1}}{2} \cos \frac{\pi}{z_1} \right)^2}}{\cos \frac{\pi}{z_1}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{z_1},$$

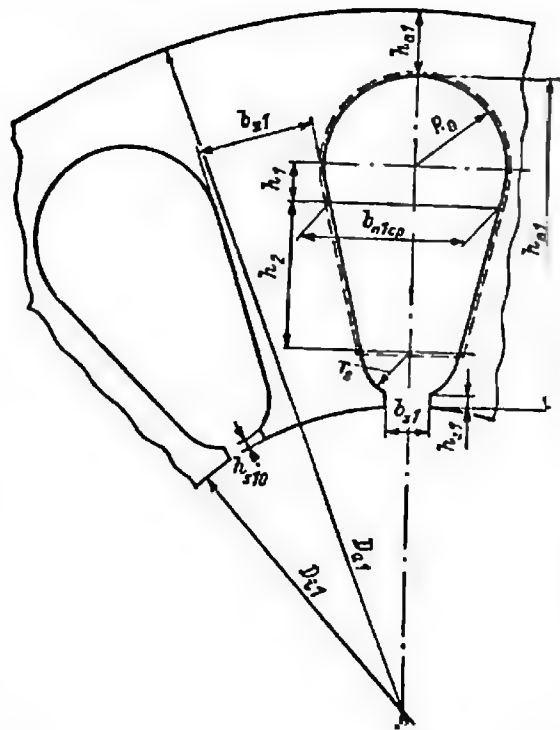


Рис. 8-7. Овальный паз статора

где

$$\varphi = 0,5 \left( \sqrt{D_{i1}^2 - b_{s1}^2} - \frac{b_{s1}}{\sin \frac{\pi}{z_1}} \right) + h_{s1}.$$

Площадь, ограниченная штриховой линией,

$$S_{n1} = \pi R_G^2 \left( 0,5 + \frac{1}{z_1} \right) + (R_G^2 - r_s^2) \operatorname{ctg} \frac{\pi}{z_1}.$$

Ширина паза в месте прилегания слоев обмотки

$$b_{n1cp} = \sqrt{4r_s^2 + S_{n1} \operatorname{tg} \frac{\pi}{z_1}}.$$

Размеры \$h\_1\$, \$h\_2\$, \$h\_{s10}\$, \$h\_{n1}\$:

$$h_1 = 0,5 \left( D_{a1} - \frac{b_{a1}}{\sin \frac{\pi}{z_1}} \right) - h_{a1} - h_2 - R_G - \frac{r_s}{\sin \frac{\pi}{z_1}};$$

$$h_2 = \frac{0,5b_{n1cp} - r_s}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{z_1}}; \quad h_{s10} = h_{s1} - \frac{b_{s1}^2/(4r_s)}{1 + \sqrt{1 - b_{s1}^2/(2r_s)^2}};$$

$$h_{n1} = 0,5D_{a1} - h_{a1} - 0,5 \sqrt{D_{i1}^2 - b_{s1}^2}.$$

Общая площадь паза

$$S = \frac{\pi}{2} (R_G^2 + r_s^2) + (R_G^2 - r_s^2) \times \\ \times \left( \frac{\pi}{z_1} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{z_1} \right) + h_{s1}b_{s1}.$$

В программном обеспечении параметры овального паза статора (рис. 8-7) представлены идентификаторами:

\$r\_s\$ — RSS; \$\varphi\$ — FIS; \$b\_{n1cp}\$ — BPSSR; \$h\_1\$ — HS1; \$h\_2\$ — HS2;

\$h\_{s1}\$ — HUS; \$h\_{s10}\$ — HUS0; \$h\_{n1}\$ — HPS; \$h\_{a1}\$ — HJS;

\$b\_{s1}\$ — BZS; \$b\_{s1}\$ — BPS; \$S\_{n1}\$ — SPS; \$D\_{a1}\$ — DA; \$D\_{i1}\$ — D.

**Б. Паз статора, изображенный на рис. 8-8.** Исходные данные: \$D\_{a1}\$, \$D\_{i1}\$, \$b\_{s1}\$, \$h\_{a1}\$, \$b\_{s1}\$, \$h\_{s1}\$, \$z\_1\$, \$\psi\_c\$ (угол в зоне коронки).

Расчетные соотношения:

$$b_{n12} = \sqrt{(D_{a1} - 2h_{a1})^2 - b_{s1}^2} \sin \frac{\pi}{z_1} - b_{s1} \cos \frac{\pi}{z_1};$$

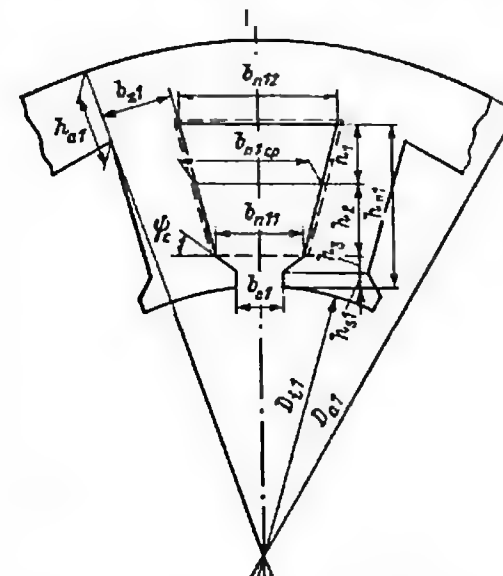


Рис. 8-8. Трапецидальный паз статора

$$h_{n1} = \sqrt{\left(\frac{D_{a1}}{2} - h_{a1}\right)^2 - \frac{b_{n12}^2}{4}} - \frac{1}{2} \sqrt{D_{i1}^2 - b_{s1}^2};$$

$$b_{n11} = \frac{\sqrt{D_{i1}^2 - b_{s1}^2} + 2h_{s1} - b_{s1} \operatorname{tg} \psi_c - b_{s1} / \sin \frac{\pi}{z_1}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{z_1} - \operatorname{tg} \psi_c};$$

$$S_{n1} = \frac{b_{n12}^2 - b_{n11}^2}{4} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{z_1}; \quad h_3 = \frac{b_{n11} - b_{s1}}{2} \operatorname{tg} \psi_c;$$

$$h_2 = \frac{h_{n1} - h_{s1} - h_3}{b_{n12} - b_{n11}} \left( \sqrt{\frac{b_{n11}^2 + b_{n12}^2}{2}} - b_{n11} \right);$$

$$h_1 = h_{n1} - h_2 - h_3 - h_{s1};$$

$$b_{n1cp} = b_{n11} + 2h_2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{z_1};$$

$$S = S_{n1} + \frac{b_{s1} + b_{n11}}{2} h_2 + h_{s1} b_{s1}.$$

В программном обеспечении параметры трапецидального паза статора (рис. 8-8) представлены идентификаторами:

$b_{n11}$ —BPS1;  $b_{n12}$ —BPS2;  $b_{n1cp}$ —BPSSR;  $\psi_c$ —PS;

$h_1$ —HS1;  $h_2$ —HS2;  $h_3$ —HS3;  $h_{s1}$ —HUS;  $h_{n1}$ —HPS;

$h_{a1}$ —HJS;  $b_{s1}$ —BZS;  $b_{s1}$ —BPS;  $S_{n1}$ —SPS.

**В. Паз статора, изображенный на рис. 8-9.** Исходные данные:  $D_{a1}$ ,  $D_{i1}$ ,  $b_{s1}$ ,  $h_{a1}$ ,  $b_{s1}$ ,  $h_{s1}$ ,  $\psi_c$ ,  $z_1$ ,  $R$ . Сначала определяются вспомогательные величины  $e$ ,  $G$ ,  $B$ ,  $C$ :

$$e = \frac{1}{1 - \frac{R}{0.5D_{a1} - h_{a1}}}; \quad G = 1 + \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{z_1};$$

$$B = \frac{b_{s1} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{z_1}}{2 \sin \frac{\pi}{z_1}} - \frac{Re}{\cos \frac{\pi}{z_1}};$$

$$C = (0.5D_{a1} - h_{a1})^2 - \left( \frac{Re}{\cos \frac{\pi}{z_1}} \right)^2 - \left( \frac{b_{s1}}{2 \sin \frac{\pi}{z_1}} \right)^2.$$

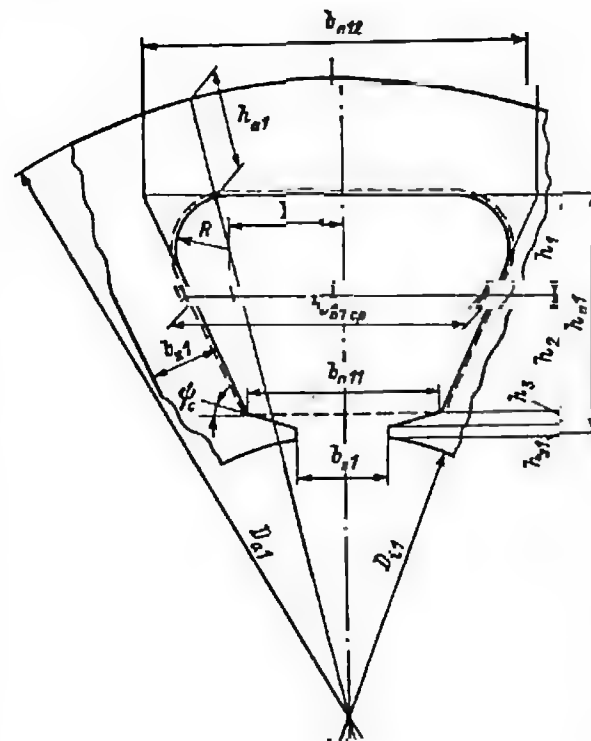


Рис. 8-9. Трапецидальный паз статора со скруглением

Затем вычисляются размеры паза:

$$b_{n12} = \frac{2}{G} (\sqrt{GC + B^2} - B);$$

$$h_{n1} = 0.5 \left( \frac{b_{s1}}{\sin \frac{\pi}{z_1}} + \frac{b_{n12}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{z_1}} - \sqrt{D_{i1}^2 - b_{s1}^2} \right)$$

$$b_{n11} = \frac{\sqrt{D_{i1}^2 - b_{s1}^2} + 2h_{s1} - b_{s1} \operatorname{tg} \psi_c - \frac{b_{s1}}{\sin (\pi/z_1)}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{z_1} - \operatorname{tg} \psi_c};$$

$$h_2 = \frac{b_{n11} - b_{s1}}{2} \operatorname{tg} \psi_c;$$



площадь, ограниченная штриховой линией,

$$S_{n1} = 0,5 (b_{n11} + b_{n12}) (h_{n1} - h_{s1} - h_2) - 2R^2 \left[ \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2z_1} \right) - \pi \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{2z_1} \right) \right];$$

$$h_2 = \frac{h_{n1} - h_{s1} - h_3}{b_{n12} - b_{n11}} \times$$

$$\times \left( \sqrt{b_{n11}^2 + S_{n1} \frac{b_{n12} - b_{n11}}{h_{n1} - h_{s1} - h_2}} - b_{n11} \right);$$

$$h_1 = h_{n1} - h_2 - h_3 - h_{s1}; \quad b_{n1cp} = b_{n11} + 2h_2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{z_1};$$

$$S = S_{n1} + \frac{b_{s1} + b_{n11}}{2} h_3 + b_{s1} h_{s1}.$$

Г. Паз ротора, изображенный на рис. 8-10. Исходные данные:  $D_{a2}$ ,  $D_{i2}$ ,  $b_{s2}$ ,  $h_{a2}$ ,  $b_{s2}$ ,  $h_{s2}$ ,  $z_2$ . Расчетные соотношения:

$$r_s = \frac{(D_{i2} + 2h_{a2}) \sin \frac{\pi}{z_2} - b_{s2}}{2 \left( 1 - \sin \frac{\pi}{z_2} \right)};$$

$$R_a = \frac{\varphi - \sqrt{\left( \varphi - \sin \frac{\pi}{z_2} \right)^2 - \left( \frac{b_{s2}}{2} \cos \frac{\pi}{z_2} \right)^2}}{\cos \frac{\pi}{z_2}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{z_2},$$

где

$$\varphi = 0,5 \left( \sqrt{D_{a2}^2 - b_{s2}^2} - \frac{b_{s2}}{\sin \frac{\pi}{z_2}} \right) - h_{s2};$$

$$h_{a2} = 0,5 \left( \sqrt{D_{a2}^2 - b_{s2}^2} - D_{i2} \right) - h_{s2};$$

$$h_{s20} = h_{s2} - \frac{\frac{b_{s2}^2}{4R_G}}{1 + \sqrt{1 - \frac{b_{s2}^2}{4R_G^2}}};$$

$$S_{n2} = \frac{\pi}{2} (R_G^2 + r_s^2) + (R_G^2 - r_s^2) \times$$

$$\times \left( \frac{\pi}{z_2} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{z_2} \right) + h_{s2} b_{s2}.$$

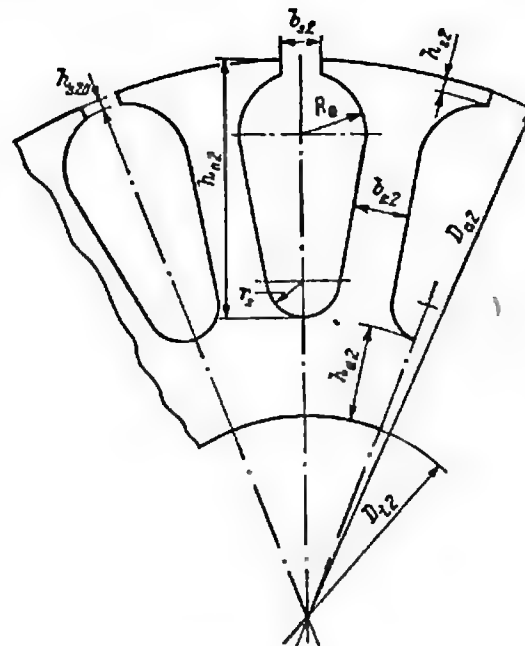


Рис. 8-10. Овальный паз ротора

В программном обеспечении параметры овального паза ротора (рис. 8-10) представлены идентификаторами:

$R_G$ —RGR;  $r_s$ —RSR;  $\varphi$ —FIR;  $h_{s2}$ —HUR;  $h_{s20}$ —HUR0;

$h_{n2}$ —HPR;  $h_{a2}$ —HJR;  $b_{s2}$ —BPR;  $S_{n2}$ —SPR;

$D_{a2}$ —DPRIM;  $D_{i2}$ —DR.

Д. Паз ротора, изображенный на рис. 8-11. Исходные данные:  $D_{a2}$ ,  $D_{i2}$ ,  $b_{s2}$ ,  $h_{a2}$ ,  $b_{s2}$ ,  $h_{s2}$ ,  $z_2$ ,  $\psi_p$ . Расчетные соотношения:

$$B = \frac{0,5 \left[ \left( \sqrt{D_{a2}^2 - b_{s2}^2} - 2h_{s2} \right) \operatorname{tg} \frac{\pi}{z_2} - \frac{b_{s2}}{\cos (\pi/z_2)} - b_{s2} \right]}{1 + \operatorname{tg} \psi_p \operatorname{tg} (\pi/z_2)};$$

$$b_{n21} = b_{s2} + 2B; \quad b_{n22} = (D_{i2} + 2h_{a2}) \operatorname{tg} \frac{\pi}{z_2} - \frac{b_{s2}}{\cos (\pi/z_2)};$$

$$h_1 = \frac{0,5 (b_{n21} - b_{n22})}{\operatorname{tg} (\pi/z_2)}; \quad h_2 = B \operatorname{tg} \psi_p; \quad h_{n2} = h_1 + h_2 + h_{s2};$$

$$S_{n2} = 0,5 [(b_{n21} + b_{n22}) h_1 + (b_{n21} + b_{s2}) h_2] + b_{s2} h_{s2}.$$

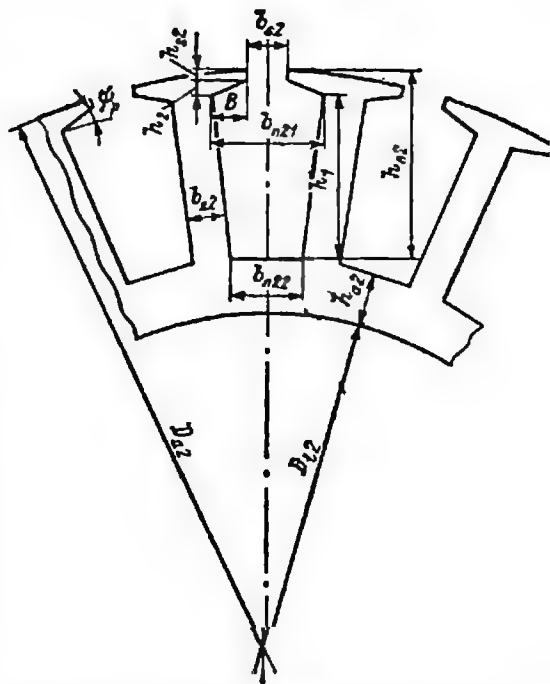


Рис. 8-11. Трапецидальный паз ротора

В программном обеспечении параметры трапецидального паза ротора (рис. 8-11) представлены идентификаторами:

$b_{n21}$ —BPR1;  $b_{n22}$ —BPR2;  $B$ —B;  $\psi_p$ —PR;  
 $h_1$ —HR1;  $h_2$ —HR2;  $h_{s2}$ —HUR;  $h_{n2}$ —HPR;  
 $h_{a2}$ —HJR;  $b_{z2}$ —BZR;  $b_{s2}$ —BPR;  $S_{n2}$ —SPR.

Е. Паз ротора, изображенный на рис. 8-12. Исходные данные:  $D_{a2}$ ,  $D_{i2}$ ,  $b_{z2}$ ,  $h_{a2}$ ,  $b_{s2}$ ,  $h_{s2}$ ,  $z_2$ ,  $\psi_p$ ,  $R_G$ ,  $r_s$ .

Размеры  $B$ ,  $b_{n21}$ ,  $b_{n22}$  и  $h_2$  находятся из соотношений, приведенных в пункте Д. Остальные размеры вычисляются по следующим формулам:

$$C = R_G \left\{ \cos \frac{\pi}{z_2} + \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\psi_p}{2} + \frac{\pi}{2z_2} \right) \sin \frac{\pi}{z_2} \right\};$$

$$X = \frac{b_{n21}}{2} - C;$$

$$Y = \frac{b_{n22}}{2} - r_s \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2z_2} \right);$$

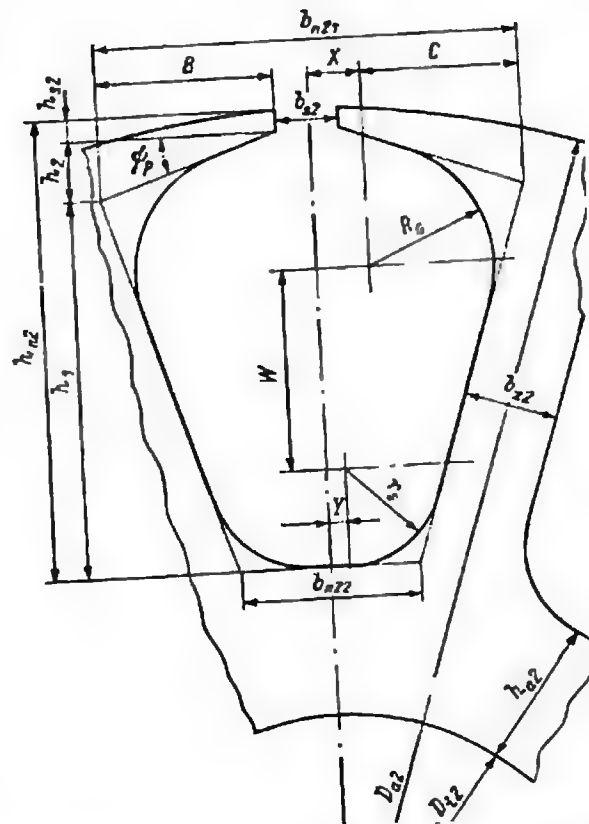


Рис. 8-12. Трапецидальный паз ротора со скруглением

$$h_{n2} = \frac{1}{2} \sqrt{D_{a2}^2 - b_{z2}^2} - \frac{1}{2} D_{i2} - h_{a2};$$

$$h_1 = h_{n2} - h_{s2} - h_2;$$

$$W = h_{n2} - r_s - C \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\psi_p}{2} - \frac{\pi}{2z_2} \right) - h_{s2} - h_2;$$

$$S_{n2} = 0,5 (b_{n21} + b_{n22}) (h_{n2} - h_{s2} - h_2) + \\ + \frac{b_{n21} + b_{s2}}{2} h_2 + b_{s2} h_{s2} - R_G^2 \left[ 2 \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\psi_p}{2} + \frac{\pi}{2z_2} \right) - \right. \\ \left. - \pi \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{z_2} - \frac{\psi_p}{\pi} \right) \right] - r_s^2 \left[ 2 \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\pi}{2z_2} \right) - \pi \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{z_2} \right) \right].$$

#### 8-4. Описание программного обеспечения

Головная программа GOL обеспечивает начальное присваивание параметрам IL1—IL8 значения 99, что соответствует заказу полного ввода. Такой заказ выполняется только один раз в самом начале работы; в дальнейшем при повторном решении задач с аналогичными исходными данными параметры IL1—IL8 имеют значения, отличные от 99, и полный ввод не производится. Программа GOL, не содержащая оператора STOP, периодически активизирует процессы ввода (обращение к подпрограммам VV1 и VV2) и решения (обращение к подпрограмме RES).

Подпрограмма ESL, вызываемая из двух подпрограмм ввода VV1 и VV2, обеспечивает появление на экране надписи из трех фраз, возникающей после каждой сводной таблицы группы исходных данных.

Первая подпрограмма ввода VV1 предоставляет пользователю возможность заказать решение учебно-демонстрационной задачи (см. прогр. 8-18) путем набора «ключа» 1234 или решать собственную задачу (см. прогр. 8-19). В обоих случаях по желанию пользователя производится заказ печати или отмена такого заказа. Для начального решения собственной задачи требуется произвести полный ввод с пульта всех исходных данных, разбитых на несколько групп. При решении учебно-демонстрационной задачи полный ввод данных с пульта не производится (заказывается только номер расчетной процедуры), а на дисплей поочередно выводятся группы исходных величин, которые проектировщик при желании может изменить (выполнить редактирование). Всего в рамках подпрограммы VV1 на экран выдается две такие группы. Остальные группы исходных данных выводятся на экран при выполнении подпрограммы VV2.

В подпрограмме RES осуществляется диспетчеризация процесса решения путем использования одной из четырех возможностей в зависимости от заказанного номера задачи-процедуры 1. При этом вызываются подпрограммы POP, DLI, OGR, VIH, PRP, PRV.

В подпрограмме OGR производится анализ выполнения пяти ограничений. В случае обнаружения неудовлетворительного значения анализируемого параметра идентификатор N принимает соответствующее значение (1, 2, 3, 4, 5).

При выполнении подпрограммы POP рассчитывается поперечный разрез магнитопровода, определяется структура лобовых частей, вычисляются магнитные проводимости пазового и дифференциального рассеяния, производится расчет магнитной цепи машины и находятся разделенные параметры (в расчете на виток):  $\bar{R}_1, \bar{X}_1, \bar{R}_2, \bar{X}_2, \bar{R}_m, \bar{X}_m$  — погонные сопротивления, Ом/м;  $\bar{R}_1, \bar{X}_1, \bar{R}_2, \bar{X}_2$  — сопротивления, обусловленные структурой лобовых частей, Ом. Применительно к расчету статоров с овальными

или трапецидальными пазами подпрограмма POP реализует итерационную процедуру определения коэффициента формы паза статора  $k_{\phi 1}$ . При этом изначально задаются двумя значениями этого коэффициента: нижним исходным  $k_{\phi 1A}$  (KFSА) и верхним исходным  $k_{\phi 1B}$  (KFSB). Для среднего значения  $k_{\phi 1}$  (KFS), равного  $(k_{\phi 1A} + k_{\phi 1B})/2$ , находится контрольное значение  $KFSKON$ . Разность  $k_{\phi 1}$  (KFS) и соответствующего контрольного значения может быть положительной или отрицательной. Если указанная разность меньше нуля или равна нулю, то новая нижняя граница  $k_{\phi 1A}$  принимается равной  $k_{\phi 1}$ . В противном случае величине  $k_{\phi 1}$  приравнивается новая верхняя граница  $k_{\phi 1B}$ . Понятно, что интервал неопределенности становится при этом вдвое меньше предыдущего. Итерационный процесс прекращается при выполнении условия

$$(k_{\phi 1B} - k_{\phi 1A})/k_{\phi 1A} \leq 0,001$$

Подпрограммы-функции HX (X), HY (Y), HZ (Z), HS (S) реализуют зависимость магнитной напряженности от индукции для соответствующих элементов магнитопровода: зубцов статора, ярма статора, зубцов ротора, ярма ротора. Обращение к подпрограммам-функциям производится из подпрограммы POP в условиях, когда в памяти машины уже сформированы (при выполнении подпрограммы VV1) 5 массивов: массив B0 ( $B_0$ ) из двадцати одного опорного значения магнитной индукции, а также четыре массива соответствующих значений магнитной напряженности: HZ1 ( $H_{z1}$ ) для зубцов статора, HJ1 ( $H_{j1}$ ) для ярма статора, HZ2 ( $H_{z2}$ ) для зубцов ротора, HJ2 ( $H_{j2}$ ) для ярма ротора. Для определенности остановимся на обращении к подпрограмме-функции HX (X) в условиях, когда параметру X присвоено конкретное значение ( $B_{z1}$ ). Вычислительная процедура, основанная на кусочно-линейной аппроксимации, выполняется в таком порядке:

- Целочисленному параметру  $k$  присваивается нулевое значение.
- Значение  $k$  увеличивается на единицу.
- Если значение  $k$ -го элемента массива B0 ( $B_{0k}$ ) оказывается меньше X, то производится переход к пункту «б».
- Если число  $k$  достигает 21, то следует перейти к пункту «е».
- Рассчитывается магнитная напряженность  $H_x$  (HX), соответствующая индукции X:

$$H_x = (X - B_{0, k-1}) (H_{z1k} - H_{z1, k-1}) / (B_{0k} - B_{0, k-1}) + H_{z1, k-1}.$$

Затем выполняется переход к пункту «ж».

- Вычисляется значение  $H_x$  (HX) для индукции, превосходящей  $B_{0(21)}$ :

$$H_x = (X - B_{0(21)}) \cdot \frac{H_{z1(21)} - H_{z1(20)}}{B_{0(21)} - B_{0(20)}} + H_{z1(20)}.$$

ж. Производится выход из подпрограммы.

Под программа DLI содержит 2 фрагмента. В первом из них устанавливается расчетная длина, соответствующая нулевому значению критерия  $G$  обеспечения механической мощности. (Заметим, что при отрицательном  $G$  требуемое значение  $P_2^*$  не достигается ни при каком скольжении.) При этом вначале задается пара значений  $l$ : исходное нижнее  $l_A$  ( $LA$ ), равное  $\pi/8$ , и исходное верхнее  $l_B$  ( $LB$ ), равное  $8\tau$ . Если обнаруживается, что даже при длине  $8\tau$  механическая мощность не обеспечивается ( $G < 0$ ), то расчет дальше не производится. В противном случае для средней длины  $l$ , равной  $(l_A + l_B)/2$ , вычисляется соответствующее значение  $G$ . Если последнее меньше нуля или равно нулю, то новая нижняя граница  $l_A$  принимается равной  $l$ ; если  $G > 0$ , то величина  $l$  приравнивается верхней границе  $l_B$ . Таким образом, новый интервал  $l_A - l_B$  становится вдвое уже предыдущего. После этого вновь находится полусумма нижней и верхней границ и вычисляется соответствующее  $G$ . Описанная процедура продолжается до тех пор, пока  $l_A$  и  $l_B$  не сойдутся настолько, что будет выполняться неравенство

$$\frac{l_B - l_A}{l_A} \leq 0.001.$$

Тогда последнее значение  $l_B$  принимается в качестве нижней границы ( $l_A$ ) начального диапазона  $l$  при выполнении второго фрагмента подпрограммы DLI. Исходное значение верхней границы  $l_B$  принимается равным  $8\tau$ . Понятно, что если нижней границе  $l_A$  соответствует фактическое значение произведения  $AJ$  ( $V_{\text{факт}}$ ), большее, чем заданное  $V$ , а верхней границе  $l_B$  соответствует  $V_{\text{факт}}$ , меньшее заданного  $V$ , то в интервале  $l_A - l_B$  найдется некоторое  $l$ , обеспечивающее заданное  $V$ . Поэтому в начале второго фрагмента производится проверка двух указанных условий. Если заданное произведение  $AJ$  ( $V$ ) слишком мало или слишком велико, то расчет прекращается. Если же оба условия выполняются, т. е. для  $l_A$  имеет место неравенство  $V - V_{\text{факт}} < 0$ , а для  $l_B$  — неравенство  $V - V_{\text{факт}} > 0$ , то определение искомого длины производится, как и в первом фрагменте, методом половинного деления. Заметим, что во втором фрагменте  $V_{\text{факт}}$  находится путем последовательного вызова подпрограмм KRI и VFA. Вопрос, какая граница (нижняя  $l_A$  или верхняя  $l_B$ ) подлежит приравниванию полусумме  $(l_A + l_B)/2$ , решается путем проверки соотношения  $V - V_{\text{факт}} \leq 0$ . При выполнении этого неравенства изменению подвергается нижняя граница, а в противном случае — верхняя. Процедура заканчивается при выполнении неравенства

$$(l_B - l_A)/l_A \leq 0.001.$$

Тогда верхняя граница принимается в качестве искомого длины  $l$ , соответствующей конкретному произведению  $AJ$  ( $V$ ). Для найден-

ной длины производится расчет выходных показателей с использованием подпрограммы VIN.

Под программа расчета выходных показателей VIN вначале вызывает подпрограммы KRI и VFA, благодаря чему определяются скольжение  $s$ , число витков  $w$ , ток статора  $I_1$  и эффективная площадь поперечного сечения проводника  $S_{\text{эф}}$ , а также сопротивления  $r_1, r_2, x_1, x_2, x_m$ . Затем в ходе подпрограммы VIN рассчитываются величины  $Q, P_1, P_2, \eta, \cos \phi, M_m, M_n, T$  (превышение температуры) и  $F$  (целевая функция).

Под программа KRI определяет для испытуемой расчетной длины  $l$  ( $L$ ) условные (одновитковые) сопротивления  $\hat{R}_2'$  ( $R2G$ ) и  $\hat{X}_2'$  ( $X2G$ ), которые впоследствии при выполнении подпрограммы VFA подлежат умножению на  $w^2$  для нахождения  $r_2'$  и  $x_2'$ . Кроме того, с помощью соотношения (8-26) в подпрограмме KRI рассчитывается критерий  $G$  обеспечения требуемой механической мощности: для достижения последней необходимо, чтобы величина  $G$  была положительной.

В подпрограмме VFA на основании результатов, полученных с помощью подпрограммы KRI, вычисляется рабочее скольжение  $s(SS)$ . Затем для конкретной длины  $l$  ( $L$ ) находятся условные («одновитковые») сопротивления статорной цепи  $\hat{R}_1$  ( $R1G$ ),  $\hat{X}_1$  ( $X1G$ ) и контура намагничивания  $R_m$  ( $RMG$ ),  $X_m$  ( $XMG$ ). После определения расчетного числа витков фазы статора  $w_1$  ( $W$ ) выполняется путем умножения на  $w_1^2$  переход от условных сопротивлений  $\hat{R}_1, \hat{R}_2, \hat{X}_1, \hat{X}_2, R_m, X_m$  к параметрам цепей статора, ротора и контура намагничивания  $r_1, r_2, x_1, x_2, r_m, x_m$ . Это дает возможность установить ток  $I_1$  ( $IS$ ) статора, а затем найти эффективную площадь поперечного сечения проводника статорной обмотки  $S_{\text{эф}}$  ( $SEEF$ ) и рассчитать величину  $V_{\text{факт}}$  ( $VFAKT$ ) — фактическое значение произведения  $AJ$ , соответствующее испытуемой расчетной длине  $l$ .

Подпрограммы выдачи результатов PRP и PRV обеспечивают вывод информации на дисплей (посредством операторов TYPE), а в случае заказа печати результатов ( $IREZ = 1$ ) — также и на печатающее устройство (посредством оператора PRINT).

## 8-5. Представление результатов расчета

Каждой из четырех расчетных процедур соответствует своя форма представления результатов. Это видно из текста приведенных выше программ 8-16 и 8-17. Для анализа результатов, определяющих пазовую геометрию, следует пользоваться рис. 8-7 и 8-10 применительно к овальным пазам, 8-8 и 8-11 — применительно к трапециевидным, 8-3 — к прямоугольным. При необ-

ходимости путем несложной переделки программ PRP и PRV разработчик может легко расширить круг параметров, выдаваемых на печать.

Приведенный в настоящей главе комплект программных модулей может подвергаться необходимым изменениям, связанным со спецификой предъявляемых к машине требований, особенностям ввода исходных данных, характером выходной информации и формой ее представления. Необходимо иметь в виду, что создание громоздких широкоуниверсальных программ далеко не всегда возможно из-за ограниченного объема памяти конкретной вычислительной машины. Поэтому программисту иногда приходится приспосабливать уже разработанное программное обеспечение к изменившимся условиям его реализации (модульная структура программы облегчает внесение необходимых изменений). Так, например, при проектировании машины, отличающихся небольшим числом витков статорной обмотки, выбираемым из редкого ряда возможных значений, необходимо в расчетную процедуру включить округление полученного значения  $\omega_1$  до ближайшего числа ( $\omega_{\text{окр}}$ ), кратного  $z_1/m_1$  для двухслойной обмотки или  $z_1/(2m_1)$  для однослойной. Соотношения для такого округления, подлежащие реализации на ЭВМ:

для двухслойной обмотки

$$\omega_{\text{окр}} = \frac{z_1}{m_1} \text{Int} \left( \omega \frac{m_1}{z_1} + 0,5 \right);$$

для однослойной обмотки

$$\omega_{\text{окр}} = \frac{z_1}{2m_1} \text{Int} \left( \omega \frac{2m_1}{z_1} + 0,5 \right).$$

Здесь Int указывает на необходимость учета только целой части (INTEGER) выражения в круглых скобках.

Если предусматривается дробление фазы статора на элементарные проводники, в расчете дополнительно должны участвовать величины:  $n_{3л}$  — число элементарных проводников в одном эффективном;  $d_{\text{пред}}$  — максимальный допустимый из соображений технологичности диаметр обмоточного провода (голого);  $s_{3л}$  — площадь поперечного сечения элементарного проводника. В этом случае в расчет вводятся соотношения

$$n_{3л} = \text{Int} [4s_{3ф} / (\pi d_{\text{пред}})^2 + 0,99999]; \quad s_{3л} = \frac{s_{3ф}}{n_{3л}}.$$

где  $s_{3ф}$  — эффективная площадь поперечного сечения проводника.

Затем выбирается  $s_{3л}^*$  (ближайшее стандартное сечение, меньшее  $s_{3л}$ ), и определяется диаметр обмоточного провода (без изоляции)

$$d_{\text{пр}} = 1,13 \sqrt{s_{3л}^*}.$$

В качестве альтернативной укажем следующую схему учета дискретности размеров и обмоточных данных. После нахождения семи главных выходных величин  $D_{i1}$ ,  $h_{a1}$ ,  $h_{a2}$ ,  $b_{z1}$ ,  $b_{z2}$ ,  $l$ ,  $\omega_1$  в предположении непрерывности последних (см. § 8-1) нужно для каждой из них определить ближайшую пару допустимых дискретных значений (меньшее и большее по отношению к найденной величине). Затем элементарным перебором 128 ( $128 = 2^7$ ) вариантов, т. е. посредством 128 поверочных расчетов, устанавливается такое сочетание конкретных округленных значений семи главных выходных величин, которое обеспечивает наименьший «уход» от достигнутого ранее значения критерия оптимальности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Костенко М. М., Плотровский Л. М. Электрические машины. Л.: Энергия, 1973. Т. 2.
2. Алексеев А. Е. Конструкция электрических машин. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1958.
3. Домбровский В. В., Хуторешкин Г. М. Основы проектирования электрических машин переменного тока. Л.: Энергия, 1974.
4. Кузнецов Б. И. Асинхронные двигатели общего назначения малой и средней мощности. Автореф. дис. . . д-ра техн. наук. М., 1970.
5. Arnold E. Wechselstromtechnik. Berlin, 1913, V. IV.
6. Демирчян К. С., Чечурин В. Л. Машинные расчеты электромагнитных полей. М.: Высшая школа, 1986.
7. Домбровский В. В. Справочное пособие по расчету электромагнитных полей в электрических машинах. Л.: Энергоатомиздат, 1983.
8. Зайчик В. М. К уточнению теории асинхронных машин//Электричество. 1978. № 7. С. 86—88.
9. Зайчик В. М. Условие корректного применения формулы Клосса//Известия вузов. Электромеханика. 1980. № 10. С. 1066—1068.
10. Бойко Е. П., Ганнцев Ю. В., Ковалев Ю. М. Асинхронные двигатели общего назначения. М.: Энергия, 1980.
11. Сорокер Т. Г. Расчет характеристик асинхронного двигателя//Бюллетень ВЭИ. 1941. № 6. С. 27—32.
12. Рихтер Р. Электрические машины. М.: ГОНТИ, 1939. Т. IV.
13. Veinott C. G. Theory and design of small induction motors. N.-Y.: Mc Graw-Hill, 1959.
14. Горев А. А. Переходные процессы синхронной машины. Л.: ГЭИ, 1950.
15. Казовский Е. Я. Переходные процессы в электрических машинах переменного тока. М.—Л.: Изд-во АН СССР, 1962.
16. Clark E. Circuit analysis of A—C power systems. N.-Y.: Wiley and Sons, 1943. V. I, 1950. V. II.
17. Fitzgerald A. E., Kingsley C. Electric Machinery. N.-Y.: Mc Graw-Hill, 1961.
18. Вагнер К. Ф., Эванс Р. Д. Метод симметричных составляющих. М.—Л.: ОНТИ, 1936.
19. Копылов И. П. Электрические машины. М.: Энергоатомиздат, 1986.
20. Крон Г. Применение тензорного анализа в электротехнике. М.—Л.: ГЭИ, 1955.
21. Крон Г. Тензорный анализ сетей. М.: Советское радио, 1978.
22. Рюденберг Р. Эксплуатационные режимы электроэнергетических систем и установок. Л.: Энергия, 1981.
23. Уайт Д., Вудсон Г. Электромеханические преобразователи энергии. М.—Л.: Энергия, 1964.

24. Alger Ph. L. The nature of polyphase Induction machines. N.-Y. 1965.
25. Park R. H. Two-reaction theory of synchronous machines//AIEE Trans. V. 48. P. 716—731.
26. Рихтер Р. Обмотки якорей машин постоянного и переменного тока. М.—Л.: ГЭИ, 1933.
27. Сорокер Т. Г. Многофазный асинхронный двигатель. Многофазный преобразователь частоты. Поверочный расчет//Труды Научно-исследовательского института электропромышленности. Т. 3. М.: ЦБТИ, 1959. С. 5—112.
28. Геллер Б., Гамата В. Дополнительные поля, моменты и потери мощности в асинхронных машинах. М.: Энергия, 1964.
29. Ипатов П. М. Построение рациональных схем волновых обмоток статора синхронного генератора с дробным числом пазов на полюс и фазу//Электросила. Л.: Энергия, 1959. № 17. С. 82—93.
30. Ипатов П. М. Гармонические МДС обмотки статора с дробным числом пазов на полюс и фазу//Электросила. Л.: Энергия, 1961. № 20. С. 47—51.
31. Вольдек А. И. Магнитное поле в воздушном зазоре асинхронных машин//Труды ЛПИИ имени М. И. Калашникова. Л., 1953. № 4. С. 380—384.
32. Данилевич Я. Б., Домбровский В. В., Казовский Е. Я. Параметры электрических машин переменного тока. М.—Л.: Наука, 1965.
33. Шуйский В. П. Расчет электрических машин. Л.: Энергия, 1968.
34. Schuisky W. Inductionsmaschinen. Wien.: Springer, 1957.
35. Вольдек А. И. Электрические машины. Л.: Энергия, 1966.
36. Сорокер Т. Г. Поле в зазоре асинхронного двигателя и связанные с ним реактивные сопротивления//Труды ВНИИЭМ. Т. 45. М.: 1976. С. 86—101.
37. Norman H. M. Induction motor locked saturated Curves//El. eng. 1934. № 4. P. 536—542.
38. Нейман Л. Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1949.
39. Коган В. В. Расчет критического момента при асинхронном пуске синхронных машин с массивным ротором//Электросила. Л.: Энергия, 1966. № 25. С. 66.
40. Лютер Р. А., Самойлович Н. Я., Коган В. В. Расчет асинхронных моментов вращения двухполюсных двигателей с магнитными бандажами//Электросила. Л.: Энергия, 1962. № 21. С. 49—54.
41. Петров Ю. П. Оптимальное управление электрическим приводом с учетом ограничений по нагреву. Л.: Энергия, 1971.
42. Морозов Д. П. Основы электропривода. М.—Л.: ГЭИ, 1950.
43. Лютер Р. А. Расчет синхронных машин. Л.: Энергия, 1979.
44. Drehmann A., Lemminger S.//ETZ. 1951. № 14.
45. Сыромятников И. А. Режимы работы асинхронных электродвигателей. М.: ГЭИ, 1955.
46. Праздников В. И. Расчет термической стойкости роторов глубоководных асинхронных двигателей в динамических режимах: Автореф. дис. . . канд. техн. наук. Л., 1986.
47. Трещев И. И. Электромеханические процессы в машинах переменного тока. Л.: Энергия, 1980.
48. Прочность, устойчивость, колебания. М.: Машиностроение, 1988. Т. 1.
49. Займовский А. С., Усов В. В. Металлы и сплавы в электротехнике: Магнитные, полупроводниковые, реостатные и контактные материалы. М.—Л.: ГЭИ, 1949.
50. Аветисян Дж. А., Соколов В. В., Хан В. Х. Оптимальное проектирование электрических машин на ЭВМ. М.: Энергия, 1976.
51. Аветисян Дж. А., Бертинов А. И. Динамическое программирование



расчета оптимальных электрических машин//Электричество. 1966. № 11. С. 46—51.

52. Расчет серии асинхронных двигателей на автоматической цифровой вычислительной машине/Артамонов Л. М., Мордвинов Ю. В., Плавомодьяло Е. В., Сорокер Т. Г. М.: ЦНИИТИЭлектротром, 1962.

53. Бертинов А. И. Электрические машины автоматизации. М.: Оборонгиз, 1961.

54. Видмар М. Экономические законы проектирования электрических машин. М.—Л.: Гостехиздат, 1924.

55. Гурин Я. С., Кузнецов Б. И. Проектирование серий электрических машин. М.: Энергия, 1978.

56. Давидович Ф. П., Малая Н. Н. Критерии оптимальности при проектировании асинхронных двигателей малой мощности//Электрические машины и электропривод малой мощности. М.: Наука, 1966. С. 82—89.

57. Данинг Дж. Линейное программирование. Его применения и обобщения. М.: Прогресс, 1966.

58. Зайчик В. М. Использование выпуклого программирования для расчета пазовой геометрии асинхронных двигателей//Известия вузов. Электромеханика. 1970. № 6. С. 658—665.

59. Зайчик В. М. Использование линейного программирования для оптимизации расчета синхронных машин малой и средней мощности//Электричество. 1977. № 12. С. 78—80.

60. Зайчик В. М. Применение линейного программирования к проектированию асинхронных электродвигателей//Известия вузов. Электромеханика. 1976. № 10. С. 1068—1076.

61. Зайчик В. М. Применение линейного программирования при оптимизации расчета асинхронных машин//Электричество. 1979. № 12. С. 53—56.

62. Зайчик В. М. Проектирование синхронных машин по заданным электромагнитным нагрузкам//Известия вузов. Электромеханика. 1979. № 1. С. 40—44.

63. Зайчик В. М. Расчет асинхронных двигателей при заданных значениях электромагнитных нагрузок//Электричество. 1977. № 1. С. 77—81.

64. Зайчик В. М. Расчет асинхронных двигателей с заданными свойствами механической характеристики//Электротехника. 1975. № 9. С. 41—44.

65. Каган Б. М., Давыденко С. И. Вопросы архитектуры систем оптимального проектирования//Материалы семинара «Кибернетические системы автоматизации проектирования». М.: МЦНТИ, 1961. С. 132—136.

66. Автоматизация расчетов двигателей на электронных цифровых вычислительных машинах/Б. М. Каган, Т. Г. Сорокер, Ю. В. Мордвинов, Е. В. Плавомодьяло//Электропривод и автоматизация промышленных установок. М.: ГЭИ, 1960. С. 11—19.

67. Проектирование электрических машин/И. П. Копылов, Ф. А. Горяинов, Б. К. Клокос, В. П. Морозкин, Б. Ф. Токарев. М.: Энергия, 1980.

68. Копылов И. П., Ильинский Н. Ф., Кузнецов Н. Л. О применении методов планирования эксперимента к задачам анализа и синтеза электрических машин//Электричество. 1970. № 2. С. 29—35.

69. Сорокер Т. Г. Применение автоматических цифровых вычислительных машин при проектировании новых серий асинхронных двигателей//Труды ВНИИЭМ. 1966. Вып. 3. С. 5—8.

70. Box M. J. A new method of constrained optimization and comparison with other methods//Comput. J. 1965. N 8. P. 42—52.

71. Свати Т. Математические методы исследования операций. М.: Воениздат, 1963.

72. Зайчик В. М. Основы экономического расчета размерных цепей электрических микромаши с помощью метода целочисленного программирования//Электротехника. 1976. № 6. С. 39—41.

73. Зайчик В. М. Применение линейного программирования при проектировании электрических машин//Электричество. 1968. № 9. С. 42—45.

74. Spendley W., Heast G. R., Himsforth F. R. Sequential application of simplex designs in optimization and evolutionary design//Technometrika. 1962. N 4. P. 441—461.

75. Nelder J. A., Mead R. A. A simplex method for function minimization//Comp. J. 1965. N 7. P. 308—313.

76. Трапезников В. А. Основы проектирования серий асинхронных двигателей. М.: ОИТИ, 1937.

77. Parkinson J. M., Hutchinson D. An investigation into the efficiency of variants of the simplex method//Numerical methods for nonlinear optimization. London.: Academic Press. 1972. P. 105—108.

78. Геминтерн В. И., Каган Б. М. Методы оптимального проектирования. М.: Энергия, 1980.

79. Зайчик В. М. Определение размеров трапециевидного паза в микромашинах//Электротехническая промышленность. Электрические машины. 1978. № 7. С. 3—5.

80. Зайчик В. М. Расчет основных потерь в трапециевидных зубцах электрических машин переменного тока//Известия вузов. Электромеханика. 1976. № 9. С. 1032—1033.

81. Зайчик В. М. Упрощенный тепловой расчет при проектировании асинхронных электродвигателей методом синтеза//Электротехническая промышленность. Электрические машины. 1979. № 6. С. 10—12.

82. Терзян А. А. Автоматизированное проектирование электрических машин. М.: Энергоатомиздат, 1983.

83. Фокс Дж. Программное обеспечение и его разработка. М.: Мир, 1985.

84. Хьюз Дж., Мичом Дж. Структурный подход к программированию. М.: Мир, 1980.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	3
<b>Глава первая. ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ И КОНСТРУКЦИЯ АСИНХРОННОЙ МАШИНЫ . . . . .</b>	<b>5</b>
1-1. Принцип действия . . . . .	—
1-2. Основные конструктивные элементы асинхронной машины . . . . .	9
<b>Глава вторая. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АСИНХРОННОЙ МАШИНЫ . . . . .</b>	<b>27</b>
2-1. Уравнения электромагнитного поля и их решение . . . . .	—
2-2. Уравнения электрических и магнитных цепей . . . . .	39
2-3. Круговая диаграмма асинхронной машины . . . . .	57
2-4. Методы математического исследования установившихся и переходных режимов асинхронных машин, основанные на обобщенной теории . . . . .	61
<b>Глава третья. ОБМОТКИ АСИНХРОННЫХ МАШИН . . . . .</b>	<b>79</b>
3-1. Многофазные обмотки статоров . . . . .	—
3-2. Обмотки роторов асинхронных машин . . . . .	89
3-3. Магнитное поле, образованное многофазной обмоткой . . . . .	92
3-4. Составление схемы обмотки . . . . .	104
3-5. Обмотки с переключением числа пар полюсов . . . . .	108
<b>Глава четвертая. РАСЧЕТ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ И ПАРАМЕТРОВ СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ . . . . .</b>	<b>112</b>
4-1. Ток холостого хода . . . . .	—
4-2. Высшие гармоники в кривой поля . . . . .	125
4-3. Короткое замыкание в поля рассеяния . . . . .	131
4-4. Расчет параметров схемы замещения . . . . .	135
4-5. Влияние насыщения стали на параметры схемы замещения . . . . .	147
4-6. Влияние вытеснения тока в проводящих контурах . . . . .	152
4-7. Массивный ротор . . . . .	168
<b>Глава пятая. РАСЧЕТ И АНАЛИЗ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ РАБОТЫ . . . . .</b>	<b>173</b>
5-1. Расчет различных режимов работы с помощью круговой диаграммы и аналитических формул . . . . .	—
5-2. Расчет потерь и коэффициента полезного действия . . . . .	180
5-3. Влияние пространственных гармоник поля и временных гармоник напряжения в установившихся режимах работы . . . . .	188

5-4. Несимметричные режимы работы асинхронных машин . . . . .	198
5-5. Математическое обеспечение расчета установившихся режимов работы . . . . .	204

## Глава шестая. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ . . . . . 215

6-1. Пусковые характеристики и способы пуска . . . . .	—
6-2. Энергетические характеристики электромеханического переходного процесса асинхронной машины . . . . .	222
6-3. Термическая стойкость обмоток при пусках, торможениях и реверсах . . . . .	227
6-4. Учет электромагнитных процессов . . . . .	246

## Глава седьмая. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ АСИНХРОННЫХ МАШИН . . . . . 251

7-1. Формулировка задачи синтеза и способы ее решения . . . . .	—
7-2. Математическая модель проектирования . . . . .	252
7-3. Ограничения при проектировании. Целевые функции . . . . .	256
7-4. Выбор метода решения задачи проектирования . . . . .	257
7-5. Методы оптимизации . . . . .	261
7-6. Вопросы унификации конструкции. Различия в подходе к проектированию серий и индивидуальных машин . . . . .	279
7-7. Учет разброса параметров при проектировании . . . . .	289

## Глава восьмая. СИНТЕЗ АСИНХРОННЫХ МАШИН: ЦЕЛИ, ПРИЕМЫ, ПРОГРАММЫ . . . . . 291

8-1. Проектирование и нахождение от электромагнитных нагрузок к размерам . . . . .	—
8-2. Типы расчетных процедур . . . . .	296
8-3. Полезные советы разработчику . . . . .	297
8-4. Описание программного обеспечения . . . . .	354
8-5. Представление результатов расчета . . . . .	357

## Список литературы . . . . . 360





В 1991 году в издательстве выходят следующие книги:

Акопян Д. Г., Лернер Д. М. Управление и защита сверхпроводниковых магнитных систем. 11 л. Ориентировочная цена 55 к.

Рассмотрены особенности сверхпроводниковых магнитных систем как объектов управления и защиты. Описаны переходные процессы в цепях со сверхпроводящими элементами, способы и устройства обнаружения нормальной фазы в сверхпроводниковых обмотках и защиты от ее появления. Приведены примеры защиты и управления сверхпроводниковыми магнитными системами.

Для инженерно-технических и научных работников.

Гуревич Э. И. Тепловые испытания и исследования электрических машин. 2-е изд. 21 л. Ориентировочная цена 1 р. 40 к.

Изложены вопросы теории и практики тепловых испытаний электрических машин. Рассмотрены методы измерений, обработки и анализа опытных данных, способы использования результатов при проектировании и эксплуатации машин. Первое издание вышло в 1977 г. Во второе издание включены новые разделы по температурной диагностике, косвенным измерениям параметров, экстраполяции результатов эксперимента. Материал книги переработан в направлении большей доступности практическому читателю.

Для инженерно-технических и научных работников, занятых в электротехнической промышленности и электроэнергетике.

Тазов Г. В., Хрущев В. В. Автоматизированное проектирование электрических машин малой мощности: Учеб. пособие для вузов. 19 л. Ориентировочная цена 95 к.

Изложены основные принципы автоматизации проектирования электрических машин малой мощности (ЭМММ). Приведены математические модели и алгоритмы, разработанные для САПР ЭМММ. Изложены подходы к автоматизации расчетных, конструкторских и технологических проектных процедур и пути создания всех компонентов обеспечения автоматизированного проектирования.

Для студентов вузов электромеханических специальностей, может быть полезна специалистам, занимающимся созданием и эксплуатацией САПР ЭМММ.

Производственное издание

Домбровский Вячеслав Вячеславович  
Зайчик Виктор Моисеевич

## АСИНХРОННЫЕ МАШИНЫ

Теория,  
расчет,  
элементы  
проектирования

Редактор Ю. В. Долгополова  
Художник переплета Н. В. Зимилова  
Художественный редактор Т. Ю. Теплицкая  
Технический редактор Н. А. Минеева  
Корректор Н. Д. Быкова

ИБ № 1816

Сдано в набор 24.08.89. Подписано в печать 22.05.90. М-30872. Формат 60 × 88<sup>1/16</sup>. Бумага офсетная № 2. Гарнитура литературная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 22,54. Усл. кр.-отт. 22,54. Уч.-изд. л. 24,94. Тираж 6 000 экз. Заказ 1588. Цена 1 р. 60 к.

Энергоатомиздат, Ленинградское отделение. 191065, Ленинград, Д-65, Марсово поле, 1.

Ленинградская типография № 4 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгения Соколовой Государственного комитета СССР по печати. 191126, Ленинград, Социалистическая ул., 14.



## Информация для специалистов!

В ленинградском магазине «ЭНЕРГИЯ» — опорном пункте Энергоатомиздата можно заказать «Справочник по электрическим машинам».

**Справочник по электрическим машинам:** В 2 т. Т. 1/Под ред. докт. техн. наук И. П. Копылова, канд. техн. наук Б. К. Клокова.— 1988 (в пер.): 2 р. 70 к.

В справочнике приведены каталожные данные, описания конструкций и рабочие характеристики электрических машин, выпускаемых предприятиями электротехнической промышленности СССР. Изложены основные вопросы проектирования электрических машин, дается их классификация, описаны системы охлаждения, типы и особенности конструкций обмоток, приведены программы и методы испытаний современных электрических машин.

Для инженеров и техников, занятых эксплуатацией электрических машин, проектированием электрооборудования различных предприятий, промышленных объектов и установок.

**Справочник по электрическим машинам:** В 2 т. Т. 2/ Под ред. докт. техн. наук И. П. Копылова, канд. техн. наук Б. К. Клокова.— 1989 (в пер.): 3 р. 70 к.

Приведены технические данные и описаны конструкции электрических машин специального назначения, выпускаемых предприятиями электротехнической промышленности СССР. Даны основные сведения о машинах малой мощности для систем автоматики, их классификация и области применения. Рассмотрены электрические машины, применяемые в различных отраслях народного хозяйства и в бытовой технике.

Для инженеров и техников, занятых эксплуатацией электрических машин, проектированием оборудования предприятий, промышленных объектов и установок.

Эти издания вы можете заказать в книжном магазине «ЭНЕРГИЯ» по адресу: 196066, Ленинград, Московский пр., 189, книжный магазин «ЭНЕРГИЯ», отдел «Книга—почтой».